

14. *Хорев Е.В.* Расчетный анализ контура естественной циркуляции теплоносителя в проблеме надежного охлаждения корпуса реактора ВВЭР-600 при тяжелых запроектных авариях с расплавлением активной зоны: Годовой отчет об основных науч.-техн. работах ОКБ «ГИДРОПРЕСС» за 2011 г. / Е.В. Хорев, Е.М. Дамрин, Р.М. Следков // Науч.-техн. и рекламный сб. - Подольск, 2012. - № 12. – С. 104 - 109.

15. *Dinh T.N.* LIMITS OF COOLABILITY IN THE AP1000-RELATED ULPU-2400 CONFIGURATION V FACILITY / T.N. Dinh, J.P. Tu, T. Salmassi, T.G. Theofanous // 10th Int. Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal Hydraulics (NURETH-10). - 2003. – Ch. G, Sec.00407. – P. 1 - 14.

16. *Безруков Ю.А.* Аналитический обзор работ по теме «Удержание расплава в корпусе реактора ВВЭР и наружное охлаждение корпуса реактора»: Годовой отчет об основных науч.-техн. работах ОКБ «ГИДРОПРЕСС» за 2011 г. / Ю.А. Безруков [и др.] // Науч.-техн. и рекламный сб. – Подольск, 2012. - № 12. – С. 38 - 39.

Надійшла до редакції 04.06.2013 р.

УДК 621.039.56

ИССЛЕДОВАНИЕ УПРАВЛЯЕМОСТИ ЯДЕРНОГО РЕАКТОРА НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ФУНКЦИИ БЕССЕЛЯ

С.А. Качур

Севастопольский национальный университет ядерной энергии и промышленности

Исследовалась теоретическая проблема линеаризации нелинейных динамических характеристик распределенных параметров ядерного реактора при определении пространственного распределения энерговыделения на основе анализа функции Бесселя. Предложен критерий управляемости ядерного реактора в случаях быстрого роста или снижения мощности с использованием проведенного анализа.

Введение

Процессы, происходящие в ядерной энергетической установке (ЯЭУ), являются пространственно распределенным и не поддаются точному расчету [1, 2]. Несмотря на использование ЭВМ, невозможно избежать упрощений при математическом описании процессов в реакторе и ЯЭУ в целом. Проблему аналитического исследования решения нелинейных систем общего вида нельзя считать полностью решенной.

Наибольший интерес с точки зрения прогнозирования аварийных ситуаций представляет область быстрых процессов, которая определяется постоянной времени прогрева топлива и образования пара и равна десяткам секунд. Оперативность метода гармоник достаточна для идентификации деформаций энерговыделения по объему активной зоны при медленных процессах (ксеноновом отравлении реактора), но неприемлема в случае быстрых процессов (переходных процессов) [2 - 5]. Поэтому для прогнозирования аварийной ситуации, связанной с ростом реактивности, необходимо разработать оперативный метод качественного определения формы поля энерговыделения.

Для этого необходимо упростить процесс идентификации состояния реактора с точки зрения характеристики гармоник, определяющих форму энерговыделения в текущий момент времени и прогноз развития ситуации. Повышение быстродействия возможно за счет линеаризации нелинейных функций, описывающих физические процессы, протекающие в реакторе. Переход от дифференциальных уравнений к алгебраическим для выделенных классов ситуаций описан в работе [6].

Постановка цели и задач научного исследования

Цель исследования – повышение эффективности управления пространственным распределением мощности реактора за счет упрощения расчета формы энерговыделения в активной зоне при переходных процессах.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- 1) определить расчетные параметры, относительно которых возможна линеаризация динамических характеристик реактора, приняв за основу математического описания распределения функцию Бесселя;
- 2) установить ограничения применимости предлагаемой линеаризации;
- 3) сформулировать критерий управляемости распределением энерговыделения ядерного реактора при переходных процессах на основе анализа функций Бесселя.

Решение поставленных задач предлагается осуществить с использованием математического моделирования и методов прикладной статистики.

Математическая постановка задачи

Задача исследования динамических характеристик пространственного распределения мощности в реакторах на тепловых нейтронах является важной для проектирования систем управления реактором. При использовании метода гармоник поведение распределения плотности нейтронного потока описывают стационарным одногрупповым уравнением диффузии [2]

$$M^2 \Delta \varphi(r, t) + [k_\infty(r, t) - 1] \varphi(r, t) = 0$$

или

$$\Delta \varphi + B^2 \varphi = 0,$$

где $B^2 \equiv (k_\infty - 1)/M^2$ – материальный параметр системы, зависящий от времени и координат.

Для гомогенизированного цилиндрического реактора высотой H и радиусом R геометрические собственные функции, полученные из решения одногруппового диффузионного уравнения, имеют вид

$$f_{ijk} = \cos(i\theta + \varphi) J_0(\alpha_j \frac{r}{R}) \cos\left[(1 + 2k) \frac{\pi z}{H}\right],$$

где a_j – нули функции Бесселя нулевого порядка первого рода;

$i, j, k = 0, 1, 2, \dots$;

φ – произвольный азимут.

Функции Бесселя первого рода $J_n(z)$ и второго рода $Y_n(z)$ являются решением уравнения Бесселя – линейного дифференциального уравнения вида

$$z^2 \frac{d^2 y}{dz^2} + z \frac{dy}{dz} + (z^2 - \nu^2)y = 0,$$

где ν – неотрицательная величина.

Функции Бесселя первого рода $J_n(z)$ и второго рода $Y_n(z)$ определяются следующим образом:

$$J_\nu(z) = \left(\frac{z}{2}\right)^2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-z^2/4)^k}{k! \Gamma(\nu + k + 1)}, \quad \Gamma(a) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{a-1} dt;$$

$$Y_\nu(z) = \frac{J_\nu(z) \cos(\nu\pi) - J_{-\nu}(z)}{\sin(\nu\pi)}.$$

Эти функции линейно независимы и задают полное множество решений для уравнения Бесселя.

В программной среде MATLAB имеются возможности вычисления функций Бесселя. Функция $j = \text{besselj}(nu, Z)$ вычисляет функции Бесселя первого рода для каждого элемента комплексного значения массива Z . Полученный в результате исследования вид функций Бесселя первого рода для различных диапазонов приведен на рис. 1.

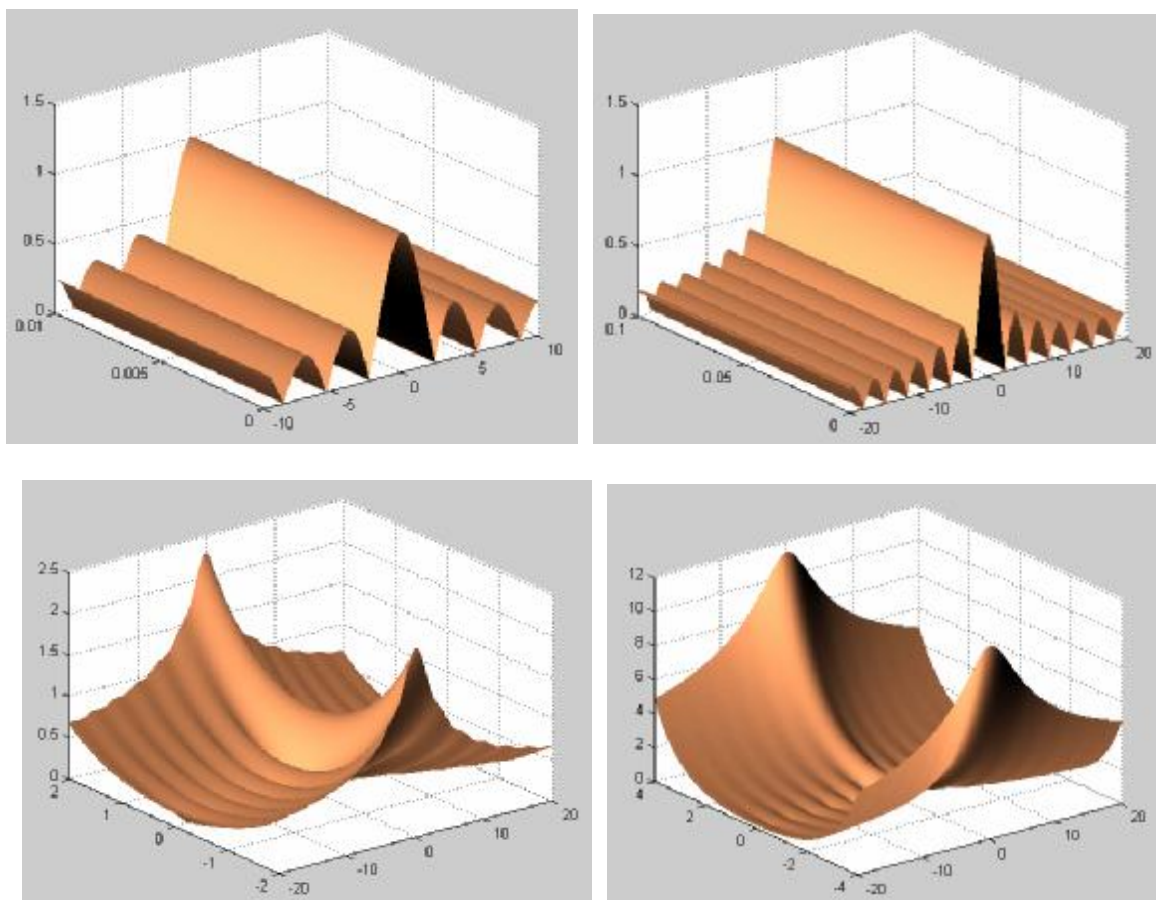


Рис. 1. Вид функции Бесселя первого рода для различных диапазонов аргументов, полученный в программной среде MATLAB

В результате анализа функции Бесселя необходимо:

1) показать для функции Бесселя первого рода наличие линейной зависимости между нулями функции и амплитудами гармоник, что позволит в дальнейшем перейти к алгебраическим уравнениям первого порядка при определении параметров формы поля энерговыделения в активной зоне реактора;

2) на основе исследования функции Бесселя определить критерий управляемости пространственным энерговыделением реактора при переходных процессах.

Анализ функции Бесселя первого рода

Первоначально проведем моделирование в программной среде MATLAB, вычленив нулевую и первые три гармоники функции Бесселя первого рода. Определим для этих гармоник соответственно нули функции Бесселя $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ и амплитуды $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$. Результаты моделирования представлены в табл. 1 и проиллюстрированы трехмерными графиками.

Из табл. 1 видно, что для всех приведенных гармоник, кроме нулевой гармоники, которая не является исключением среди гармоник более высокого порядка, полупериод с учетом угла (π рад) составляет $T = \pi$ [рад·с]. Для нулевой гармоники $T = 3\pi/2$ [рад·с]. Зависимость значений амплитуд гармоник $\beta = \{1; 0,4; 0,3; 0,25\}$ относительно координат нулей функции является нелинейной. Поэтому необходимо произвести нормирование амплитуды первой гармоники относительно величины ее полупериода. В результате нормирования получим значение $\beta_0' = 2\beta_0/3 = 0,66$.

Кроме того, необходимо учесть, что с точки зрения практического приложения функции Бесселя для расчета поля распределения энерговыделения появление третьей гармоники свидетельствует о возможности перехода реактора в неуправляемое состояние. Представляется, что смена линейного тренда изменения параметров на параболический или экспоненциальный свидетельствует о возможности кризиса теплообмена. Поэтому с использованием возможностей программной среды MINITAB было исследовано влияние третьей гармоники на линейность зависимости амплитуды гармоник от нулей функции с учетом выполненного нормирования нулевой гармоники.

Данные для регрессионного анализа при 1/3 амплитуды (вариант А), 2/3 амплитуды (вариант Б) и амплитуде (вариант В) третьей гармоники представлены в табл. 2. Приняты следующие обозначения: С1 – амплитуды гармоник, С2 – расстояние между максимумами функции Бесселя нулевого порядка. Данные нормированы.

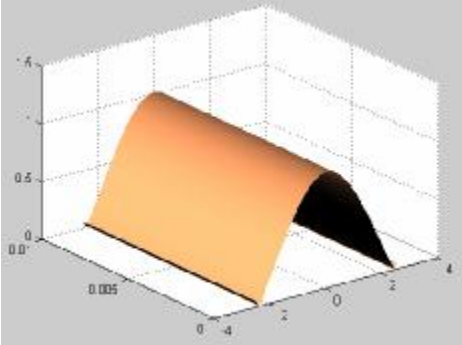
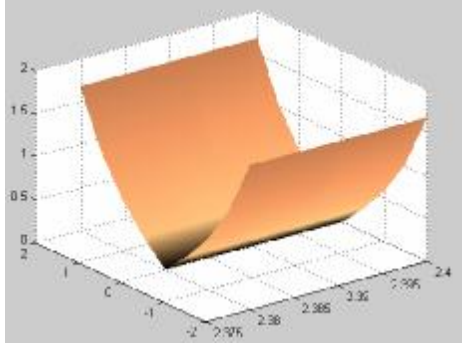
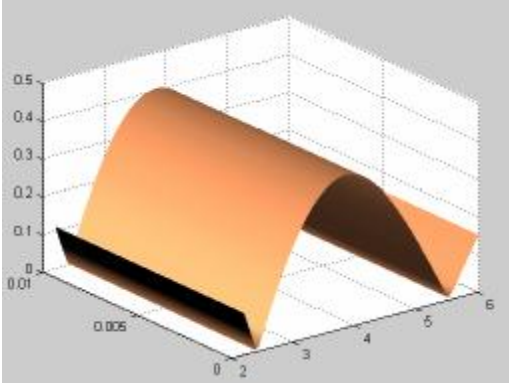
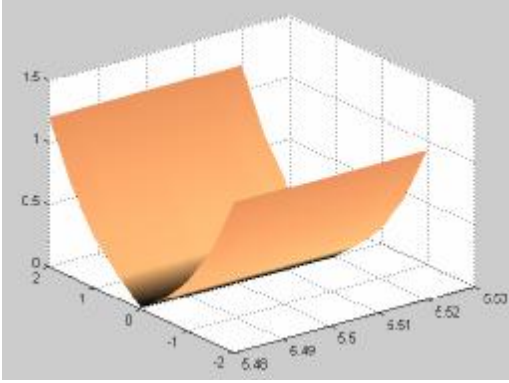
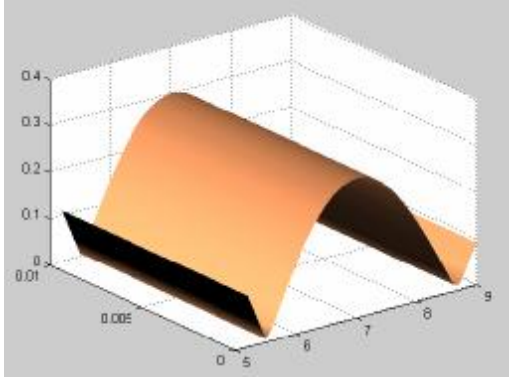
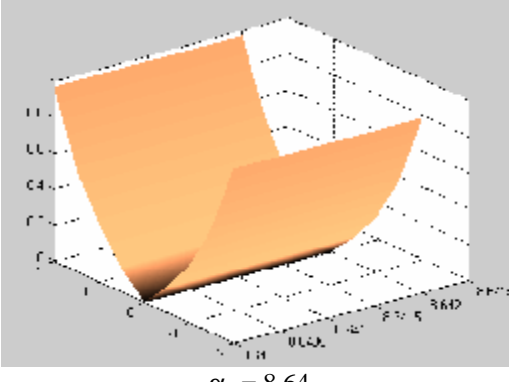
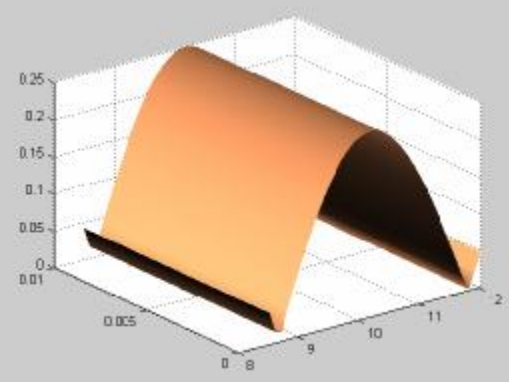
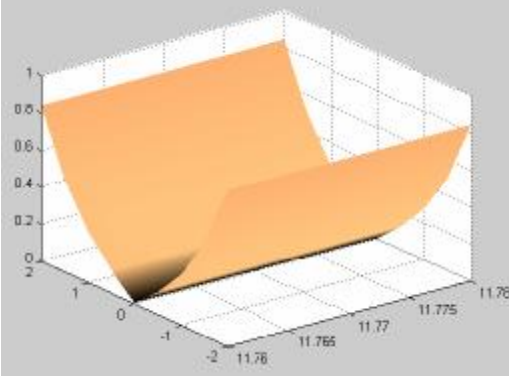
Результаты регрессионного анализа для трех вариантов данных представлены на рис. 2. В качестве функции регрессии для каждого варианта была рассмотрена линейная функция. Для определения адекватности описания исходных данных функцией регрессии наиболее часто используют коэффициент множественной детерминации. Наибольшее значение этого коэффициента соответствует наилучшему описанию, то есть наиболее адекватной регрессионной модели.

Исходя из приведенных расчетов:

- для варианта А коэффициент детерминации составил $\hat{R}_{\alpha\beta} = 97,5 \%$;
- для варианта Б – $\hat{R}_{ab} = 96,2 \%$;
- для варианта В – $\hat{R}_{ab} = 88,4 \%$.

Т а б л и ц я 1

Результаты математического моделирования гармоник функции Бесселя

№	Амплитуды гармоник (b_i)	Нули функции (a_i)
0	 <p style="text-align: center;">$\beta_0 = 1$</p>	 <p style="text-align: center;">$\alpha_0 = 2,38$</p>
1	 <p style="text-align: center;">$\beta_1 = 0,4$</p>	 <p style="text-align: center;">$\alpha_1 = 5,52$</p>
2	 <p style="text-align: center;">$\beta_2 = 0,3$</p>	 <p style="text-align: center;">$\alpha_2 = 8,64$</p>
3	 <p style="text-align: center;">$\beta_3 = 0,25$</p>	 <p style="text-align: center;">$\alpha_3 = 11,77$</p>

Т а б л и ц а 2

Данные для регрессионного анализа

Данные для варианта (А)		Данные для варианта (Б)		Данные для варианта (В)	
C1	C2	C1	C2	C1	C2
0.66	0.00	0.66	0.00	0.66	0.00
0.40	3.14	0.40	3.14	0.40	3.14
0.30	6.28	0.30	6.28	0.30	6.28
0.09	9.42	0.15	9.42	0.25	9.42

A) Regression Analysis

The regression equation is

$$C1 = 0.634 - 0.0576 C2$$

Predictor	Coef	StDev	T	P
Constant	0.63400	0.03866	16.40	0.004
C2	-0.057643	0.006581	-8.76	0.013

$$S = 0.04621 \quad R\text{-Sq} = 97.5\% \quad R\text{-Sq(adj)} = 96.2\%$$

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	0.16381	0.16381	76.72	0.013
Error	2	0.00427	0.00214		
Total	3	0.16808			

Б) Regression Analysis

The regression equation is

$$C1 = 0.622 - 0.0519 C2$$

Predictor	Coef	StDev	T	P
Constant	0.62200	0.04278	14.54	0.005
C2	-0.051911	0.007283	-7.13	0.019

$$S = 0.05114 \quad R\text{-Sq} = 96.2\% \quad R\text{-Sq(adj)} = 94.3\%$$

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	0.13285	0.13285	50.80	0.019
Error	2	0.00523	0.00262		
Total	3	0.13808			

В) Regression Analysis

The regression equation is

$$C1 = 0.602 - 0.0424 C2$$

Predictor	Coef	StDev	T	P
Constant	0.60200	0.06380	9.44	0.011
C2	-0.04236	0.01086	-3.90	0.060

$$S = 0.07626 \quad R\text{-Sq} = 88.4\% \quad R\text{-Sq(adj)} = 82.6\%$$

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	0.088445	0.088445	15.21	0.060
Error	2	0.011630	0.005815		
Total	3	0.100075			

Рис. 2. Анализ линейности зависимости амплитуды гармоник от периода функции Бесселя, выполненный в программной среде MININAB

Таким образом, линеаризация возможна, пока третья гармоника не достигает двух третей амплитуды. В противном случае процесс меняет характеристики, то есть становится неуправляемым с точки зрения роста мощности реактора. Состояние, при котором значение третьей гармоники меньше двух третей, но больше одной трети ее амплитуды, можно отнести к переходному или граничному. При проектном режиме погрешность линеаризации составит 2,5 %.

При быстром снижении или росте мощности реактора возникают пространственные колебания распределения мощности по объему активной зоны. Если принять за основу расчета предложенную линеаризацию, то появление k -й гармоники для реакторов небольших размеров, энерговыделение которых при номинальной мощности Q_0 описывается только нулевой гармоникой, можно связать с изменением нулей функции Бесселя и полупериода T [с] следующим образом:

$$\frac{3}{2}T + 2kT = \frac{3}{2}$$

$$T = \frac{3}{3 + 4k}, \quad (1)$$

где T – полупериод гармоник высших порядков;

k – максимальный номер присутствующей гармоники.

Используя выражение (1), получаем следующие значения параметров при появлении:

1) первой гармоники – полупериод $T \approx 0,43$ с; частота $f \approx 2,3$ Гц; мощность, при которой возможно появление гармоники, $Q \approx 0,43Q_0$;

2) второй гармоники – полупериод $T \approx 0,27$ с; частота $f \approx 3,7$ Гц; мощность, при которой возможно появление гармоники, $Q \approx 0,27Q_0$;

3) третьей гармоники – полупериод $T = 0,2$ с; частота $f = 5$ Гц; мощность, при которой возможно появление гармоники, $Q = 0,2Q_0$.

Известно, что, с одной стороны, в области низких частот, приближающихся к частоте человеческого тела (≈ 5 Гц), действие различного рода колебаний особенно опасно для человека [5], с другой стороны, ядра водорода имеют свойство давать резонансный отклик на слабое электромагнитное излучение [7]. Таким образом, можно сделать заключение, что при появлении третьей гармоники для реактора типа ВВЭР система оператор - объект приближается к кризисному состоянию.

Критерий управляемости распределением энерговыделения реактора при переходных процессах на основе проведенного анализа функций Бесселя можно сформулировать следующим образом: необходимым условием управляемости ядерного реактора при снижении или росте мощности до 20 % от номинальной является отсутствие третьей гармоники пространственного распределения энерговыделения.

Безопасность управления достигается выбором скорости изменения мощности реактора. Время изменения мощности от номинального уровня до минимального и наоборот должно быть больше 3 с, поскольку полупериод нулевой гармоники функции Бесселя $3\pi/2$ [рад·с] или $3/2$ с.

Исходя из принятой линеаризации функции Бесселя, можно сделать заключение, что до появления третьей гармоники мощность реактора изменяется со скоростью $\frac{dQ}{dt} \neq 0$ и ускорением $\frac{d^2Q}{dt^2} = 0$, при наличии третьей гармоники, начиная с $1/3$ ее

амплитуды, возникает и начинает увеличиваться по модулю ускорение со знаком, противоположным скорости изменения мощности. Соответственно наступит момент, когда изменение мощности на малом интервале времени происходить не будет, после чего начнется рост мощности.

Рассмотрим изменение мощности ядерного реактора посредством внесения гармонического (синусоидального) возмущения реактивности.

Для реактора в области относительно низких частот на основе передаточной функции [2] коэффициент усиления определяется следующим образом:

$$K \equiv |W(j\omega)| \approx \frac{I_p}{\omega_p b} \quad (2)$$

где λ_p – постоянная распада одной эквивалентной группы мгновенных нейтронов;

β – доля запаздывающих нейтронов по отношению к полному числу нейтронов;

ω_p – частота колебания реактивности реактора.

В ситуации разгона реактора ($K > 1$) для ограничения появления гармоник порядка, не превышающего первый, в соответствии с функцией Бесселя допустима частота 0,67...1 Гц. С использованием характеристик ^{235}U разгон реактора на частотах 1...11 Гц вызовет появление гармоник высших порядков, что может перевести реактор в неуправляемое состояние.

В случае уменьшения мощности реактора ($K < 1$) частота вносимого возмущения должна превышать 11,1 Гц, но коэффициент усиления при этом должен быть соотнесен с амплитудой нулевой гармоники при наличии первой гармоники b_0' , то есть $K > b_0'/b_0 \approx 0,29$. В соответствии с выражением (2) для ^{235}U частота возмущающего воздействия должна быть больше 38 Гц.

В реакторах с твердым замедлителем, имеющим в составе топлива ^{239}Pu , коэффициент реактивности по температуре замедлителя может быть положительным. Коэффициент реактивности по температуре замедлителя, будучи отрицательным, в начале кампании, когда в топливе отсутствует плутоний, может стать положительным по мере работы реактора с накоплением плутония [2]. В этом случае частотные диапазоны изменяются, что, например, может привести к появлению третьей гармоники на частоте, меньшей 1 Гц, при разгоне реактора и на частоте, большей 38 Гц, при снижении мощности ректора. Таким образом, приведенные частотные и временные характеристики соответствуют подкритическому ректору и должны быть пересмотрены для надкритического реактора. Для обеспечения безопасной эксплуатации время изменения мощности от номинального уровня до минимального для надкритического ректора в сравнении с подкритическим значительно возрастает.

Выводы

Доказана возможность линеаризации решения одностороннего диффузионного уравнения, позволяющая существенно упростить расчеты формы пространственного распределения мощности для реакторов в аварийной ситуации. Определено условие линеаризации, нарушение которого свидетельствует о возможности кризиса теплообмена. Сформулирован критерий управляемости распределением энерговыделения реактора при переходных процессах на основе проведенного анализа функций Бесселя.

Рассчитаны значения мощности реактора, вызывающие гармонические колебания распределения энерговыделения по объему активной зоны различных порядков. Опре-

делено временное ограничение на изменение мощности реактора в допустимом диапазоне. Рассчитаны частотные диапазоны возмущающего воздействия при управляемом снижении и увеличении мощности реактора.

Результаты исследования являются теоретической предпосылкой для разработки классификации форм поля тепловыделения на основе линейных алгебраических уравнений и могут быть использованы при разработке систем диагностики и управления ядерного реактора.

ДОСЛІДЖЕННЯ КЕРОВАНОСТІ ЯДЕРНОГО РЕАКТОРА НА ОСНОВІ АНАЛІЗУ ФУНКЦІЇ БЕССЕЛЯ

С.О. Качур

Досліджувалася теоретична проблема лінеаризації нелінійних динамічних характеристик розподілених параметрів ядерного реактора при визначенні просторового розподілу енерговиділення на основі аналізу функції Бесселя. Запропоновано критерій керованості ядерного реактора у випадках швидкого зростання або зниження потужності з використанням проведеного аналізу.

RESEARCH of NUCLEAR REACTOR CONTROLLABILITY on the BASIS of BESSEL FUNCTION ANALYSIS

S. Kachur

The theoretical problem of linearization of nonlinear dynamic characteristics of the nuclear reactor distributed parameters at the energy-release spatial distribution determination on the basis of the Bessel function analysis was studied. The nuclear reactor controllability criterion in cases of the power rapid growth or loss using the carried analysis was suggested.

Список использованных источников

1. *Бахметьев А.М.* Методы оценки и обеспечения безопасности ЯЭУ / А.М. Бахметьев, О.Б. Самойлов, А.М. Усынов. – М.: Энергоиздат, 1988. – 136 с.
2. *Емельянов И.Я.* Управление и безопасность ядерных энергетических установок / И.Я. Емельянов, П.А. Гаврилов, Б.Н. Селиверстов. – М.: Атомиздат, 1975. – 280 с.
3. *Брагин В.А.* Системы внутри реакторного контроля АЭС с реакторами ВВЭР / В.А. Брагин [и др.]; под ред. Г.Л. Левина. – М.: Энергоиздат, 1987. – 128 с.
4. *Крамер Э.У.* Ядерные реакторы с кипящей водой / Э.У. Крамер. – М.: Из-во иностр. лит-ры, 1960. – 509 с.
5. *Еременко В.А.* Пути обеспечения безопасного управления атомными энергетическими установками / В.А. Еременко. – К.: Техника, 1988. – 256 с.
6. *Качур С.А.* Идентификации формы поля тепловыделения в камере смешения ядерного реактора / С.А. Качур // Пром. теплотехника. – 2011. - Т. 33. – № 4. – С. 70 - 76.
7. *Гинзбург В.Л.* Сверхпроводимость / В.Л. Гинзбург, Е.А. Андрюшин. – М.: Альфа-М, 2006. – 246 с.

Надійшла до редакції 17.04.2013 р.