

Список использованных источников

1. Дивизинюк М.М. Акустические поля Черного моря / М.М. Дивизинюк. – Севастополь: Государственный океанариум, 1998. – 352 с.
2. Азаренко Е.В. Акустическое обнаружение объектов в водной среде / Е.В. Азаренко. – Севастополь: Государственный океанариум, 2003. – 71 с.
3. Азаренко Е.В. Влияние интенсивности волнения и продолжительности шторма на изменение реверберационных характеристик / Е.В. Азаренко [и др.] // Зб. наук. пр. СНУЯЭиП. – Севастополь: СНУЯЭиП, 2010. – Вып. 2 (34). – С. 221 – 228.
4. Азаренко Е.В. Разработка основ метода учета реверберации / Е.В. Азаренко, М.М. Дивизинюк, Л.В. Третьякова // Зб. наук. пр. СНУЯЕтаП. – Севастополь: СНУЯЭиП, 2010. – Вып. 3 (35). – С. 225 – 230.
5. Азаренко Е.В. Математическая формализация описания шумов моря / Е.В. Азаренко [и др.] // Зб. наук. пр. СНУЯЕтаП. – Севастополь: СНУЯЭиП, 2010. – Вып. 4 (36). – С. 233 – 238.

Надійшла до редакції 31.10.13 р.

УДК 517:(53+57/59)

ПРОБЛЕМЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ОТКАЗОВ ОБОРУДОВАНИЯ ЖИЗНЕОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ СИСТЕМ НА ОБЪЕКТАХ ПОВЫШЕННОЙ ОПАСНОСТИ

В.А. Пухлий, д.т.н., проф.

Севастопольский национальный университет ядерной энергии и промышленности

Рассматриваются вопросы математического моделирования природных и техногенных катастроф, в частности, в ядерной энергетике. Для предотвращения разрушений различного рода промышленных и гражданских объектов используются методы математической теории катастроф. В качестве примера приводится расчет предохранительной мембраны от взрывов и пожаров.

Введение

Катастрофа, связанная с разрушением цунами АЭС «Фукусима» в 2011 г., остро поставила вопрос о прогнозировании техногенных катастроф не только в ядерной энергетике, но и в целом для современного мирового хозяйства.

Катастрофы наблюдаются повсеместно как в природе, так и в промышленности. Самые грозные природные катастрофы: извержения вулканов, цунами, падения астероидов и метеоритов, землетрясения, наводнения - ежегодно приносят человечеству значительный ущерб. В ряде случаев речь может идти вообще об уничтожении жизни на Земле, например, при падении крупных астероидов (рис. 1), что предположительно было осуществлено 65 млн лет тому назад при падении крупного астероида (диаметром порядка 10 км) на полуостров Юкатан.

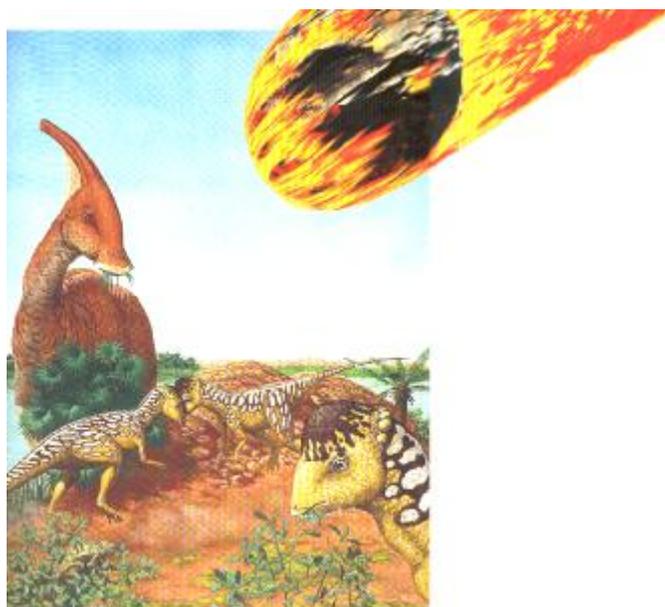


Рис. 1. Падение астероида на Землю [14]

Природные катастрофы, например цунами, могут принести значительные жертвы, как, например, цунами в 2009 г., унесшее более 250 тыс. человеческих жизней.

В настоящее время цунами, разрушившее АЭС «Фукусима», привело к радиационному загрязнению акватории Тихого океана. Как следствие – Япония вообще отказалась от строительства новых АЭС и закрывает уже построенные АЭС.

Следует отметить, что пока человечество не в состоянии в полном объеме предотвратить природные катастрофы, хотя по многим из них готовятся и обсуждаются программы предотвращения этих грозных явлений. Это, прежде всего, относится к программам, связанным с астероидами и кометами, наводнениями и др.

Здесь мы остановимся на техногенных катастрофах, в частности, катастрофах в ядерной энергетике. Рассмотрим вопросы математического моделирования катастроф.

Постановка цели и задачи научного исследования

Целью данной работы является обоснование математической модели природных и техногенных катастроф в современном естествознании.

Для достижения поставленной цели рассматривается расчет взрывопредохранительной мембраны.

Математическая теория катастроф

Имеется одна особенность, которая приносит большие трудности в механику, физику, химию, экологию, технику, астрономию и биологию. Эта особенность заключается в том, что устойчивое равновесие при непрерывном изменении параметров системы может стать неустойчивым, а непрерывный процесс с течением времени может быть разрывным. Общая точка зрения на все эти различные проблемы устойчивости достигается при помощи новых идей теории бифуркаций и катастроф.

Теория катастроф родилась в 1950-х годах на стыке двух дисциплин – топологии и математического анализа, ее источниками являются теория особенности гладких ото-

бражений Г. Уитни и теория устойчивости и бифуркаций динамических систем А. Пуанкаре [1], А. Ляпунова [2], А. Андронова и Л. Понтрягина [3]. Оба эти направления слились благодаря усилиям американского математика Г. Уитни и французского математика Р. Тома [4] в единую стройную теорию, которую Р. Том назвал *теорией катастроф*.

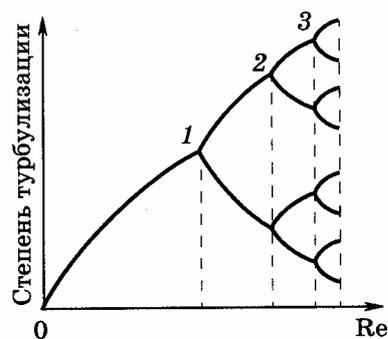


Рис. 2. К теории бифуркаций
Е. Хопфа [5]

Катастрофой называется переход системы от устойчивого состояния с малыми флуктуациями, затухающими возмущениями к состоянию, когда некоторые из флуктуаций начинают выделяться по амплитуде, приобретать устойчивый колебательный характер и при стечении ряда факторов переводить систему в новое состояние, далекое от равновесия (рис. 2).

На рис. 2 показан процесс течения вязкой жидкости. Кривая 0-1 соответствует ламинарному течению жидкости, когда случайно возникшие флуктуации скорости самопроизвольно уменьшаются, не приводя к нарушению этого установившегося течения. С увеличением критерия Рейнольдса $Re = vl/\nu$ (v – скорость потока; l – характерный размер; ν – кинематическая вязкость) выше критического значения, некоторые из флуктуаций скорости не затухают, течение теряет устойчивость и переходит в новый режим. Такая перестройка течения по предложению Е. Хопфа [5] называется 1-й бифуркацией (раздвоением). Дальнейшее увеличение критерия Re приводит к следующим бифуркациям (см. рис. 2), при этом турбулентность приобретает все более мелкие масштабы.

Качественное изучение поведения решений широкого класса систем нелинейных дифференциальных уравнений начинается с работ А. Пуанкаре и А.М. Ляпунова. Впоследствии российские ученые физик А.А. Андропов и математик Л.С. Понтрягин ввели понятие грубости, или структурной устойчивости для описания бифуркаций.

Теория катастроф в последующие годы получила свое дальнейшее развитие. Для нее особенно важны два достижения:

- глубокая классификация теории катастроф Р. Тома [1] и Е. Зимана [6], основанная на топологическом понятии структурной устойчивости (таблица);
- значительный подъем, вызванный открытием странных аттракторов [7], порождающих движение, которое воспринимается как хаотическое (турбулентность и др.).

Теория катастроф объяснила зависимость экспериментально наблюдаемых форм неустойчивости от числа управляющих параметров для дискретных консервативных систем, поведение которых определяется потенциальной функцией. Заметим, что в эту категорию включаются также системы с малой диссипацией энергии. Неконсервативные системы обычно имеют неограниченный источник энергии.

Так, если имеется один управляющий параметр λ^1 , можно наблюдать катастрофу складки с локально потенциальной функцией, приведенной в таблице.

При независимом управлении двумя параметрами (λ^1 и λ^2), которые могут быть, в частности, поперечной и продольной нагрузкой, действующей на стержень, арку, оболочку, будем иметь катастрофу сборки.

При независимом управлении тремя параметрами ($\lambda^1, \lambda^2, \lambda^3$) будем иметь катастрофы типа ласточкин хвост и гиперболические и эллиптические омбилические катастрофы. При четырех параметрах получим параболическую омбилику.

Заметим, что первые 4 катастрофы имеют только одну активную обобщенную координату q (простая потеря устойчивости). Последние 3 катастрофы имеют активные координаты q_1 и q_2 (одновременная потеря устойчивости по двум формам).

Т а б л и ц а

Основные элементарные катастрофы

№ п/п	Название катастрофы	Потенциальная функция	Наименование особенностей
1	Складка	$\underline{q}^3 + \lambda^1 q$	Предельная точка Асимметричная
2	Сборка	$\underline{q}^4 + \lambda^2 q^2 + \lambda^1 q$	Устойчиво симметричная Неустойчиво симметричная
3	Ласточкин хвост	$\underline{q}^5 + \lambda^3 q^3 + \lambda^2 q^2 + \lambda^1 q$	
4	Бабочка	$\underline{q}^6 + \lambda^4 q^4 + \lambda^3 q^3 + \lambda^2 q^2 + \lambda^1 q$	
5	Гиперболическая омбилика	$\underline{q}_2^3 + \underline{q}_1^3 + \lambda^1 q_2 q_1 - \lambda^2 q_2 - \lambda^3 q_1$	Моноклиная Гомоклиная
6	Эллиптическая омбилика	$\underline{q}_2^3 - 3q_2 q_1^2 + \lambda^1 (q_2^2 + q_1^2) - \lambda^2 q_2 - \lambda^3 q_1$	Антиклиная
7	Параболическая омбилика	$\underline{q}_2^2 q_1 + \underline{q}_1^4 + \lambda^1 q_2^2 + \lambda^2 q_1^2 - \lambda^3 q_2 - \lambda^4 q_1$	

Подчеркнем, что в таблице содержатся все структурно устойчивые особенности, наблюдаемые в действительности при воздействии от 1 до 4 управляющих параметров. Так, например, в биологии пространство и время являются первичными управляющими параметрами при дифференцировании клеток.

Теория катастроф изучает динамические нелинейные системы, которые описываются следующими уравнениями:

$$\frac{\partial x_i}{\partial t} = F_i(x_i, \lambda_k), \tag{1}$$

где x_i – переменные, характеризующие состояние системы;

λ_k – комплекс управляющих параметров.

В элементарной теории катастроф имеет место частный случай, когда существует потенциальная функция

$$F_i = \frac{\partial}{\partial x_i} \Pi(x_i, \lambda_k), \tag{2}$$

при этом сама система находится в состоянии равновесия, т.е. $x_i = 0$.

Тогда задача сводится к исследованию изменений состояния равновесия $x_i(\lambda_k)$ потенциальной функции $\Pi(x_i, \lambda_k)$ при изменении управляющих параметров λ_k и является некоторым обобщением задач на экстремум. Следовательно, задачи на равновесие имеют определенное отношение к практическому приложению элементарной теории катастроф.

Для одномерной задачи поведение функций $\Pi(x_i, \lambda_k)$ определяется максимумами и минимумами, соответствующими равенству нулю 1-й производной при отличии от нуля 2-й производной. Для двумерной задачи функция $\Pi(x_1, x_2)$ связаны с аттракторами [7].

Критические точки определяются обращением в нуль первых производных $\partial \Pi / \partial x_1, \partial \Pi / \partial x_2$ при отличии от нуля вторых производных.

В более общем случае аналог 2-й производной гессиан [8] представляет собой отличный от нуля детерминант набора вторых производных:

$$\det \Pi_{ij} \neq 0; \quad \Pi_{ij} = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial x_i \partial x_j}. \quad (3)$$

Отметим, что при некоторых значениях управляющих параметров λ_k могут появляться вырожденные критические точки, для которых одно или несколько значений $\det \Pi_{ij}$ становятся равными нулю. В случае, когда $\det \Pi_{ij} = 0$, наблюдается случай катастрофы, которая носит название странного аттрактора.

В окрестности вырожденных особых точек с помощью преобразований координат потенциальная функция может быть представлена в виде

$$\Pi = \text{Cat}(x_i, \lambda_m) + \sum_{j=l+1}^{n-1} \gamma_j(\lambda_k) \tilde{x}_j^2. \quad (4)$$

Здесь l – число переменных, соответствующих нулевым собственным значениям $\det \Pi_{ij}$. Данные переменные являются аргументами функции катастрофы $\text{Cat}(x_i, \lambda_m)$, зависящими от m управляющих параметров.

В.И. Арнольд [9] показал, что функции $\text{Cat}(x_i, \lambda_m)$ возможно привести к некоторому каноническому виду, то есть классифицировать по аналогии с классификацией в теории групп, применяемых для описания свойств элементарных частиц, молекул, кристаллов.

Рассмотрим самые простые (элементарные) катастрофы. Это прежде всего катастрофа складки, описываемая функцией следующего вида:

$$\text{Cat}(x, \lambda) = \frac{1}{3} x^3 + \lambda_1 x. \quad (5)$$

Вторая – катастрофа сборки, описываемая функцией

$$\text{Cat}(x, a, b) = \frac{1}{4} x^4 + \frac{1}{2} \lambda_2 x^2 + \lambda_1 x. \quad (6)$$

Катастрофа складки зависит от одной переменной состояния x и одного λ управляющего параметра. Катастрофа сборки зависит от двух управляющих параметров (λ_1 и λ_2).

Следовательно, катастрофа складки может быть представлена в двумерном, а сборки – в трехмерном пространстве.

Следует особо отметить, что катастрофы складки встречаются во многих проблемах науки и техники. По-видимому, наиболее простая механическая модель – это арка. Модель пологой арки в дальнейшем будет использована при решении практических задач по проектированию взрывозащитных мембран.

Применение теории катастроф к исследованию прочности взрывозащитных устройств

В настоящее время весьма важное значение в науке и технике имеют системы жизнеобеспечения защитных устройств и сооружений в условиях техногенных катастроф [10].

В химической технологии и ядерной энергетике весьма остро стоит проблема защиты людей и технологического оборудования от пожаров и взрывов. Как правило в качестве защитных устройств используются различного типа взрывные клапаны и взрывопредохранительные мембраны круглого либо прямоугольного очертания [11].

На рис. 3 показаны хлопающие предохранительные мембраны [11]. Основное отличие мембраны 4 (рис. 3) от других типов состоит в том, что они своей выпуклой стороной обращены к зоне повышенного давления (внутри защищаемого аппарата). При повышении давления сверх критического мембрана теряет устойчивость и с хлопком прощелкивает в противоположную сторону. При этом мембрана ударяется о крестообразный нож 1 (см. рис. 3, а, б) и разрезается на 4 лепестка.

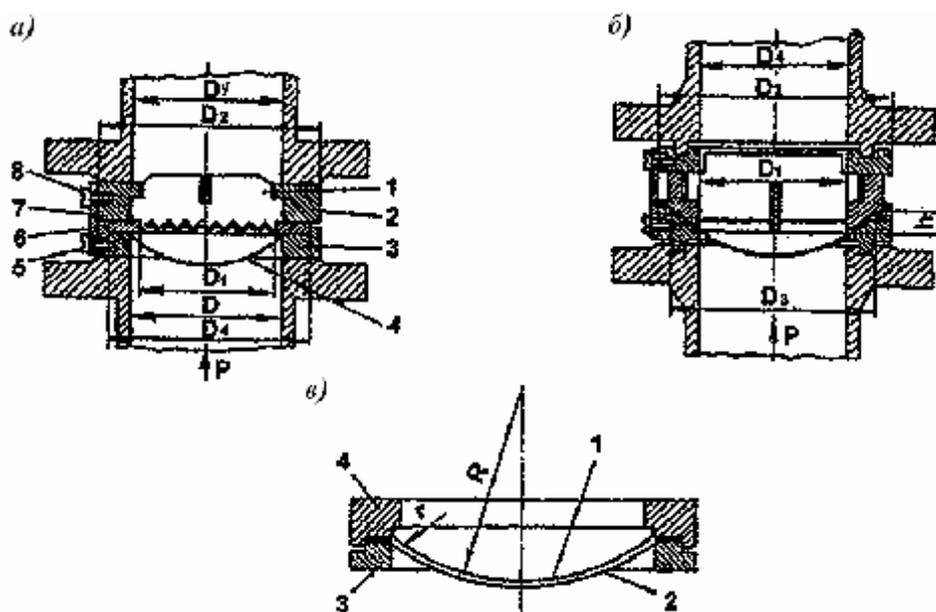
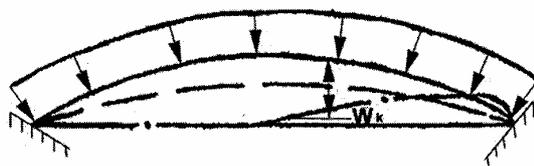


Рис. 3. Хлопающие предохранительные мембраны: а – с плоским зажимом и зубчатым ножом; 1 – нож; 2, 3, 5 – зажимные кольца; 4 – мембрана; 6 – планка; 7 – прокладка; 8 – винт; б – с коническим зажимом и гладким ножом; в – с переменной кривизной и свободной заделкой; 1 – мембрана; 2 – пленка; 3, 4 – кольца

Работу хлопающей мембраны поясним на примере пологой арки (рис. 4, а), нагруженной равномерной нагрузкой. Такая арка является характерной прощелкивающей системой, поэтому ее можно использовать как модельную систему для выяснения качественных особенностей прощелкивающих систем. Пунктиром на рис. 4, а показаны симметричная форма выпучивания, которая при достижении в арке критического распорного усилия переходит в несимметричную форму, показанную штрихпунктиром.

Как видно из характеристики $q(W_T)$ (рис. 4, б), при $q_{\min} < q < q_{\max}$ арка имеет три равновесных состояния. Причем характеристики, соответствующие точкам участков EA и BC, устойчивы, а точкам участка AB – неустойчивы. Поэтому при статическом росте нагрузки $q = 0$ до $q = q_{\max}$ деформация арки соответствует движению по характеристике от 0 к точке A. Состояние в точке A, являющейся предельной точкой, становится неустойчивым, и арка хлопком переходит из положения A в C. При этом нагрузка q совершает работу, соответствующую площади криволинейной фигуры OACJO. Часть этой работы, а именно площадь фигуры OABCSJO переходит в энергию деформации арки, а часть ACBA в кинетическую энергию, которая определяет колебания арки около положения равновесия C.

а)



б)

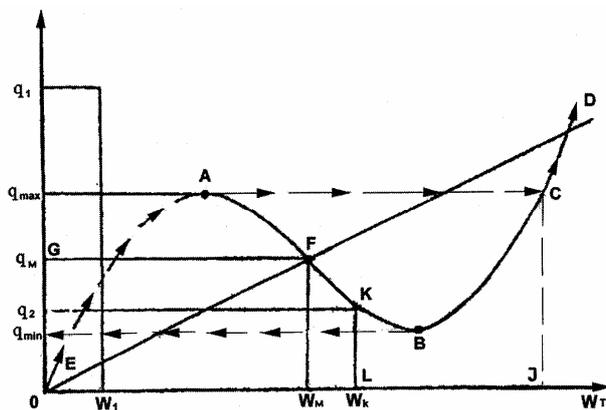


Рис. 4. К расчету пологой арки: а - характерная прощелкивающая система; б - характеристика арки $q(W_T)$

Вопросы нелинейного деформирования хлопающих мембран детально разработаны в работе В.А. Пухля с соавторами [12] на основе теории оболочек. Явление прощелкивания оболочки может быть изучено при помощи уравнения теории пологих оболочек К. Маргерра [13]. При этом проблема сводится к решению связанной системы двух нелинейных уравнений в частых производных, что является довольно сложной задачей. В то же время известны упрощенные подходы к анализу нелинейно деформирующихся, в том числе и прощелкивающих систем, которые позволяют с использованием ряда упрощающих допущений существенно облегчить анализ их деформирования при сохранении приемлемой точности. Такие подходы нам кажутся особенно эффективными при использовании их для критериальных оценок минимальных динамических нагрузок прощелкивания.

Ниже на примере прямоугольной в плане пологой оболочки двойной кривизны рассмотрен упрощенный подход к анализу ее нелинейного деформирования, который можно также трактовать как обобщение подхода И.Г. Бубнова на пластины и оболочки.

Полная система уравнений для такой оболочки может быть представлена в следующем виде [13]:

$$D\nabla^2\nabla^2w = N_x \left(k_x + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + N_y \left(k_y + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + 2T \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + q. \quad (7)$$

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} - k_x w + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2, \quad k_x = \frac{1}{R_x}; \quad \gamma = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y};$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} - k_y w + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2, \quad k_y = \frac{1}{R_y}. \quad (8)$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{Eh}(N_x - \mu N_y); \quad \varepsilon_y = \frac{1}{Eh}(N_y - \mu N_x); \quad \gamma = \frac{2(1+\mu)}{Eh}T, \quad (9)$$

где k_x, k_y – главные кривизны недеформированной оболочки;

∇^2 – оператор Лапласа.

Учитывая выражение (9), перепишем соотношения (8) в следующей форме:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{1}{Eh}(N_x - \mu N_y) + k_x w - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2; \\ \frac{\partial v}{\partial y} &= \frac{1}{Eh}(N_y - \mu N_x) + k_y w - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2. \end{aligned} \quad (10)$$

Дальнейшее исследование основывается на предположении, что определяющий вклад в нелинейность вносят средние по площади панели величины тангенциальных усилий N_x и N_y , а влиянием сдвиговых усилий T можно пренебречь. Ясно, что такие предположения могут привести к удовлетворительному результату лишь для таких случаев нагружения панели, когда усилия N_x и N_y слабо меняются по области, ограниченной контуром панели, а сдвиговые усилия T – малы.

Введем средние усилия по формулам

$$\alpha = \frac{1}{ab} \int_0^b \int_0^a N_x dx dy, \quad \beta = \frac{1}{ab} \int_0^b \int_0^a N_y dx dy. \quad (11)$$

Введем далее безразмерные величины $w = Wh$, $v = Vh$, $u = Uh$, $x = x^*a$, $y = y^*a$, $k_x = k_x^*h/a^2$, $k_y = k_y^*h/a^2$, $\alpha = \alpha^*D/a^2$, $\beta = \beta^*D/a^2$, $q = QDh/a^4$, $\psi = b/a$, $\nu = 12(1-\mu^2)/\psi$. Ниже звездочку у безразмерных величин будем опускать. Тогда с учетом высказанных предположений, уравнение (7) представляется в виде

$$\nabla^2 \nabla^2 W - \alpha \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - \beta \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = Q + \alpha k_x + \beta k_y. \quad (12)$$

Это уравнение линейно. При заданных на контуре условиях на прогиб W оно может быть проинтегрировано и его решение имеет следующий вид:

$$W = W(x, y, q, \alpha, \beta). \quad (13)$$

Рассмотрим условия на контуре, соответствующие закреплению краев оболочки по нормальным к контуру тангенциальным перемещениям:

$$\begin{aligned} &U = 0 \\ \text{при} & \\ &x = 0, \quad x = a; \quad V = 0 \\ \text{при} & \\ &y = 0, \quad y = \psi. \end{aligned}$$

Эти условия могут быть записаны в равносильной форме

$$\int_0^{\psi} \int_0^1 \frac{dU}{dx} dx dy = 0, \quad \int_0^{\psi} \int_0^1 \frac{\partial V}{\partial y} dx dy = 0. \quad (14)$$

После подстановки в эти условия выражений (10) с учетом обозначений (11) получаем два равенства:

$$\begin{aligned} \alpha - \mu\beta + \nu k_x \int_0^\psi \int_0^1 W dx dy - \frac{\nu}{2} \int_0^\psi \int_0^1 \left(\frac{\partial W}{\partial x} \right)^2 dx dy &= 0, \\ \beta - \mu\alpha + \nu k_y \int_0^\psi \int_0^1 W dx dy - \frac{\nu}{2} \int_0^\psi \int_0^1 \left(\frac{\partial W}{\partial y} \right)^2 dx dy &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

На основе этих соотношений с учетом решения (13) уравнения (12) приводятся к двум трансцендентным уравнениям относительно α , β , q .

Рассмотрим решение для прямоугольной шарнирно опертой оболочки. На ее контуре должны удовлетворяться следующие условия:

$$\begin{aligned} \text{при} \quad W &= 0, \quad \partial^2 W / \partial x^2 = 0 \\ & \quad x = 0, \quad x = 1. \\ \text{при} \quad W &= 0, \quad \partial^2 W / \partial y^2 = 0 \\ & \quad y = 0, \quad y = \psi. \end{aligned} \quad (16)$$

Решение будем отыскивать в виде двойного тригонометрического ряда:

$$W = \sum_{i,j=1}^{\infty} W_{ij} \sin(i\pi x) \sin\left(\frac{j\pi y}{\psi}\right). \quad (17)$$

Правую часть уравнения (12) также разложим в двойной тригонометрический ряд. Для постоянного по поверхности панели давления получим

$$Q - \alpha k_x + \beta k_y = (Q + \alpha k_x + \beta k_y) \sum_{i,j=1}^{\infty} F_{ij} \sin(i\pi x) \sin\left(\frac{i\pi y}{\psi}\right). \quad (18)$$

$$F_{ij} = \frac{16}{\pi^2 ij} f, \quad f = \begin{cases} 1, & \text{если } i \text{ и } j \text{ нечетные} \\ 0, & \text{если } i \text{ или } j \text{ четные} \end{cases}$$

После подстановки выражений (17) и (18) в уравнение (12) получаем

$$W_{ij} = \frac{Q + \alpha k_x + \beta k_y}{(I^2 + J^2)^2 + \alpha I^2 + \beta J^2} Q_{ij}, \quad (19)$$

$$I = i\pi, \quad J = j\pi/\psi, \quad Q_{ij} = F_{ij} \quad (i, j = 1, 2, \dots).$$

Из выражений (19) следует, что для оболочек идеальной формы и при строго постоянной нагрузке деформирование происходит только по симметричным формам. Однако реальные оболочки имеют малые отклонения от идеальной формы и нагрузка также отклоняется от постоянной. Именно эти факторы и позволяют развиваться несимметричным формам, если, конечно, в панели возникают тангенциальные усилия, соответствующие потере устойчивости по несимметричным формам. Чтобы условия развития несимметричных форм сохранялись в численных расчетах, будем задавать Q_{ij} в форме

$$Q_{ij} = \frac{16}{\pi^2 ij} q, \quad q = \begin{cases} 1, & \text{если } i \text{ и } j \text{ нечетные} \\ \varepsilon, & \text{если } i \text{ и } j \text{ четные } (0 < \varepsilon \ll 1). \end{cases} \quad (20)$$

Подставим теперь выражение (17) в уравнения (15). В результате, учитывая ортогональность тригонометрической системы функций $\sin(i\pi x) \times \sin(j\pi y/\psi)$ в области $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \psi$, получим

$$\begin{aligned} \alpha - \mu\beta + (Q + \alpha k_x + \beta k_y) k_x \phi(\alpha, \beta) \frac{64\nu\psi}{\pi^6} - (Q + \alpha k_x + \beta k_y)^2 \frac{32\nu\psi}{\pi^6} \phi_j(\alpha, \beta) &= 0; \\ \beta - \mu\alpha + (Q + \alpha k_x + \beta k_y) k_y \phi(\alpha, \beta) \frac{64\nu\psi}{\pi^6} - (Q + \alpha k_x + \beta k_y)^2 \frac{32\nu\psi}{\pi^6 \psi} \phi_i(\alpha, \beta) &= 0; \end{aligned} \quad (21)$$

$$\phi(\alpha, \beta) = \sum_{i,j=1}^{\infty} \frac{\delta(i, n)\delta(j, n)}{i^2 j^2 M_{ij}(\alpha, \beta)}; \quad \phi_j(\alpha, \beta) = \sum_{i,j=1}^{\infty} \frac{\delta_\varepsilon^2(i, n)\delta_\varepsilon^2(j, n)}{j^2 M_{ij}^2(\alpha, \beta)}; \quad \phi_i(\alpha, \beta) = \sum_{i,j=1}^{\infty} \frac{\delta_\varepsilon^2(i, n)\delta_\varepsilon^2(j, n)}{i^2 M_{ij}^2(\alpha, \beta)};$$

$$M_{ij}(\alpha, \beta) = \pi^2 \left(i^2 + j^2 / \psi^2 \right)^2 + \alpha i^2 + \beta j^2 / \psi^2,$$

где $\delta(k, n) = 1$, если k нечетно; $\delta(k, n) = 0$, если k четно; $\delta_\varepsilon(k, n) = 1$, если k нечетно, $\delta_\varepsilon(k, n) = \varepsilon$, если k четно ($0 < \varepsilon \ll 1$).

В уравнения (21) целесообразно ввести новые переменные $\xi = \alpha - \mu\beta, \eta = \beta - \mu\alpha, \zeta = Q + \alpha k_x + \beta k_y$. Тогда получим систему уравнений

$$\begin{aligned} \xi + \zeta \frac{64k_x \nu\psi}{\pi^6} \sum_{i,j=1}^{\infty} \frac{\delta(i, n)\delta(j, n)}{i^2 j^2 L_{ij}(\xi, \eta)} - \zeta^2 \frac{32\nu\psi}{\pi^6} \sum_{i,j=1}^{\infty} \frac{\delta_\varepsilon^2(i, n)\delta_\varepsilon^2(j, n)}{j^2 L_{ij}^2(\xi, \eta)} &= 0; \\ \eta + \zeta \frac{64k_y \nu\psi}{\pi^6} \sum_{i,j=1}^{\infty} \frac{\delta(i, n)\delta(j, n)}{i^2 j^2 L_{ij}(\xi, \eta)} - \zeta^2 \frac{32\nu}{\pi^6 \psi} \sum_{i,j=1}^{\infty} \frac{\delta_\varepsilon^2(i, n)\delta_\varepsilon^2(j, n)}{i^2 L_{ij}^2(\xi, \eta)} &= 0; \end{aligned} \quad (22)$$

$$L_{ij}(\xi, \eta) = \pi^2 \left(i^2 + \frac{j^2}{\psi^2} \right)^2 + \frac{1}{1-\mu^2} \left[(\xi + \mu\eta) i^2 + \frac{(\eta + \mu\xi) j^2}{\psi^2} \right].$$

Исследуем поведение квадратной в плане панели одинаковой кривизны. В этом случае $\xi = \eta$ и вся проблема сводится к решению одного из уравнений системы (22), которое относительно переменной ξ является квадратным. При решении задачи суммирование осуществлялось до $m = 5$. Расчеты показали, что удержание в суммах большого числа слагаемых незначительно влияет на точность результатов.

На рис. 5, а приводится зависимость $\xi = (1-\mu)\alpha$ от параметра Q , а на рис. 5, б - безразмерного прогиба, вычисленного в центре панели W_0 от параметра нагрузки Q . Причем величины, приведенные на рис. 5, отнесены к безразмерной кривизне панели $k = k_x = k_y$.

Как видно из рис. 5, а и 5, б, в зависимости от параметра кривизны k панель может прощелкивать (при $k = 7,96, k = 15$), а может и деформироваться без прощелкивания (при $k = 5$). Граничным значением параметра, определяющим переход от деформирования без прощелкивания к прощелкиванию, является $k = 6,3$.

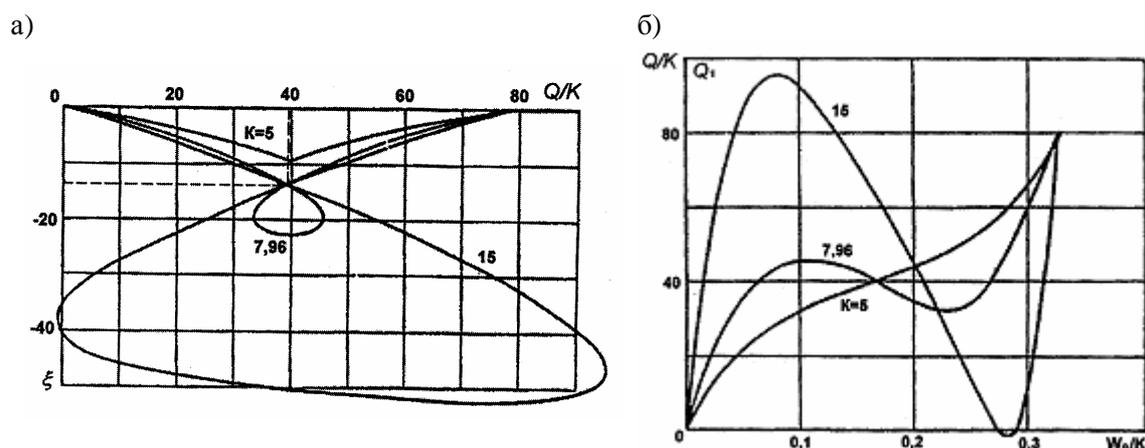


Рис. 5. К исследованию поведения квадратной панели: а - зависимость параметра ξ от параметра нагрузки Q ; б - зависимость безразмерных прогибов в центре панели W_0 от параметра нагрузки Q

Отметим, что с ростом параметра кривизны верхнее критическое давление Q_1 сильно возрастает.

Наличие зависимостей $Q(W)$ позволяет без труда оценить минимальную критическую динамическую нагрузку прощелкивания Q^* , когда на панель действует мгновенно приложенный импульс давления бесконечной протяженности по времени, так, например, для $k = 15$ получаем $Q^* = 1140$, а для $k = 7,96$ получаем $Q^* = 280$.

Выводы

На основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

1. В настоящее время в окружающем нас мире постоянно происходят природные и техногенные катастрофы, одной из последних является катастрофа на АЭС «Фукусима-1»; прогнозирование катастроф при этом является довольно проблематичным.

2. Интенсивно развивающаяся за последние десятилетия математическая теория катастроф может в ряде случаев предвидеть разрушение различного рода промышленных и гражданских объектов.

3. В отдельных случаях теория катастроф, например прощелкивание пологой арки (оболочки), позволяет правильно спроектировать защитные устройства в химической технологии и ядерной энергетике, в частности, взрывопредохранительные мембраны защитных сооружений при укрытии людей.

ПРОБЛЕМИ ПРОГНОЗУВАННЯ ВІДМОВ УСТАТКУВАННЯ СИСТЕМ ЖИТТЄЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НА ОБ'ЄКТАХ ПІДВИЩЕНОЇ НЕБЕЗПЕКИ

В.О. Пухлій

Розглядаються питання математичного моделювання природних і техногенних катастроф, зокрема, в ядерній енергетиці. Для запобігання руйнуванням різного роду промислових і цивільних об'єктів використовуються методи математичної теорії катастроф. Як приклад наводиться розрахунок запобіжної мембрани від вибухів і пожеж.

**PREDICTION PROBLEMS of LIFE SUPPORT SYSTEMS EQUIPMENT FAULT
at the ENHANCED DANGER OBJECTS**

V. Puhly

Questions of the mathematical modeling of natural and anthropogenic accidents, in particular, in the nuclear power engineering have been considered. For prevention of industrial and public objects damages of various types the mathematical catastrophe theory methods were used. The calculation of the preventive membrane from explosions and fires was given as an example.

Список использованных источников

1. Пуанкаре А. Новые методы небесной механики / А. Пуанкаре // Избранные труды. – М.: Наука, 1972. – Т. 1, 3. – 376 с.
2. Ляпунов А.А. Общая задача об устойчивости движения / А.А. Ляпунов. – Харьков, 1892. – 68 с.
3. Андронов А.А. Теория «грубых систем» / А.А. Андронов, Л.С. Понтрягин. – ДАН СССР, 1937. – Т. 14. – 247 с.
4. Thom R. Structural Stability and Morphogenesis / R. Thom. – Reading, Benjamin, 1975. – 240 p.
5. Hopf E. Abzweigung einer periodischen Lösung von einer stationären Lösung einer Differentialsystems / E. Hopf. – Berichten der Math. – Phys. Klass der Sachlichen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig, 1942, Band 94. - S. 3 - 22.
6. Zeeman E.C. Catastrophe Theory: Selected Papers 1972 - 1977 / E.C. Zeeman. – London: Addison Wesley, 1977. – 312 с.
7. Странные аттракторы: сб. статей / Под ред. Я.Г. Синай и Л.П. Шильникова. – М.: Мир, 1981. – 324 с.
8. Пухлий В.А. Численные методы. Теория и практикум в среде MATLAB / В.А. Пухлий. – Севастополь: Черкасский ЦНТЭИ, 2007. – Т. I. – 412 с. – Т. II. – 2008. – 742 с.
9. Арнольд В.И. Теория катастроф / В.И. Арнольд. – М.: МГУ, 1983. – 370 с.
10. Стоянов В.У. Системы жизнеобеспечения защитных сооружений в условиях чрезвычайных ситуаций / В.У. Стоянов. – Симферополь: КАПКС, 2004. – 261 с.
11. Водяник В.И. Взрывозащита технологического оборудования / В.И. Водяник. – М.: Химия, 1991. – 256 с.
12. Кузнецов Е.Б. Об одном подходе к анализу нелинейного деформирования прощелкивающих пологих мембран / Е.Б. Кузнецов, Э.Н. Князев, В.А. Пухлий // Известия РАН. Механика твердого тела. – М., 1994. – № 2. – С. 109 - 115.
13. Пухлий В.А. Однородные и слоистые оболочки переменной жесткости: науч. тр. в 4-х т. / В.А. Пухлий. – Севастополь: Черкасский ЦНТЭИ, 2002. – Т. 2. – 362 с.
14. Флинн М. Катастрофы грядущего / М. Флинн. – М.: Аванта, 2001. – 32 с.

Надійшла до редакції 21.11.13 р.