

УДК 539.1.074: 004.315

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МОДЕЛИ

Н.Е. Сапожников, Д.В. Моисеев, А.Г. Шокин, Ю.А. Барановский

Севастопольский национальный университет ядерной энергии и промышленности

Работа посвящена вопросам построения вероятностного арифметического устройства, в состав которого входят устройства для выполнения вероятностных операций сложения, умножения, возведения в целую степень, деления и вычитания. В работе приведен математический аппарат, позволяющий выполнять перечисленные арифметические операции над данными, представленными в вероятностной форме. Выполнен анализ преимуществ предложенного вероятностного арифметического устройства по отношению к существующим цифровым арифметическим устройствам.

Введение

Вопросам, посвященным вероятностному представлению и преобразованию данных, посвящен целый ряд работ [1 – 4], анализируя которые, можно сделать вывод, что вероятностная форма представления информации, применяемая до настоящего момента лишь в узкой специализированной области, может быть использована и в широком спектре областей народного хозяйства. В связи с этим назревает необходимость выполнить систематизацию и унификацию основных вычислительных узлов вероятностных систем.

Неосвещенными и нераскрытыми остаются вероятностные вычислители, их возможности и возможные преимущества над «классическими» цифровыми. Для этого в работе решается вопрос построения вероятностного арифметического устройства как единой системы, и выполнен анализ отдельных компонентов, входящих в его состав.

Рассмотрение «классического» арифметико-логического устройства (АЛУ), представленного в [5], позволяет сделать вывод, что основой данного АЛУ служит сумматор, схема которого дополнена логикой, расширяющей ее функциональные возможности и выполняющей перестройки с одного типа операций на другие. Основным недостатком рассмотренной схемы является большой аппаратный объем, который, в свою очередь, ведет к увеличению энергопотребления и уменьшению надежности. Представленная схема аппаратно реализует только операцию сложения, остальные операции реализуются программно.

Стоит отметить, что вероятностная форма представления позволяет выполнять операции сложения, умножения, возведения в степень, вычитания, деления непосредственно, без применения дополнительных алгоритмов и механизмов, в отличие от «классического» цифрового представления двоичной информации, где все операции выполняются на основе операции сложения.

Постановка цели и задачи

Цель данной научной работы – формализовать основы вероятностного арифметического устройства и принцип его функционирования. Для решения поставленной цели необходимо проанализировать то, каким образом производится выполнение арифметических операций над вероятностно представленными данными.

Анализ выполнения предложенных вероятностных арифметических операций

Наиболее просто в вероятностной схемотехнике реализуется операция сложения. Рассмотрим вероятностный сумматор, для чего проведем аналогию с двоичным параллельным шестнадцатиразрядным сумматором. При использовании в качестве единицы измерения количества элементарных логических элементов его объем составит 181 элемент [5]. Теперь наблюдаем, как же обстоит дело с вероятностной формой, для этого обратимся к выражению, описывающему данную операцию [1]:

$$\left(\sum_{q=1}^Q x_q\right)^* = \frac{1}{K} \sum_{q=1}^Q \sum_{j=1}^K y_{qj},$$

откуда следует, что вероятностный сумматор является логической схемой "ИЛИ" с устройством временной задержки.

Для операции вычитания [3], выполнив те же действия, что и для сложения двух слагаемых, второе из которых взято с противоположным знаком, получим выражение при равномерном распределении вспомогательных случайных сигналов:

$$x_1 - x_2 = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K (y_{1j} - y_{2j}).$$

Такую функцию довольно просто реализовать на базе реверсивного счетчика, подавая на его входы значения вероятностных отображений.

Используя $q = \overline{1, Q}$ вероятностно представленных сигналов, их конъюнкцию можно записать следующим образом:

$$\&_{q=1}^Q y_{qj} (t) = \left\{ \&_{q=1}^Q y_{q1}; \&_{q=1}^Q y_{q2}; \dots; \&_{q=1}^Q y_{qj}; \dots \&_{q=1}^Q y_{qk} \right\}.$$

Иными словами, вычисление произведения в вероятностной форме сводится к нахождению математического ожидания (МО) логической функции конъюнкции [2], принимая в качестве оценки МО среднее значение, окончательно получим

$$\left(\prod_{q=1}^Q x_q\right)^* = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K \&_{q=1}^Q y_{qj}.$$

Анализируя два последних выражения, приходим к выводу, что для вычисления Q вероятностно представленных сомножителей необходим один конъюнктор на Q входов.

Для нахождения целочисленной степенной функции вероятностно представленного сигнала перепишем предыдущее выражение в виде [3]

$$x^n = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K [y_j \& y_{(j+1)} \& y_{(j+2)} \dots \& y_{(j+n-1)}].$$

Данная реализация крайне проста, так как для ее реализации достаточно построить последовательную схему.

Сложнее обстоит ситуация с выполнением операции деления в вероятностной форме представления данных, так как непосредственно данная операция не может быть выполнена. Достижение поставленной задачи решается за счет замены данной опера-

ции на умножение делимого на обращенное значение делителя. В основе вероятностного обращения делителя x лежит соотношение [3]

$$x^{-1} = \sum_{q=0}^m (1-y)^q,$$

и тогда выражение для частного примет вид

$$x_1 x_2^{-1} = \sum_{j=1}^K \sum_{q=0}^m y_{1j} (1-y_{2j})^q.$$

Оценка разности $1-y_{2j}$ может быть получена в виде инвертированного вероятностного отображения y_{2j} . Тогда для вероятностного обращения делителя необходимо последовательно выполнить операции инверсии, возведения в целую степень, умножения и сложения.

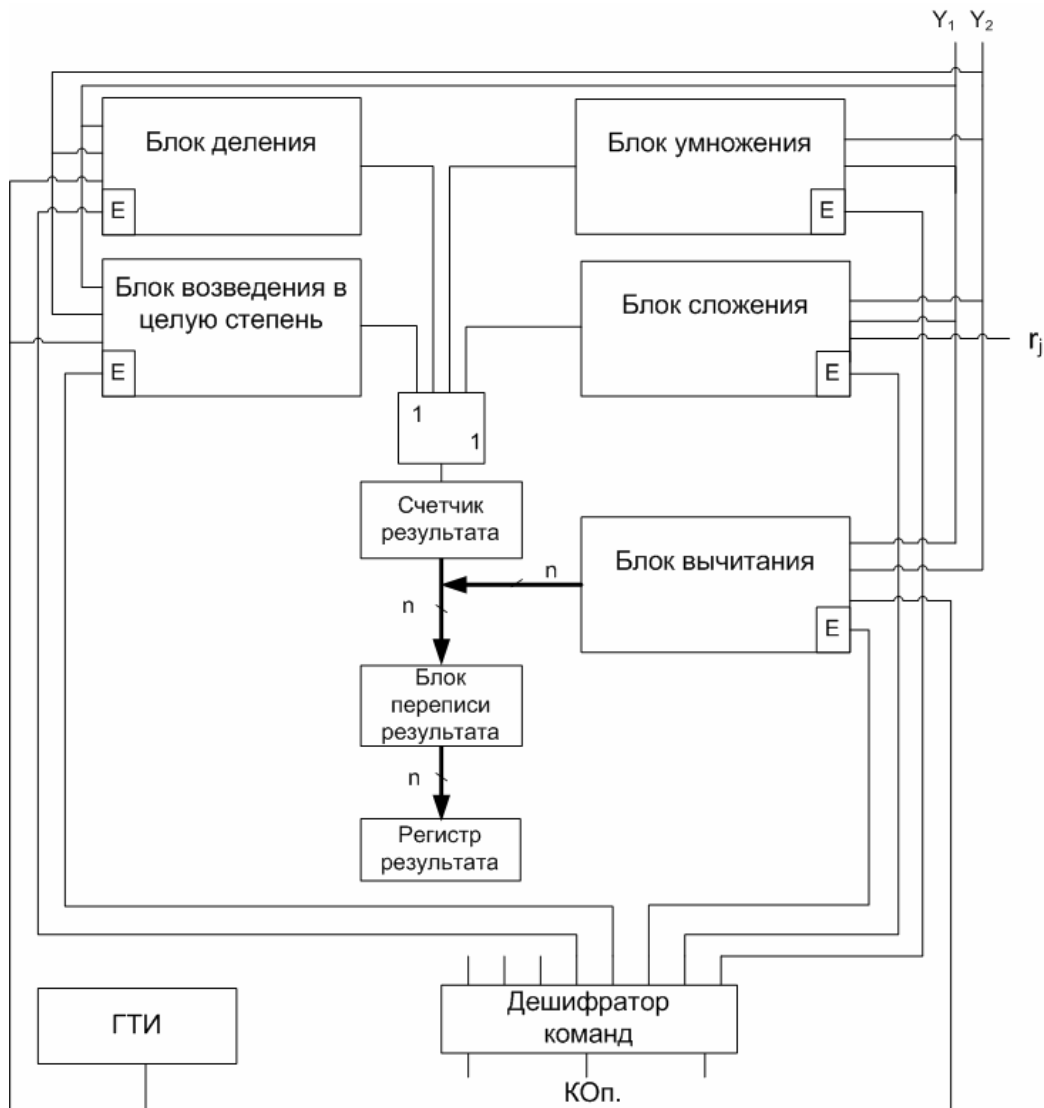


Рис. Вероятностное арифметическое устройство

Обобщенная функциональная схема вероятностного арифметического устройства представлена на рисунке. В состав схемы входят генератор тактовых импульсов, выполняющий задающую и синхронизирующую функции, полный дешифратор на три входа, четырехходовый дизъюнктор, счетчик результата, блок переписи результата, регистр результата, а также блоки выполнения арифметических операций:

- блок умножения, включающий в себя три двухходовых конъюнктора;
- блок сложения, состоящий из дизъюнктора, двух трехходовых конъюнкторов и одноконтного D-триггера;
- блок вычитания, использующий реверсивный счетчик, два двухходовых конъюнктора и одноконтный D-триггер;
- блок деления, основу которого составляют $m + 2$ трехходовых конъюнкторов, столько же двухходовых конъюнкторов и одноконтных D-триггеров, а также полный дешифратор на $\log_2 m$ входов, дизъюнктор на $m + 1$ входов и инвертор;
- блок возведения в целую степень, включающий в свой состав $2m$ двухходовых конъюнкторов, $m - 1$ одноконтных D-триггеров, а также полный дешифратор на $\log_2 m$ входов, дизъюнктор на $m + 1$ входов.

Выводы

Анализ сравнения предложенного вероятностного арифметического устройства с «классическим» цифровым позволяет сделать следующие выводы:

- при выполнении сложения двух операндов аппаратный объем вероятностного сумматора составит 13 базовых логических элементов, в то время как аппаратный объем параллельного 16-разрядного комбинационного сумматора составит 181 элемент, что на уровне логического элемента превышает предложенное решение в 14 раз;
- при умножении двух двухбайтовых двоичных чисел потребуется множительное устройство, число элементов булева базиса в котором составит около 700, в то время как вероятностное множительное устройство будет реализовано на трех конъюнкторах;
- схема возведения в квадрат в вероятностной форме реализуется на двух элементах, с увеличением степени количество элементов будет $2 \cdot n$, где n – это степень, что дает преимущество по сравнению цифровым устройством приблизительно в 300 раз.
- аппаратный объем предложенного вероятностного делителя по сравнению с цифровым примерно в 6 раз меньше.

Предполагая, что конгломерат предложенных решений составит основу вероятностного арифметического устройства, можно прийти к заключению, что вся схема в среднем выигрывает более чем в 200 раз относительно аналогичной цифровой двоичной схемы, выполняющей тот же набор арифметических операций. Предложенное решение за счет явной минимизации аппаратных средств, несомненно, окажется востребованным в различных отраслях народного хозяйства и будет еще более востребовано в технологических процессах, связанных с повышенными нормами и требованиями к безопасности, надежности, энергоемкости, радиационной стойкости и пр.

ІМОВІРНІСНІ ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МОДЕЛІ

М.Є. Сапожніков, Д.В. Моїсєєв, О.Г. Шокін, Ю.О. Барановський

Розглянуто питання побудови ймовірнісного арифметичного пристрою, до складу якого входять механізми для виконання ймовірнісних операцій складання, множення, піднесення до цілого степеня, ділення і віднімання. Надано математичний апарат, що дозволяє виконувати перераховані арифметичні операції над даними, наведеними в ймовірнісній формі. Виконано аналіз переваги запропонованого ймовірнісного арифметичного пристрою по відношенню до існуючих цифрових арифметичних пристроїв.

PROBABILISTIC CALCULABLE MODELS

N. Sapozhnikov, D. Moiseev, A. Shokin, U. Baranovsky

Here are the construction questions of the probabilistic arithmetic unit having the devices for probabilistic operations of addition, multiplication, integral powering, division and subtraction. The mathematical tool for the performing of above mentioned arithmetic operations with data presented in the probabilistic form is given. The advantage of the suggested probabilistic arithmetic unit in relation to existent digital arithmetic units was analyzed.

Список использованных источников

1. *Сапожников Н.Е.* К вопросу о выполнении операции сложения над вероятностно преобразованными сигналами / Н.Е. Сапожников // Сб. всесоюзной школы-семинара "Передача, обработка и отображение информации". – Теберда - Харьков, 1991. – С. 25 - 28.
2. *Сапожников Н.Е.* Вероятностное множительное устройство / Н.Е. Сапожников // Подходы в улучшении профессионального становления выпускников высшей школы: сб. – Севастополь: СВВМИУ, 1992. – С. 47 - 49.
3. *Сапожников Н.Е.* Сравнительная оценка эффективности дискретных форм представления информации / Н.Е. Сапожников // Зб. наук. пр. СНУЯЕтаП. – Севастополь: СНУЯЭиП, 2000. – Вып. 1. – С. 64 - 70
4. *Сапожников Н.Е.* Оценка точности и быстродействия при вероятностной форме представления информации / Н.Е. Сапожников, Д.В. Моїсєєв, Ю.Ю. Столярчук // Зб. наук. пр. СНУЯЕтаП. – Севастополь: СНУЯЭиП, 2011. – Вип. 3 (39). – С. 134 - 140.
5. *Угрюмов Е.П.* Цифровая схемотехника: учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. / Е.П. Угрюмов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004. – 800 с.

Надійшла до редакції 07.03.2013 р.