**УДК 378.016:517.987.1**

***Думанська Т. В.****

# ВИКОРИСТАННЯ НАОЧНОСТІ ПРИ ВИВЧЕННІ ТЕМИ „ІНТЕГРУВАННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ, ІРРАЦІОНАЛЬНИХ І ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ”

*У статті обґрунтовано доцільність використання наочного матеріалу під час практичних занять з теми „Інтегрування раціональних, ірраціональних та тригонометричних функцій”, що полегшує її засвоєння курсантами факультету військової підготовки.*

***Ключові слова:*** *інтеграл, многочлен, правильний і неправильний раціональні дроби, метод невизначених коефіцієнтів, інтеграл від раціональної функції, інтеграл від ірраціональної функції, інтегрування тригонометричних функцій.*

Знання методів розв’язування інтегралів, вміння правильного вибору методу і ефективного його використання є важливим елементом математичної освіти взагалі та фахової підготовки не тільки студентів фізико-математичних факультетів, а й фахівців інженерного профілю.

Навчання курсантів найбільш раціональним методам обчислення інтегралів є одним із важливих питань вивчення математичного аналізу у вищому навчальному закладі.

У свій час проблемами вивчення поставленого питання займалися І. Н. Бронштейн, К.А. Семендяєв, які є авторами довідника з математики для інженерів та військових спеціалістів. У цій книзі висвітлюються майже всі питання як загального курсу математики, так і більшості спеціальних розділів, які вивчають у навчальних закладах військової підготовки з поглибленою програмою з математики.

У підручниках [1] та [3] викладено теоретичний матеріал з математичного аналізу, розроблено безліч прикладів і задач, які відносяться до різноманітних розділів механіки та фізики. Вивчення їх безумовно необхідне для оволодіння методами математичного аналізу, зокрема, інтегрального числення, що особливо важливо для майбутніх інженерів, методами застосування аналізу до розв’язування конкретних фізичних задач.

Праця [4] висвітлює доцільність використання таблиць та схем у процесі вивчення математики.

**Метою роботи** є висвітлення одного з варіантів проведення практичних занять з теми математичного аналізу „Інтегрування раціональних, ірраціональних та тригонометричних функцій”, суть якого полягає у використанні наочних матеріалів.

У ході заняття курсанти мають змогу користуватися довідковим матеріалом. Практика показала, що доцільно цей матеріал подавати у стислій, структурованій формі (таблиці, схеми тощо), що забезпечує краще запам’ятовування й опанування ним курсантами.

У процесі вивчення згаданої вище теми викладач повинен сформувати у курсантів, поряд з іншими уміннями й навичками, вмінням аналізувати практичні завдання, задачі, теоретичний матеріал.

В досягненні цієї мети велику допомогу викладачу надають опорні конспекти – схеми й таблиці, які відображають зміст і структуру матеріалу.

Володіння операціями інтегрування полягає не лише у знанні того, як можна врешті решт знайти даний інтеграл, але і у вмінні обчислити його з мінімумом затраченого часу та зусиль [1, с. 283].

Вивчення математичного аналізу переслідує дві головні мети:

1) показати на змістовних задачах із різних областей знань можливість використання його ідей;
2) навчити прийомам і методам диференціального і інтегрального числень.

Зупинимось детальніше на другому пункті, а саме на способі подання методів інтегрування, який сприятиме ефективному засвоєнню навчального матеріалу з теми „Інтегрування раціональних, ірраціональних та тригонометричних функцій".

Розглянемо методику викладу цієї теми, зокрема використання наочних таблиць, що, як показує досвід, значно покращує успішність навчання курсантів. Варто мати наочність, яка полегшить засвоєння матеріалу, допоможе краще зрозуміти теоретичні дані.

Застосування цієї методики дозволяє компактно і наглядно повторити з курсантами необхідний теоретичний матеріал і, відповідно, зекономити час на розв'язування інтегралів [4, с. 161].

Операція інтегрування значно складніша, ніж операція диференціювання. У диференціальному численні таблиця похідних і правила диференціювання функцій дають змогу знайти похідну довільної диференційованої функції. В інтегральному численні таких простих і універсальних правил інтегрування не існує. Відсутнє, наприклад, загальне правило інтегрування добутку двох функцій, навіть якщо первісні кожної з них відомі. Те саме стосується частки двох функцій. Інтегрування вимагає, так би мовити, індивідуального підходу до кожної підінтегральної функції [3, с. 336].

У таблиці 1 наведені формули з прикладами, які допомагають знаходити інтеграли від раціональних функцій.

*Таблиця 1*

| **Інтегрування раціональних функцій** | | |
|---|---|---|
| **№ з/п** | **Формула для знаходження інтегралів** | **Приклад** |
| 1. | $\int \frac{adx}{(x-\alpha)^k} = a\int \frac{d(x-\alpha)}{(x-\alpha)^k} = a\ln\lvert x-\alpha\rvert + C, k=1.$ | $\int \frac{5dx}{x-3} = 5\int \frac{d(x-3)}{x-3} = 5\ln\lvert x-3\rvert + C.$ |
| 2. | $\int \frac{adx}{(x-\alpha)^k} = a\int (x-\alpha)^{-k}\, d(x-\alpha) = a\frac{(x-\alpha)^{-k+1}}{-k+1} + C,\ k\neq 1.$ | $\int \frac{2dx}{(x-1)^2} = 2\int (x-\alpha)^{-2}\, d(x-\alpha) = 2\frac{(x-1)^{-2+1}}{-2+1} + C =$<br>$= 2\frac{(x-1)^{-1}}{-1} + C = -\frac{2}{x-1} + C.$ |
| 3. | $\int \frac{bx+c}{x^2+px+q}dx = \int \frac{bx+c}{\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\left(q-\frac{p^2}{4}\right)}dx =$<br>$= \left\lvert \begin{matrix} x+\frac{p}{2}=t \Rightarrow x=t-\frac{p}{2}; dx=dt; \\ q-\frac{p^2}{4}>0; q-\frac{p^2}{4}=a^2; a>0. \end{matrix}\right\rvert = \int \frac{b\left(t-\frac{p}{2}\right)+c}{t^2+a^2}dt =$<br>$= \left\lvert b=\alpha, c-b\frac{p}{2}=\beta. \right\rvert = \int \frac{\alpha t+\beta}{t^2+a^2}dt = \alpha\int\frac{tdt}{t^2+a^2}+$<br>$+\beta\int\frac{dt}{t^2+a^2}=\alpha A+\beta B.\ \ B=\frac{1}{a}arctg\frac{t}{a}+C.$<br>$A=\int\frac{tdt}{\left(t^2+a^2\right)^m}=\frac{1}{2}\int\frac{d\left(t^2+a^2\right)}{\left(t^2+a^2\right)^m}=\frac{1}{2}\int\left(t^2+a^2\right)^{-m}d\left(t^2+a^2\right)=$<br>$=\frac{1}{2}\begin{cases}\frac{\left(t^2+a^2\right)^{-m+1}}{-m+1}+C, m\neq 1;\\ \ln\left\lvert t^2+a^2\right\rvert+C, m=1.\end{cases}$ | $\int\frac{x+1}{x^2+x+1}dx=\int\frac{x+1}{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(1-\frac{1}{4}\right)}dx=$<br>$=\left\lvert\begin{matrix}x+\frac{1}{2}=t\Rightarrow x=t-\frac{1}{2}; dx=dt;\\ 1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}>0;\frac{3}{4}=a^2;a>0.\end{matrix}\right\rvert=\int\frac{t+\frac{1}{2}}{t^2+\frac{3}{4}}dt=$<br>$=\int\frac{tdt}{t^2+\frac{3}{4}}+\frac{1}{2}\int\frac{dt}{t^2+\frac{3}{4}}=\frac{1}{2}\int\frac{d\left(t^2+\frac{3}{4}\right)}{t^2+\frac{3}{4}}+\frac{1}{2}\int\frac{dt}{t^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=$<br>$=\frac{1}{2}\ln\left\lvert\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\right\rvert+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}arctg\frac{2x+1}{\sqrt{3}}+C=$<br>$=\frac{1}{2}\ln\left\lvert x^2+x+1\right\rvert+\frac{1}{\sqrt{3}}arctg\frac{2x+1}{\sqrt{3}}+C.$ |

| | | |
|---|---|---|
| 4. | Якщо $m>1$, то: $\int \frac{bx+c}{\left(x^2+px+q\right)^m}dx = \frac{b}{2(1-m)}\cdot\frac{1}{\left(x^2+px+q\right)^{m-1}}+$ $+\left(c-\frac{bp}{2}\right)\int\frac{dt}{\left(t^2+a^2\right)^m};$ Останній інтеграл знаходиться за рекурентною формулою: $\int\frac{dt}{\left(t^2+a^2\right)^m}=\frac{t}{2a^2(m-1)\left(t^2+a^2\right)^{m-1}}+\frac{2m-3}{2a^2}\int\frac{dt}{\left(t^2+a^2\right)^{m-1}}.$ | $\int\frac{x+1}{\left(x^2+x+1\right)^2}dx=\int\frac{x+1}{\left(\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(1-\frac{1}{4}\right)\right)^2}dx=$ $=\left\lvert\begin{matrix} x+\frac{1}{2}=t\Rightarrow x=t-\frac{1}{2}; dx=dt; \\ 1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}>0; \frac{3}{4}=a^2; a>0. \end{matrix}\right\rvert=\int\frac{t+\frac{1}{2}}{\left(t^2+\frac{3}{4}\right)^2}dt=$ $=\int\frac{tdt}{\left(t^2+\frac{3}{4}\right)^2}+\frac{1}{2}\int\frac{dt}{\left(t^2+\frac{3}{4}\right)^2}=\frac{1}{2}\int\frac{d\left(t^2+\frac{3}{4}\right)}{\left(t^2+\frac{3}{4}\right)^2}+$ $+\frac{1}{2}\left(\frac{t}{\frac{3}{2}\left(t^2+\frac{3}{4}\right)}+\frac{1}{\frac{3}{2}}\int\frac{dt}{t^2+\frac{3}{4}}\right)=-\frac{1}{2\left(x^2+x+1\right)}+$ $+\frac{2x+1}{6\left(x^2+x+1\right)}+\frac{2}{3\sqrt{3}}arctg\frac{2x+1}{\sqrt{3}}+C.$ |

Інтеграли, обчислення яких вимагає додаткових перетворень, варто розглядати і закріплювати з курсантами на прикладах. Такими інтегралами є інтеграли від раціональних дробів, знаменники яких мають канонічний розклад над полем дійсних чисел, неправильних раціональних дробів.

Алгоритм знаходження інтегралів від раціональних функцій:

1) якщо раціональний дріб $\frac{P(x)}{Q(x)}$ є неправильним, то методом ділення кутом виділяють цілу частину, внаслідок чого отримують:

$$\frac{P(x)}{Q(x)}=P_0(x)+\frac{P_1(x)}{Q_1(x)}, \deg P_1(x)<\deg Q_1(x);$$

2) $Q_1(x)$ розкладають на незвідні множники над полем дійсних чисел;

3) за виглядом канонічного розкладу знаменника $Q_1(x)$ дріб $\frac{P_1(x)}{Q_1(x)}$ подають у вигляді суми елементарних раціональних дробів, у чисельниках яких стоять поки що невідомі коефіцієнти:

$$\frac{P_1(x)}{Q_1(x)}=\sum\frac{a}{(x-\alpha)^l}+\sum\frac{bx+c}{\left(x^2+px+q\right)^m},$$

$a,b,c$ – невідомі коефіцієнти;

Для знаходження невідомих коефіцієнтів $a,b,c$ останню рівність множать на спільний знаменник $Q_1(x)$. В результаті отримують многочлен $P_1(x)=\tilde{Q}(x)$ з невідомими невизначеними коефіцієнтами. Оскільки два многочлени рівні тоді і лише тоді, коли рівні коефіцієнти при однакових степенях змінної $x$, то, прирівнюючи відповідні коефіцієнти лівої та правої частин рівності $P_1(x)=\tilde{Q}(x)$, отримують систему лінійних рівнянь, з якої знаходять потрібні коефіцієнти. Знайдені коефіцієнти підставляють у вираз для дробу $\frac{P(x)}{Q(x)}$ і, використовуючи лінійність невизначеного інтеграла, знаходять потрібний інтеграл, інтегруючи отримані степеневі функції та елементарні дроби.

У випадку обчислення інтеграла від неправильного раціонального дробу слід повторити з курсантами метод ділення кутом, а потім застосувати формулу (3) з таблиці 1.

**Приклад 1**. Обчислити інтеграл $\int\frac{x^4+6x^3+11x^2+11x+8}{x^3+6x^2+12x+7}dx$.

**Розв'язання.** Під знаком інтеграла маємо неправильний раціональний дріб, тому спочатку виділимо його цілу частину:

$$\begin{array}{r|l} -\; x^4+6x^3+11x^2+11x+8 & x^3+6x^2+12x+7 \\ \underline{x^4+6x^3+12x^2+7x} & \overline{\quad x \quad}, \\ -\quad x^2+4x+8 & \end{array}$$

Звідси

$$\frac{x^4+6x^3+11x^2+11x+8}{x^3+6x^2+12x+7}=x-\frac{x^2-4x-8}{x^3+6x^2+12x+7}.$$

Щоб розкласти правильний дріб на елементарні дроби, потрібно, насамперед, знайти корені кубічного рівняння $x^3+6x^2+12x+7=0.$

За схемою Горнера маємо:

$$\begin{array}{r|cccc} & 1 & 6 & 12 & 7 \\ \hline -1 & 1 & 5 & 7 & 0 \end{array}.$$

Складемо квадратне рівняння $x^2+5x+7=0.$
Тоді

$$\frac{x^2-4x-8}{x^3+6x^2+12x+7}=\frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2+5x+7};$$

$$x^2-4x-8=A\left(x^2+5x+7\right)+\left(Bx+C\right)\left(x+1\right)=Ax^2+5Ax+7A+Bx^2+Bx+Cx+C;$$

Прирівняємо коефіцієнти при однакових степенях змінної $x$:

$$\begin{array}{r|l} x^2 & 1=A+B, \\ x & -4=5A+B+C, \\ x^0 & -8=7A+C. \end{array}$$

З системи рівнянь $\begin{cases} 1=A+B, \\ -4=5A+B+C, \\ -8=7A+C \end{cases}$ знаходимо коефіцієнти $A=-1, B=2, C=-1.$ Тому

$$\frac{x^2-4x-8}{x^3+6x^2+12x+7}=-\frac{1}{x+1}+\frac{2x-1}{x^2+5x+7}.$$

Далі дістанемо

$$\int\frac{x^4+6x^3+11x^2+11x+8}{x^3+6x^2+12x+7}dx=\int\left(x+\frac{1}{x+1}-\frac{2x-1}{x^2+5x+7}\right)dx=\int xdx+\int\frac{d(x+1)}{x+1}-\int\frac{2x-1}{x^2+5x+7}dx=$$

$$=\frac{x^2}{2}+\ln|x+1|-\int\frac{2x-1}{\left(x+\frac{5}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}dx=\left|\begin{array}{c} x+\frac{5}{2}=t, x=t-\frac{5}{2}, \\ dx=dt \end{array}\right|=\frac{x^2}{2}+\ln|x+1|-2\int\frac{t-3}{t^2+\frac{3}{4}}dt=$$

$$=\frac{x^2}{2}+\ln|x+1|-2\left(\int\frac{tdt}{t^2+\frac{3}{4}}-3\int\frac{dt}{t^2+\frac{3}{4}}\right)=\frac{x^2}{2}+\ln|x+1|-\ln\left|x^2+5x+7\right|+\frac{12}{\sqrt{3}}arctg\frac{2x+5}{\sqrt{3}}+C.$$

Загальний спосіб, за допомогою якого вдається обчислити інтеграл від ірраціональної функції, полягає в тому, що внаслідок тієї чи іншої підстановки інтеграл від ірраціональної функції зводиться до інтеграла від функції раціональної. У таблиці 2 розглянуто підкласи ірраціональних функцій, інтеграли від яких виражаються в скінченному вигляді.

*Таблиця 2*

| **Інтегрування ірраціональних функцій** | |
|---|---|
| 1. | $\int R\left(x, x^{\frac{m_1}{n_1}}, x^{\frac{m_2}{n_2}}, \ldots, x^{\frac{m_p}{n_p}}\right)dx = \left\lvert \begin{matrix} x = t^n, n = HCK(n_1, n_2, \ldots, n_p), \\ dx = nt^{n-1}dt. \end{matrix} \right\rvert = n\int R\left(t^n, t^{n_1' m_1}, t^{n_2' m_2}, \ldots, t^{n_p' m_p}\right)t^{t-1}dt.$ |
| 2. | $\int R\left(x, \sqrt[n]{ax+b}\right)dx = \left\lvert \begin{matrix} t = \sqrt[n]{ax+b}, x = \frac{1}{a}\left(t^n - b,\right) \\ dx = \frac{n}{a}t^{n-1}dt. \end{matrix} \right\rvert = \frac{n}{a}\int R\left(\frac{t^n - b}{a}, t\right)t^{t-1}dt.$ |
| 3. | $\int R\left(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right)dx = \left\lvert \frac{ax+b}{cx+d} = t^n, x = \frac{-b+dt^n}{a-ct^n}, dx = n(ad-bc)\frac{t^{n-1}dt}{\left(a-ct^n\right)^2}. \right\rvert =$ <br> $= n(ad-bc)\int R\left(\frac{-b+dt^n}{a-ct^n}, t\right)\frac{t^{n-1}dt}{\left(a-ct^n\right)^2}.$ |
| 4. | $\int R\left(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}, \sqrt[m]{\frac{ax+b}{cx+d}}, \ldots\right)dx = \left\lvert \begin{matrix} \frac{ax+b}{cx+d} = t^r, r = HCK(n, m, \ldots), x = \frac{-b+dt^r}{a-ct^r}, \\ dx = r(ad-bc)\frac{t^{r-1}dt}{\left(a-ct^r\right)^2}. \end{matrix} \right\rvert =$ <br> $= r(ad-bc)\int R\left(\frac{-b+dt^r}{a-ct^r}, t^{\frac{r}{n}}, t^{\frac{r}{m}}, \ldots\right)\frac{t^{r-1}dt}{\left(a-ct^r\right)^2}.$ |
| 5. | $\int x^m\left(a+bx^n\right)^p dx = \left\lvert x^n = t, x = t^{\frac{1}{n}}, dx = \frac{1}{n}t^{\frac{1}{n}-1}dt. \right\rvert = \frac{1}{n}\int (a+bt)^p t^q dt,$ <br> $a, b \neq 0, m, n, p \in Q, a, b \in R.$ |
| 6. | $\int \frac{P_m(x)dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}} = Q_{m-1}(x)\sqrt{ax^2+bx+c} + K\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}},$ <br> де коефіцієнти $Q_{m-1}(x)$ і число $K$ шукаються методом невизначених коефіцієнтів. |

Формули (2) – (4) таблиці 2 взяті із літератури [2, с. 300-301], через те, що у них найкраще відображено усі необхідні дані для реалізації підстановок у початковий інтеграл.

Курсантам пропонуються вправи, що відображають обчислення інтегралів від кожного виду ірраціональностей, наведених у цій таблиці.

Інтеграли від ірраціональних функцій не вичерпуються наведеними вище. Існує інтеграл виду $\int R\left(x, \sqrt{ax^2+bx+c}\right)dx$, обчислення якого вимагає розгляду трьох випадків. Процес знаходження такого інтеграла реалізується за допомогою підстановок Ейлера (таблиця 3).

*Таблиця 3*

| Підстановки Ейлера для інтегралів виду $\int R\left(x, \sqrt{ax^2+bx+c}\right)dx$ | |
|---|---|
| 1. | $\int R\left(x, \sqrt{ax^2+bx+c}\right)dx = \int R\left(x, t - x\sqrt{a}\right)x'(t)dt, a > 0.$ |
| 2. | $\int R\left(x, \sqrt{ax^2+bx+c}\right)dx = \int R\left(x, tx - \sqrt{c}\right)x'(t)dt, c > 0.$ |
| 3. | $\int R\left(x, \sqrt{ax^2+bx+c}\right)dx = \int R\left(x, t(x-\alpha)\right)x'(t)dt, a < 0, c < 0.$ |

Перед тим, як перейти до відшукання інтегралів від тригонометричних функцій, слід наголосити, що такі інтеграли, як і інтеграли від функцій ірраціональних, не завжди обчислюються. Однак можна вказати клас таких функцій, інтеграли від яких виражаються в скінченному вигляді (таблиця 4).

*Таблиця 4*

| Інтегрування тригонометричних функцій | |
|---|---|
| 1. | $\int R(\cos x,\sin x)dx = \int R\left(\frac{1-t^2}{1+t^2},\frac{2t}{1+t^2}\right)\frac{2}{1+t^2}dt; t = tg\frac{x}{2}, x = arctgt.$ |
| 2. | $\int R(\cos x,\sin^2 x)\sin xdx = -\int R(\cos x,1-\cos^2 x)d(\cos x).$ |
| 3. | $\int R(\cos^2 x,\sin x)\cos xdx = \int R(1-\sin^2 x,\sin x)d(\sin x).$ |
| 4. | $\int R(\cos^2 x,\sin^2 x)dx = \int R\left(\frac{1}{1+t^2},\frac{t^2}{1+t^2}\right)\frac{1}{1+t^2}dt; t = tgx, x = arctgt.$ |
| 5. | $\int R(tgx)dx = \int R(t)\frac{1}{1+t^2}dt; t = tgx, x = arctgt.$ |

Для порівняння можна запропонувати курсантам обчислити $\int \cos 3x \sin 4xdx$ двома способами: перший з яких, потребує використання формули перетворення добутку в суму, а другий реалізується однією з формул таблиці 5.

*Таблиця 5 [1, с. 734]*

| Інтеграли від тригонометричних функцій | |
|---|---|
| 1. | $\int \sin mx \cos nxdx = -\frac{\cos(m+n)x}{2(m+n)} - \frac{\cos(m-n)x}{2(m-n)} + C, m \neq n.$ |
| 2. | $\int \sin mx \sin nxdx = \frac{\sin(m-n)x}{2(m-n)} - \frac{\sin(m+n)x}{2(m+n)} + C, m \neq n.$ |
| 3. | $\int \cos mx \cos nxdx = \frac{\sin(m-n)x}{2(m-n)} + \frac{\sin(m+n)x}{2(m+n)} + C, m \neq n.$ |
| 4. | $\int \sin^m x \cos^n xdx = -\frac{\sin^{m-1} x \cos^{n+1} x}{m+n} + \frac{m-1}{m+n}\int \sin^{m-2} x \cos^n xdx, m \neq n.$ |

Але слід пам'ятати, що постійне використання наочних таблиць з формулами на практичних заняттях призведе до незнання курсантами теоретичного матеріалу. Тому запропоновану методику бажано застосовувати лише на перших практичних заняття з тієї чи іншої теми.

Поштовхом до розгляду цієї теми стали власні спостереження, проведені під час практичних занять. У поліпшенні організації навчальної роботи і підвищенні її якості велику допомогу викладачу надають наочні посібники.

Звичайно, можна при розв'язуванні вправ на знаходження інтегралів користуватися теоретичним матеріалом, поданим на лекціях. Але, зазвичай, на перших практичних заняттях курсантам важко зрозуміти практичне застосування тієї чи іншої підстановки. Тому, як показує практика, процес обчислення інтегралів значно прискорюється, якщо на заняттях наявні таблиці, згадані вище.

**Список використаних джерел**

1. Бермант А.Ф. Краткий курс математического анализа для втузов/ А.Ф. Бермант, И.Г. Араманович. – М. : Наука, 1966. – 735 с.

2. Бронштейн И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов/ И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М. : Наука, 1981. – 720 с.
3. Дубовик В.П. Вища математика/ В.П. Дубовик, І.І. Юрик. – К. : А.С.К., 2001. – 648 с.
4. Колодій І.В. Використання опорних таблиць і схем при вивченні математики в старших класах/ І.В. Колодій// Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики. – 2001. – Т. 1. – С. 161-167.

*The article explains the expediency of the use of evident material which may be reasonable during the practical employments after the theme „Integration of rational, irrational and trigonometric functions", that facilitates its mastering the students of the faculty of military preparation.*

***Key words:*** *integral, polynomial, correct and wrong rational shots, method of indefinite coefficients, integral from a rational function, integral from an irrational function, integration of trigonometric functions.*

**УДК 378.14**

***Ковтонюк М. М.****

# ДЕЯКІ АСПЕКТИ ФУНДАМЕНТАЛІЗАЦІЇ ЗМІСТУ ПРОФЕСІЙНОЇ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

*Досліджується фундаменталізація змісту професійної педагогічної освіти. Пропонуються умови і шляхи фундаменталізації змісту професійної підготовки майбутнього вчителя математики.*

***Ключові слова:*** *фундаменталізація змісту освіти, професійна педагогічна підготовка, вчитель математики.*

Підготовка висококваліфікованих професіоналів була і залишається найважливішим завданням вищих навчальних закладів. Однак у сучасних умовах його не можна розв'язати без фундаменталізації освіти. Це пояснюється тим, що науково-технічний прогрес перетворив фундаментальні науки у безпосередню, постійно діючу і найбільш ефективну рушійну силу виробництва. Все більше фундаментальних теорій починають використовуватися для практичних потреб, трансформуючись в інженерні чи інші прикладні теорії. Конкурентоздатність успішних фірм значною мірою забезпечується фундаментальними розробками у дослідницьких лабораторіях цих фірм чи в університетах, у науково-технічних центрах тощо.

Проблема фундаменталізації освіти є особливо важливою для підготовки вчителя, який у майбутньому формуватиме в учнів відповідні компетенції для роботи у високотехнологічному виробництві, навчанні.

Виховання творчої особистості майбутнього учителя у ВНЗ має реалізовуватися через оптимальне поєднання фундаментального, гуманітарного і професійного блоків дисциплін, їх взаємопроникнення на основі міждисциплінарних зв'язків і постдисциплінарного синтезу, інтегрованих курсів, міждисциплінарних форм контролю, що забезпечують формування цілісної особистості на основі системного знання.

Проблему фундаменталізації змісту вищої освіти розглядають у своїх наукових дослідженнях С. Бєляєва, С. Гончаренко, Г. Дутка, С. Казанцев, В. Кінельов, В. Кондратьєв, В. Кушнір, Г. Кушнір, Е. Лузік, Л. Онищук, Н. Садовніков, Ж. Сайгітбаталов, С. Семеріков, П. Сікорський і О. Горіна, А. Субетто, А. Суханов, В. Тестов, М. Чіталін та інші.

Мета статті – здійснити аналіз змісту професійної підготовки майбутнього вчителя математики, запропонувати умови і шляхи фундаменталізації змісту його професійної підготовки.

Ефективним засобом досягнення фундаментальності, на думку багатьох дослідників, може стати так звана циклова система освіти (єдині цикли дисциплін). Л. Онищук вважає, що проблему цілісності фундаментальної освіти потрібно розглядати на трьох рівнях: І рівень (вищий) – ціліс-