ПРИКЛАДНА ФІЗИКА І МАТЕМАТИКА

УДК 532.528

УЛЬТРАЗВУКОВАЯ КАВИТАЦИЯ. СООБЩЕНИЕ 1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ И КАВИТАЦИОННАЯ ЭРОЗИЯ В УЛЬТРАЗВУКОВОМ ПОЛЕ

Б.П. Береза, В.А. Пухлий

Севастопольский национальный университет ядерной энергии и промышленности

Рассматриваются уравнения движения кавитационной полости при расширении и сжатии пузырьков в ультразвуковом поле в рамках несжимаемой и сжимаемой жидкости. Рассматриваются процессы кавитационной эрозии.

Введение

Как известно из теории акустической кавитации [1, 2], при воздействии ультразвука в жидкости образуются мельчайшие пузырьки, которые мгновенно схлопываются, при этом сильно разогреваясь и испуская короткие световые импульсы (сонолюминесценция).

Одновременно осуществляются процессы кавитационного разрушения и диспергирования твердых тел в ультразвуковом поле (кавитационная эрозия). В технике широко используются физические процессы данного типа, например, ультразвуковые колебания большой интенсивности в порошковой металлургии для получения материалов высокой дисперсности, размером частиц до 10^{-9} м [3].

Физический механизм этого явления удалось понять в последние десятилетия благодаря работам американского физика Фелипе Гантана, сумевшего осуществить процесс запирания пузырьков в стоячих звуковых волнах, управляя их расширением и сжатием. В настоящее время физиками установлено, что в заключительной фазе схлопывания пузырьки сжимаются со скоростью 1,0…1,5 км/с, что в 3-4 раза превышает скорость звука в жидкости. Это в свою очередь обуславливает возникновение ударных волн, которые сильно нагревают газы внутри пузырька ($T = 10^4$ К). Проведенные расчеты показывают, что в зоне фронта ударной волны температура может составлять до $T = 10^5$ К.

Следует подчеркнуть, что проблема сверхтонкого диспергирования твердых материалов весьма актуальна в современной технике. Отметим также, что диспергирование твердых материалов осуществляется различными методами, основанными на механических, термических и электрохимических методах измельчения. Заметим, что в этих процессах получаются порошки с размерами частиц порядка микрона, что в ряде случаев совершенно недостаточно.

Следует отметить, что все физические явления, происходящие при ультразвуковой кавитации (сонолюминесценция, кавитационный шум, кавитационная эрозия, инициирование ряда химических реакций и др.), обуславливаются существованием кавитационных полостей в поле интенсивной ультразвуковой волны.

Важное значение имеют вопросы, связанные с рассмотрением влияния статического давления при интенсификации процессов ультразвуковой кавитации [4]. Проведенные рядом ученых экспериментальные исследования свидетельствуют о повышении степени кавитационного разрушения, в связи с чем возникает проблема оптимальности соотношения между амплитудой звукового давления и статическим давлением. В процессе ультразвукового диспергирования при избыточном статическом давлении возможно получить частицы материала порядка $10^{-8}…10^{-9}$ м.

Постановка цели и задачи научного исследования

Целью данной работы является обоснование математической модели процесса кавитации, когда объектом исследования являются отдельные пузырьки.

Для достижения поставленной цели рассматриваются процессы ультразвуковой кавитации в несжимаемой и сжимаемой жидкостях. Осуществляется постановка задачи Коши для кавитационной полости. Обсуждаются вопросы кавитационной эрозии в ультразвуковом поле.

Ультразвуковая кавитация в несжимаемой жидкости

Задача исследования динамики кавитационной полости (пузырька) заключается в количественном определении величин, характеризующих движение кавитационной полости: радиуса R, скорости движения $\dot{R} = \frac{dR}{dt}$ и ускорения $\ddot{R} = \frac{d^2R}{dt^2}$.

Дифференциальные уравнения движения кавитационной полости следуют из основных законов механики, которые описывают динамику жидкости, газа, пара, плазмы и т.д.

Запишем уравнение движения для точки пространства $r \geq R$:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}. \tag{1}$$

Здесь R – кавитационная полость радиуса R = R(t); u, p – скорость жидкости и давление в точке пространства r; ρ – плотность жидкости.

Уравнение неразрывности примет вид

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 u\right) = 0. \tag{2}$$

При безвихревом движении жидкости введем потенциал скорости φ:

$$u = -\frac{\partial \varphi}{\partial r}. \tag{3}$$

Произведя в выражении (1) интегрирование от r до ∞, запишем

$$-\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{u^2}{2} + \int_{P_\infty}^{p(r)} \frac{dp}{\rho} = 0. \tag{4}$$

При $r \to \infty$ получим, что $\varphi = 0$, $u = 0$, $p(r) = P_\infty$.

Условие несжимаемости жидкости $\rho = \rho_0 = \text{const}$ из (4) дает

$$\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{u^2}{2}+\frac{1}{\rho_0}\left[P_\infty-p(r)\right]=0\,. \qquad (5)$$

Из уравнения (2) следует

$$u=\frac{C}{r^2}\,.$$

Примем во внимание, что на границе полости радиуса R скорость жидкости будет равна скорости расширения пузырька $u=\dot{R}$, которую обозначим через V: u = V. Для константы C имеем $C=R^2\dot{R}$. В результате получим

$$u=\frac{R^2\dot{R}}{r^2}$$

или

$$u=V\frac{R^2}{r^2}\,. \qquad (6)$$

Запишем выражение для потенциала скорости

$$\varphi=-\frac{R^2\dot{R}}{r^2}=V\frac{R^2}{r^2}\,;\qquad \frac{\partial\varphi}{\partial r}=\frac{R^2\dot{R}}{r}\,;\qquad \frac{\partial\varphi}{\partial t}=-\frac{2R\dot{R}^2+R^2\ddot{R}}{r}\,; \qquad (7)$$

Подставляя величину $\frac{\partial\varphi}{\partial t}$ из (7) в выражение (5), запишем [5]

$$\frac{1}{r}\left(\frac{R^2}{2}\frac{d^2V^2}{dR}+2RV^2\right)-\frac{1}{2}V^2\frac{R^2}{r^4}+\frac{1}{\rho_0}\left[P_\infty-p(r)\right]=0\,. \qquad (8)$$

Принимая во внимание, что $V=\frac{\partial R}{\partial t}$ при r = R, уравнение (8) перепишем следующим образом:

$$R\frac{d^2R}{dt^2}+\frac{3}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2+\frac{1}{\rho_0}\left[P_\infty-P(R)\right]=0\,. \qquad (9)$$

Уравнение (9) описывает пульсации кавитационной полости при давлении $P=P_\infty$ и давлении на поверхности полости P(R).

Для простейшего случая постоянного давления на бесконечности ($P_\infty=P_0$, где P_0 – гидростатическое давление) решение уравнения (9) было получено лордом Рэлеем [6].

Принимая в дальнейшем условие R(R) =0 (внутри кавитационной полости вакуум), получим для скорости захлопывания кавитационной полости

$$V^2=\frac{2}{3}\frac{P_0}{\rho_0}\left(\frac{R_{max}^3}{R^3}-1\right). \qquad (10)$$

Здесь R_{max} – максимальный радиус полости в начале процесса захлопывания.

Интегрируя выражение (10), получим

$$\tau = 0{,}915 R_{max} \left(\frac{\rho_0}{P_0} \right)^{1/2}. \qquad (11)$$

Здесь τ – время захлопывания пустой полости в поле давления P_0.

Выражение (11) представляет собой известную *формулу Рэлея.*

Рассмотрим кавитационную полость, заполненную паром и газом.

Отметим, что изменение давления газа внутри полости зависит от изменения радиуса R следующим образом:

$$P_г = P_{г0} \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} = \left(P_0 + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma}. \qquad (12)$$

В выражении (12) γ – показатель политропы, определяющий состояние газа в полости. Отметим, что $\gamma = 1$ для случая изотермических пульсаций и $\gamma = 4/3$ для случая адиабатических пульсаций.

Давление пара $P_п$ принимается равным некоторой постоянной величине, которая обуславливается температурой жидкости, что эквивалентно предположению о линейной зависимости конденсации пара и испарению жидкости изменением объема пузырька. На границе пузырька для этого случая действует следующее условие:

$$\left(P_0 + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} + P_п = P(R) + \frac{2\sigma}{R}. \qquad (13)$$

Здесь σ – поверхностное натяжение; величина $2\sigma/R$ соответствует давлению, обуславливаемому поверхностным натяжением.

Из выражения (13) следует

$$P(R) = \left(P_0 + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} + P_п - \frac{2\sigma}{R}. \qquad (14)$$

Рассмотрим воздействие на кавитационную полость давления ультразвукового поля с амплитудой P_m и частотой f. Тогда давление на бесконечности запишется следующим образом:

$$P_\infty = P_0 - P_m \sin \omega t, \qquad (15)$$

где $\omega = 2\pi f$.

С учетом выражений для $P_г$ (12) и P(R) (14) из уравнения (9) получим

$$R \frac{d^2R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 + \frac{1}{\rho_0} \left[P_0 - P_п - P_m \sin \omega t + \frac{2\sigma}{R} - \left(P_0 + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} \right] = 0. \qquad (16)$$

Уравнение (16) представляет собой нелинейное дифференциальное уравнение 2-го порядка и описывает пульсации кавитационного газового пузырька в поле ультразвуковой волны.

В теории ультразвуковой кавитации уравнение (16) носит название *уравнения Нолтинга-Непайраса* [7].

Следует отметить, что уравнение (16) достаточно удовлетворительно описывает изменение радиуса кавитационного пузырька, пульсирующего в поле ультразвуковой волны. Однако уравнение (16) не позволяет определить максимальные скорости захлопывания кавитационных полостей и связанные с ними максимальные давления, определяющие различные явления в жидкости. Связано это с тем фактом, что в конечной стадии захлопывания кавитационного пузырька скорости движения его границы соответствуют скорости звука в жидкости, ввиду чего предположение о несжимаемости жидкости будет некорректным.

Ультразвуковая кавитация в сжимаемой жидкости

Рассмотрим процесс пульсации сферической полости в сжимаемой жидкости. В этом случае уравнение движения (1) остается неизменным, а уравнение неразрывности в общем случае примет вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\rho u\right)=0. \tag{17}$$

Как и ранее, введем потенциал скорости φ – выражение (3). Рассмотрим пульсации кавитационной полости и связанное с ней движение жидкости при условии, что скорость $u(r)$ при $r \geq R$ существенно меньше скорости звука c_0 в невозмущенной жидкости, т.е. $u/c_0 \ll 1$.

Выражение для c_0 запишется следующим образом:

$$c_0=\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)^{1/2}. \tag{18}$$

Для расходящейся сферической волны в данном приближении можно записать следующее уравнение [8]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+c_0\frac{\partial}{\partial r}\right)(r\varphi)=0. \tag{19}$$

Из выражений (4) и (19) запишем u, $u=-\partial\varphi/\partial r$ и далее подставим в уравнение движения (1). В результате получим [9]

$$ru\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)+\frac{r}{\rho}\frac{\partial p}{\partial t}+c_0\frac{u^2}{2}+c_0\int\limits_{R_\infty}^{P(r)}\frac{dp}{\rho}+c_0ru\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{c_0 r}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}=0. \tag{20}$$

Запишем выражение для давления P(R) и скорости V на поверхности полости радиуса R(t):

$$\frac{\partial P(R)}{dt}=\frac{\partial p}{\partial t}+V\frac{\partial p}{\partial r}, \tag{21}$$

$$\frac{dV}{dt}=\frac{\partial u}{\partial t}+V\frac{\partial u}{\partial r}. \tag{22}$$

Тогда уравнение неразрывности (17) с учетом (18) запишется следующим образом:

$$\frac{1}{\rho c_0^2}\frac{\partial p}{\partial t}+\frac{u}{\rho c_0^2}\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{2u}{r}=0\,. \tag{23}$$

Из уравнений (1) и (23) с учетом соотношений (21) и (22) получим выражения для частных производных [9]. Подставив их в уравнения (20), с учетом r = R придем к следующему уравнению:

$$R\left(1-\frac{2V}{c_0}\right)\frac{d^2R}{dt^2}+\frac{3}{2}\left(1-\frac{4}{3}\frac{V}{c_0}\right)\left(\frac{dR}{dt}\right)^2-\int\limits_{P_\infty}^{P(R)}\frac{dp}{\rho}-\frac{R}{\rho}\frac{V}{c_0}\left(1-\frac{V}{c_0}-\frac{V^2}{c_0^2}\right)\frac{dP(R)}{dR}=0\,. \tag{24}$$

Здесь, как и ранее, $V=dR/dt$.

Поскольку изменение ρ пропорционально u^2/c_0^2, в рассматриваемом приближении имеют место соотношения $u^2/c_0^2 \ll 1$ и $\rho=\rho_0$.

В результате уравнение (24) запишется следующим образом:

$$R\left(1-\frac{2V}{c_0}\right)\frac{d^2R}{dt^2}+\frac{3}{2}\left(1-\frac{4}{3}\frac{V}{c_0}\right)\left(\frac{dR}{dt}\right)^2+\frac{1}{\rho_0}\left[P_\infty-P(R)\right]+\frac{R}{\rho_0}\frac{V}{c_0}\left(1-\frac{V}{c_0}\right)\frac{dP(R)}{dR}=0\,. \tag{25}$$

Уравнение (25) представляет собой уравнение пульсаций кавитационной полости с учетом сжимаемости жидкости в первом приближении, оно впервые было получено Херрингом [10].

В дальнейшем Флинном [1] было получено уравнение, в котором учитывалась дополнительно вязкость жидкости при пульсациях пузырька, для чего в уравнение (25) подставлялись значения P_∞ и $P(R)$ – выражения (14) и (15).

Уравнение Флинна записывается следующим образом:

$$\begin{gathered}R\left(1-2\frac{V}{c_0}\right)\frac{d^2R}{dt^2}+\frac{3}{2}\left(1-\frac{4}{3}\frac{V}{c_0}\right)\left(\frac{dR}{dt}\right)^2+\frac{1}{\rho_0}\left[P_0-P_п-P_m\sin\omega t+\frac{2\sigma}{R}+\right.\\ \left.+\frac{4\mu v}{R}-\left(P_0-\frac{2\sigma}{R_0}\right)\left(\frac{R_0}{R}\right)^{3\gamma}\right]+\frac{R}{\rho_0}\frac{V}{c_0}\left(1-\frac{V}{c_0}\right)\frac{dP(R)}{dR}=0\,.\end{gathered} \tag{26}$$

Следует заметить, что при значениях $V/c_0 \ge 1$ уравнение Флинна можно применять только для качественного изучения хода процесса захлопывания кавитационного пузырька.

Изучение процессов пульсаций кавитационной полости с произвольными скоростями V с учетом сжимаемости жидкости возможно на основе применения метода Кирквуда и Бете [11]. Идея метода состоит в том, что для случая сферических волн конечной амплитуды величина rφ распространяется со скоростью

$$\tilde{c}=c+u\,. \tag{27}$$

Данное предположение аналогично распространению фиксированных значений давления и скорости в плоской римановой волне. В выражении (27) c – локальное значение скорости распространения звука при произвольных возмущениях:

$$c = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_S^{1/2}. \tag{28}$$

Так как величина $(r\varphi)$ распространяется со скоростью $\tilde{c}$, то и величина $G = r\dfrac{\partial \varphi}{\partial t}$ будет распространяется с этой же скоростью $\tilde{c}$.

Из выражений (1) и (17) следует [11]

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = h + \frac{u^2}{2}. \tag{29}$$

Здесь h – удельная энтальпия.

Для изоэнтропических течений получим

$$h = \int_{P_\infty}^{P} \frac{dp}{\rho}. \tag{30}$$

Далее водится понятие кинетической энтальпии $\dfrac{\partial \varphi}{\partial t} = \Omega$.

Вследствие этого для функции

$$G = r\Omega = r\left(h + \frac{u^2}{2} \right) \tag{31}$$

выполняется следующее уравнение:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \tilde{c}\frac{\partial}{\partial r} \right) G = 0, \tag{32}$$

из которого следует, что функция $G(r,t)$ на поверхности излучающей сферы радиуса R в момент времени t_R, ее значение в произвольной точке пространства r определяется следующим образом:

$$G(r,t) = G(R, t_R). \tag{33}$$

Здесь

$$t = t_R + \int_R^r \frac{dr}{\tilde{c}}. \tag{34}$$

Следовательно, изучение сферических волн конечной амплитуды, излучаемой кавитационной полостью, связано с вычислением функции $G(R, t_R)$ на поверхности сферы и времени t – выражение (34).

Перейдем к изучению пульсаций кавитационной полости радиуса R. Подставив выражение (31) в (32), придем к следующему уравнению:

$$\tilde{c}\left(h + \frac{u^2}{2} \right) + \frac{r}{\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial t} + \tilde{c}\frac{\partial p}{\partial r} \right) + ru\left(\frac{\partial u}{\partial t} + \tilde{c}\frac{\partial u}{\partial r} \right) = 0. \tag{35}$$

Выразив в дальнейшем из полученных выражений частные производные [11] и положив r = R, придем к следующему уравнению:

$$R\left(1-\frac{V}{c}\right)\frac{d^2R}{dt^2}+\frac{3}{2}\left(1-\frac{V}{3c}\right)\left(\frac{dR}{dt}\right)^2-\left(1+\frac{V}{c}\right)H-\frac{V}{c}\left(1-\frac{V}{c}\right)R\frac{dH}{dR}=0. \qquad (36)$$

Здесь величина H представляет собой свободную энтальпию на поверхности сферы:

$$H=\int_{P_\infty}^{P(R)}\frac{dp}{\rho}. \qquad (37)$$

В дальнейшем запишем выражение для ρ из уравнения состояния воды:

$$P=A\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n-B. \qquad (38)$$

Здесь A, B и n – константы для воды (A = 3001 атм, B = 3000 атм, n = 7).

В результате для свободной энтальпии на поверхности сферы придем к следующему уравнению:

$$H=\frac{n}{n-1}\frac{A^{1/n}}{\rho_0}\left\{\left[\left(P_0+\frac{2\sigma}{R_0}\right)\left(\frac{R_0}{R}\right)^{3\gamma}-\frac{2\sigma}{R}+B\right]^{\frac{n-1}{n}}-\left[P_0-P_m\sin\omega t+B\right]^{\frac{n-1}{n}}\right\}. \qquad (39)$$

В случае если H определяется из соотношения (39), уравнение (36) описывает пульсацию кавитационного газового пузырька в поле ультразвуковой волны с учетом сжимаемости жидкости.

Уравнение (36) в теории ультразвуковой кавитации носит название *уравнение Кирквуда-Бете*.

Заметим, что в уравнении (36) c – локальная скорость звука в жидкости. Подставив выражение (38) в (28) и (37), получим

$$c^2=c_0^2\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{n-1}; \qquad (40)$$

$$H=\int_{\rho_0}^{\rho}\frac{d\rho}{\rho}=\frac{c_0^2}{n-1}\left[\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{n-1}-1\right]. \qquad (41)$$

Здесь $c_0^2=An/\rho_0$. Из выражений (40) и (41) получим

$$c=\left[c_0^2+(n-1)H\right]^{1/2}. \qquad (42)$$

Для решения уравнения Кирквуда-Бете (36) необходимо совместное привлечение уравнений (36), (39) и (42).

Решение задачи Коши для кавитационной полости

Анализ уравнений (16), (26), (36), описывающих пульсации кавитационных полостей, показывает, что они определяются инерционными силами, которые зависят от скорости и ускорения стенки полости, силами, обусловленными вязкостью трения, давлением газа и пара в полости, силами поверхностного натяжения в жидкости и внешними силами, приложенными к жидкости, то есть акустическим и статическим давлением.

Уравнение Нолтинга-Непайраса (16), Флинна (26) и Кирквуда-Бете (36) представляют собой *нелинейные дифференциальные уравнения 2-го порядка относительно радиуса полости **R**.*

Следует отметить, что в пузырьковой жидкости полная нелинейность имеет троякое происхождение и состоит из нелинейности уравнений гидродинамики, состояния жидкости и движения пузырьках.

На практике решение вышеуказанных уравнений возможно только численными методами [12], для чего данные уравнения должны быть приведены к безразмерному виду.

Введем вместо R и t новые переменные:

$$R^* = \frac{\omega}{\omega_0}\frac{R}{R_0}; \quad \tau = \omega t . \tag{43}$$

Величина ω_0 вычисляется следующим образом:

$$\omega_0 = \frac{1}{R_0}\left(\frac{P_0 + 2\sigma/R_0}{\rho_0}\right)^{1/2} \tag{44}$$

с точностью до некоторой постоянной $(3\gamma)^{1/2}$ и соответствует линейной резонансной частоте равновесного пузырька радиуса R_0[13].

Уравнение Нолтинга-Непайраса в безразмерных переменных примет вид

$$R^*\frac{d^2R^*}{d\tau^2} + \frac{3}{2}\left(\frac{dR^*}{d\tau}\right)^2 - \frac{1}{\rho_0\omega_0^2R_0^2}\left[\frac{2\sigma}{R_0}\left(1-\frac{\omega}{\omega_0R^*}\right) + P_п + P_m\sin\tau\right] + \left(1-\frac{\omega^{3\gamma}}{\omega_0^{3\gamma}(R^*)^{3\gamma}}\right) = 0 . \tag{45}$$

В ряде случаев возможны дальнейшие упрощения уравнения (45).

Уравнение Флинна (26) в безразмерных переменных R^* и τ примет вид

$$(1-2M_x)R^*\frac{d^2R^*}{d\tau^2} + \frac{3}{2}\left(1-\frac{4}{3}M_x\right)\left(\frac{dR^*}{d\tau}\right)^2 - \frac{1}{\rho_0\omega_0^2R_0^2}\left[\frac{2\sigma}{R_0} + P_п + P_m\sin\tau\right] + 1 = 0 . \tag{46}$$

Здесь $M_x = \frac{\omega_0R_0}{c_0}\frac{dR^*}{d\tau}$.

Уравнение Кирквуда-Бете (36) в безразмерных переменных R^* и τ примет вид

$$(1-M_К)R^*\frac{d^2R^*}{d\tau^2} + \frac{3}{2}\left(1-\frac{1}{3}M_К\right)\left(\frac{dR^*}{d\tau}\right)^2 - (1+M_К)\frac{H}{\omega_0^2R_0^2} = 0 . \tag{47}$$

В дальнейшем численное решение уравнений (45) - (47) целесообразно проводить методом Рунге-Кутта 4-го порядка [12]. В этом случае исходные дифференциальные уравнения 2-го порядка должны быть представлены в нормальной форме Коши.

Кавитационная эрозия в ультразвуковом поле

Можно дать следующее определение кавитационной эрозии при воздействии ультразвукового поля: в результате мгновенного сжатия кавитационной полости, заполненной паром (газом), соответствующим температуре воды, происходит резкое увеличение давления пара (до десятков и сотен тысяч атмосфер), в результате чего осуществляется ударное воздействие сжатого и сгущенного в воде пара на поверхность материала.

При этом реализуется следующий физический процесс: первично осуществляется прогрессирующее разрыхление материала, приводящее к образованию многочисленных микротрещин. Затем начитается выкрошивание мелких частиц (до 10^{-9} м). Таким образом, процесс выщербления или выкрошивания материала связан с усилиями, развивающимися при замыкании индивидуальных кавитационных пузырьков.

При визуальном наблюдении развивающегося кавитационного процесса на поверхность тела возникает стационарная кавитационная полость, длина которой увеличивается с уменьшением *критерия (числа) кавитации набегающего потока*:

$$K = \frac{p_\infty - p_H}{\rho v_\infty^2 / 2}. \tag{48}$$

Следует отметить, что при проведении экспериментов рядом ученых с рядом материалов на поверхность образцов возникают эрозионные повреждения, которые имеют вид эрозионного наклепа, при этом каждому углублению наклепа соответствует замыкание одиночного кавитационного пузырька.

Важным выводом при исследованиях процессов кавитационной эрозии является сильная зависимость интенсивности процесса эрозии от скорости потока. Если не учитывать массивного эффекта кавитации, увеличению скорости потока будет соответствовать постоянство *критерия кавитации К – формула* ***(48)***.

Отметим также, что число кавитационных импульсов изменяется пропорционально первой степени скорости потока. Таким образом, можно записать выражение для интенсивности эрозии

$$I = K v_\infty P_{max}. \tag{49}$$

Здесь P_{max} – максимальное давление, возникающее в жидкости при замыкании кавитационного пузырька; К – коэффициент пропорциональности.

В работе [14] автор вводит два безразмерных коэффициента, характеризующих развитие эрозионного процесса:

А. Критерий кавитационного разрушения материала

$$C_D = \frac{S_e \Sigma i}{N p_\infty R_{max}}, \tag{50}$$

где S – энергия деформации;

Σi – суммарная средняя глубина эрозии;

p_∞ – давление в жидкости;

R_{max} – максимальный размер кавитационного пузырька.

Б. Относительное число каверн

$$N = \frac{v_\infty t}{d\lambda_K}, \tag{51}$$

где v_∞ – скорость набегающего потока;

t – продолжительность процесса;

d – характерный линейный размер материала;

$\lambda_K = h/d$ – относительная длина каверны.

В своих работах индийский физик Тирцвенгадам [14] исследовал вопрос об инкубационном периоде и соответствующей эрозионной критической скорости. При этом следует иметь в виду, что эрозионная критическая скорость не совпадает с критической скоростью возникновения кавитации и всегда выше ее:

$$v_T = \sqrt{\frac{a\sigma_T - p_H}{\left(\rho K_i/2\right)}}, \tag{52}$$

где v_T – эрозионная критическая скорость;

σ_T – предел текучести материала;

a – константа.

В пренебрежении величиной давления насыщения можно записать

$$D_i = \frac{\sigma_T}{\left(\rho v_T^2/2\right)} = \text{const}\, K_i. \tag{53}$$

Следует сделать вывод, что *критерий начинающейся эрозии* $D_i = \sigma_T/\left(\rho v_T^2/2\right)$ оказывается пропорциональным критерию начинающейся кавитации K_i.

Выводы

1. Рассматриваются уравнения движения кавитационной полости при расширении и сжатии пузырьков в ультразвуковом поле в рамках несжимаемой и сжимаемой жидкости.
2. Отмечается, что решение начальной задачи Коши для нелинейных уравнений Нолтинга-Непайраса, Флинна и Кирквуда-Бете возможно только численными методами.
3. Рассматриваются процессы кавитационной эрозии в ультразвуковом поле.
4. В дальнейшем в целях уточнения теории будут рассмотрены вышеизложенные процессы в рамках двухфазных сред.

УЛЬТРАЗВУКОВА КАВІТАЦІЯ. ПОВІДОМЛЕННЯ 1. ОСНОВНІ РІВНЯННЯ І КАВІТАЦІЙНА ЕРОЗІЯ В УЛЬТРАЗВУКОВОМУ ПОЛІ

Б.П. Береза, В.О. Пухлій

Розглядаються рівняння руху кавітаційної порожнини при розширенні і стисненні бульбашок в ультразвуковому полі в рамках нестисливої і стислевої рідини. Розглядаються процеси кавітаційної ерозії в ультразвуковому полі.

ULTRASONIC CAVITATION. MESSAGE 1. BASIC EQUATIONS and CAVITATION EROSION in the ULTRASONIC FIELD

B. Bereza, V. Puhly

The equations of the cavitation-pocket movement at the bubbles expansion and compression in the ultrasonic field within the limits of the incompressible and compressible liquid were considered. The cavitation erosion processes in the ultrasonic field have been described

Список использованных источников

1. ***Flynn H.G.*** Physics of acoustic cavitation in liguids / H.G. Flynn // Phys. Acoustics. − Vol. 1. − Part B. – W. Mason (Ed.) N.Y., 1964. Перевод: Физическая акустика. – М.: Мир, 1967. − Т. 1. − Ч. Б. – 324 с.
2. *Перник А.Д.* Проблемы кавитации / А.Д. Перник. – Л.: Судостроение, 1966. – 440 с.
3. *Бронин Ф.А*. Измельчение двуокиси циркония ультразвуком / Ф.А. Бронин [и др.] // Технология электротехнического производства. – М.: Информэлектро, ВНИИЭМ, 1971. − Вып. 28. − С. 32 − 34.
4. *Сиротюк М.Г.* Протекание процессов ультразвуковой кавитации при повышенных гидростатических давлениях / М.Г. Сиротюк // Акуст. ж. − 1966. − Т. 12. − Вып. 2. − С. 231 − 238.
5. ***Güth W.*** Zur Entstehung der Stosswellen bei der Kavitation / W. Güth // Acustica. − 1956. − V. 6. − № 6. − P. 526 − 532.
6. ***Rayleigh.*** On Pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity / Rayleigh // Phil. Mag. − 1917. − Vol. 34. − P. 94 − 100.
7. ***Holtingk B.E.*** Cavitation produced by ultrasonics / B.E. Holtingk, E.A. Neppiras // Proc. Phys. Soc. − 1950. − Vol. 63B. − P. 674 – 680; 1951. − Vol. 64B. − P. 1032 − 1039.
8. *Ламб Г.* Гидродинамика / Г. Ламб. – М.-Л.: Наука, 1947. – 640 с.
9. ***Trilling L.*** The collapse and rebound of a gas bubbles / L. Trilling // Appl. Phys. − 1952. − Vol. 64B; Vol. 23. − № 1. − P. 14 − 28.
10. ***Herring C.*** Theory of the pulsation of the gas bubbles produced by an underwater explosion / C. Herring. // O.S.R.D., Rept. − 1941. − № 236. − P. 73 – 87.
11. *Коул Р.* Подводные взрывы / Р. Коул. – М.: Иностр. лит-ра, 1950. – 324 с.
12. *Пухлий В.А*. Численные методы. Теория и практикум в среде MATLAB: в2-х т. / В.А. Пухлий. – Севастополь: Черкасский ЦНТИ, 2007. − Т. 1. – 412 с.; 2008. − Т. 2. – 742 с.
13. ***Minnaert M.*** On musical air-bubbles and the sounds of running water / M. Minnaert. // Philos. Mag. − 1933. − V. 16. − № 17. − P. 235 − 242.
14. *Тирувенгадам А*. Обобщенная теория кавитационного разрушения / А. Тирувенгадам // Труды общества американских инженеров-механиков. − Серия Д. Техническая механика. − 1963. − Т. 85. − № 3. − С. 17 − 34.

Надійшла до редакції 13.03.2013 р.
Після доопрацювання 16.04.2013 р.