

**Олександр Школа,**  
кандидат педагогічних наук, доцент  
Бердянського державного  
педагогічного університету

## **ФОРМУВАННЯ ПОНЯТТЯ ЕНТРОПІЇ В КУРСІ ТЕРМОДИНАМІКИ І СТАТИСТИЧНОЇ ФІЗИКИ**

*У статті проведено короткий аналіз методики формування поняття ентропії в курсі термодинаміки і статистичної фізики, що має важливе професійно-педагогічне значення в підготовці майбутнього вчителя фізики.*

**Ключові слова:** макроскопічна система, необоротність, термодинамічна ймовірність, ентропія.

*В статье проведен короткий анализ методики формирования понятия энтропии в курсе термодинамики и статистической физики, которая имеет важное профессионально-педагогическое значение в подготовке будущего учителя физики.*

**Ключевые слова:** макроскопическая система, необратимость, термодинамическая вероятность, энтропия.

*The article contains a brief analysis of the methodology the entropy concept formation in the course of thermodynamics and statistical physics, which has the important professional and pedagogic mean in the future Physics teacher training.*

**Key words:** the macroscopic system, thermodynamic irreversibility, likelihood, the entropy.

Важливість вивчення курсу теоретичної фізики у професійній підготовці майбутнього учителя фізики не підлягає сумніву, оскільки він розширює його науковий і культурний світогляд, озброює концептуально й методологічно. Майбутньому фахівцю необхідно оволодіти обома способами вивчення макросистем – термодинамічним і статистичним – знати їх основні риси та якісні відмінності. Результатом навчання студентів має бути не тільки сума наукових знань, а й достатньо сформований рівень його компетентності за умов сучасного розвитку техніки та інформаційних технологій. Зазначимо, що озброєння студентів системою наукових знань не забезпечує автоматичного формування у них відповідних умінь і навичок. Формування вмінь з використання методів дослідження макросистем є досить тривалим процесом, який потребує знань і праці, це такий рівень культури мислення, на який студенти можуть

піднятися тільки в результаті цілеспрямованої, спеціально організованої роботи.

У розпорядженні викладача курсу термодинаміки і статистичної фізики сьогодні достатньо різноманітної навчально-методичної літератури. Серед них: російськомовні підручники А. Ансельма; І. Базарова; А. Василевського та В. Мултановського; І. Кваснікова; Л. Ландау та Е. Ліфшица, підручники вітчизняних авторів Л. Булавіна; Є. Венгера; О. Єрмолаєва; С. Королюка, С. Мельничука та О. Валя; А. Федорченка, а також переклади таких іншомовних видань, як «Берклєєвський курс фізики», «Фейманівські лекції з фізики», «Статистична фізика» А. Зоммерфельда, Ч. Кіттеля, А. Райфа та ін. Незважаючи на методичну цінність цих видань, необхідність удосконалення методики викладання курсу в сучасних умовах модернізації вищої освіти в контексті європейських вимог, посилення фундаментальності та професійної спрямованості у підготовці майбутніх учителів фізики є цілком очевидною. Проте зменшення обсягу аудиторних годин, зміщення акцентів навчального навантаження студентів в бік самостійної роботи стають певними перешкодами на шляху якісного засвоєння основних питань навчального курсу.

До числа останніх, зокрема, можна віднести поняття ентропії, без якого аналіз законів термодинаміки неможливий. Ентропія – одна з найбільш абстрактних фізичних величин. Разом з цим – це одне з найфундаментальніших понять сучасної науки, яке не тільки пронизує всю фізику, але й проникає в суміжні науки (хімію, біологію, кібернетику, теорію інформації тощо), обумовлюючи його багатозначність (термодинамічна, інформаційна, диференціальна та ін.). Завдяки широкому спектру функцій у сучасній науці формування поняття ентропії виступає одночасно одним з найважливіших й найскладніших складових процесу навчання, тому потребує спеціального аналізу.

Аналіз науково-методичної літератури свідчить про те, що різним аспектам удосконалення змісту й структури, методів, організаційних форм і засобів навчання фізики у вищій школі присвячені дослідження П. Атаманчука, Л. Благодаренко, І. Богданова, О. Бугайова, Б. Будного, Г. Бушка, С. Величка, С. Гончаренка, О. Іваницького, Л. Калапуші, А. Касперського, Е. Коршака, Д. Костюкевича, О. Ляшенка, М. Мартинюка, В. Савченка, О. Сергєєва, В. Сергієнко, Н. Сосницької, Б. Суся, І. Тичини, В. Шарко, М. Шута та ін. Зазначимо, що комплексні дослідження, присвячені науково-методичним засадам навчання курсу теоретичної фізики майбутнім учителям фізики, що відображають сучасні ідеї й тенденції розвитку вищої педагогічної освіти та дозволяють формувати їх професійну компетентність на сьогодні майже відсутні. Тому метою статті є короткий аналіз методики формування поняття ентропії в курсі термодинаміки і статистичної фізики, що має важливе професійно-

---

педагогічне значення в підготовці майбутнього вчителя фізики.

На наш погляд, ефективному засвоєнню поняття ентропії сприятиме максимальна лаконічність математичного апарату, логічність та послідовність викладу навчального матеріалу у відповідності з історичним шляхом розвитку термодинаміки і статистичної фізики. Перший закон термодинаміки, незважаючи на фундаментальність, дає кількісний баланс енергії для будь-яких фізичних процесів, але не розкриває якісну різницю різних форм енергії і тому не може визначити напрям їх перебігу. Як відомо, більшість реальних процесів є необоротними. Найтиповішими, наприклад, є такі: а) процес дифузії двох речовин ніколи не супроводжується зворотнім самовільним виділенням окремих складових; б) нагріте тіло завжди охолоджується, віддаючи свою внутрішню енергію у вигляді теплоти молекулам зовнішнього середовища; в) навіть з позицій здорового життєвого глузду зрозуміло, що розсіяний в атмосфері дим не може втягнутися назад у трубу, зруйнований будинок сам не постане з руїн, розсіяні на більярдному столі кулі не зберуться назад у піраміду та ін. Розглянуту односторонність реальних макропроцесів пояснюють їх нерівноважністю, що й призводить до необоротності. Тому перший закон термодинаміки доповнюється іншим, незалежним від нього дослідним постулатом. Цю роль відіграє другий закон термодинаміки, який не тільки дає критерій перебігу реальних теплових процесів, але й дозволяє знайти оптимальні умови перетворення теплоти в роботу, що робить його фундаментом усієї теплотехніки.

Детальне вивчення робіт С. Карно привели Р. Клаузіуса до відкриття *другого закону термодинаміки*. На основі уявлень про необоротність реальних процесів він з'ясовує специфічні особливості теплового руху та розглядає другий принцип термодинаміки як самостійний закон: *«не можливий процес, єдиним результатом якого є перехід теплоти від менш нагрітого тіла до більш нагрітого»*. Аналіз теореми Карно дозволив Клаузіусу встановити *нерівність*, яка становить класичну форму елементарного аналітичного виразу другого закону термодинаміки:  $(Q_1 - Q_2)/Q_1 \leq (T_1 - T_2)/T_1$  (по відношенню до робочого тіла  $Q_1 > 0$ ,  $Q_2 < 0$ ) або  $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0$ .

Отриманий вираз (у випадку рівності) схожий на закон збереження, а це, у свою чергу, не могло не привернути увагу до величини  $\Delta Q/T$ . Узагальнюючи довільний циклічний процес як суму дуже великого, гранично нескінченного, числа елементарних оборотних циклів Карно (рис. 1), Клаузіус прийшов до виразу:  $\sum_i (\Delta Q/T)_i \leq 0$ . Під час переходу до нескінченно малих циклів остання сума гранично переходить в *інтеграл Клаузіуса*:

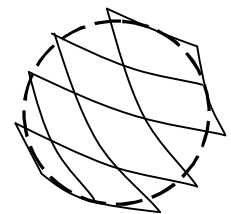
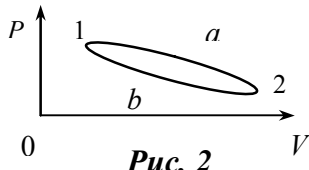


Рис. 1

$$\oint (\delta Q/T) \leq 0 \quad (1)$$

Згідно (1) для оборотного циклу, зображеного на рис. 2:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_{1(a)}^2 \frac{\delta Q}{T} + \int_{2(b)}^1 \frac{\delta Q}{T} = 0, \quad \text{звідки} \quad \text{виходить}$$


$$\int_{1(a)}^2 \frac{\delta Q}{T} = - \int_{2(b)}^1 \frac{\delta Q}{T} = \int_{1(b)}^2 \frac{\delta Q}{T}. \quad \text{Як бачимо, підінтегральний}$$

вираз є повним диференціалом деякої функції, яку Р. Клаузіус у 1854 р. назвав *ентропією*  $S$  (від грецького *entropia* – «поворот», «перетворення»):

$$\frac{\delta Q}{T} = dS \quad (2)$$

У нашому випадку:  $\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = S_2 - S_1$ . Таким чином, простежується тісна

аналогія між ентропією і внутрішньою енергією системи. По-перше, *обидві величини є однозначними функціями стану системи, а їх прирости – повними диференціалами*. По-друге, *означеннями обох функцій є диференціальні рівняння, які дають можливість знаходити лише їх зміни*, тобто ентропію можна визначити тільки з точністю до адитивної сталої інтегрування. Якщо в попередній формулі зафіксувати перший стан як початковий, то ентропія системи у другому довільному стані дорівнюватиме:  $S = \int (\delta Q/T) + S_0$ , де  $S_0$  і є згадана стала ентропії. По-третє, *ентропія, як і внутрішня енергія, є адитивною величиною*, тобто ентропія складної системи дорівнює сумі ентропій її складових частин. Це безпосередньо виходить з (2), бо кількість теплоти, якою обмінюється система з зовнішніми тілами, за заданих інших умов пропорційна її масі, тим часом як температура від маси системи зовсім не залежить.

У загальному випадку необоротних процесів інтеграл Клаузіуса вже не дорівнює нулю. У нашому випадку (вважаємо перехід системи 1а2

необоротним) згідно (1) маємо:  $\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_{1(\text{необ})}^2 \frac{\delta Q}{T} + \int_{2(\text{об})}^1 \frac{\delta Q}{T} < 0$ , звідки

$$\int_{1(\text{необ})}^2 \frac{\delta Q}{T} < - \int_{2(\text{об})}^1 \frac{\delta Q}{T} = \int_{1(\text{об})}^2 \frac{\delta Q}{T} = S_2 - S_1. \quad \text{Отже, } S_2 - S_1 > \int_{1(\text{необ})}^2 \frac{\delta Q}{T}, \quad \text{або в загальному}$$

вигляді:  $S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$ . Для нескінченно малого процесу замість останнього

співвідношення маємо:  $dS \geq (\delta Q/T)$ . Ця нерівність є одним з найзагальніших виразів другого закону термодинаміки. Спрямованість процесів у замкнених системах ( $\delta Q = 0$ ) математично виражають так:

$$dS \geq 0, \quad (3)$$

де знак рівності відповідає рівноважним, а нерівності – нерівноважним (необоротним) процесам. Отже, *загальною умовою стійкої термодинамічної рівноваги замкненої системи є максимум її ентропії*.

Іншими словами, *ентропія замкненої системи не може зменшуватись: вона або зростає, якщо в системі відбуваються необоротні процеси, або залишається сталою, якщо система перебуває в рівновазі і всі процеси в ній є оборотними. Сутність ентропії як параметру стану системи полягає в тому, що вона показує «ступінь нерівноважності» системи: відхилення системи від рівноваги тим більше, чим менше її ентропія (порівняно з її значенням у рівноважному стані).*

Підкреслимо, що зазначені вище властивості ентропії стосуються лише замкнених систем. У випадку незамкнених систем ентропія як для оборотних, так і для необоротних процесів може не тільки зростати, але й зменшуватися. У таких системах напрям теплових процесів визначається за допомогою інших термодинамічних функцій (вільної енергії, ентальпії, термодинамічного потенціалу Гіббса та ін.). Отже, якщо закон зростання ентропії (другий принцип) вказує напрям перебігу процесів, закон збереження енергії для теплових процесів (перший принцип) вказує на те, як повинен проходити той чи інший процес.

Зазначимо, що в рамках феноменологічної термодинаміки ентропію було введено формальним шляхом як певну функцію стану системи, обходячи її зв'язок з внутрішніми характеристиками системи та способи, за допомогою яких цей зв'язок можна встановити. У цьому й полягає основна складність формування у студентів цього поняття, яка носить суто психологічний характер і пов'язана з неможливістю безпосереднього сприйняття ентропії, відсутністю приладу, який би її вимірював, як, наприклад, вимірюють температуру. Властивості та глибинний фізичний зміст ентропії був з'ясований тільки з появою ймовірнісних підходів до опису внутрішнього світу речовини. Тому термодинамічне трактування цього поняття повинно бути доповнене статистичними уявленнями.

Статистична теорія доводить, що рівноважний стан досягається замкненою системою самовільно, як результат руху та взаємодії її мікрочастинок. Процес переходу системи у рівноважний стан можна розглядати як послідовність ряду нерівноважних макроскопічних станів з однаковими енергіями, але різними іншими параметрами, наприклад змінним за об'ємом тиском, густиною, температурою тощо. Виникає природне питання: чи існує така макроскопічна величина, яка б характеризувала відхилення замкненої системи від рівноважного стану та описувала напрямок теплових процесів? Уперше до цього зв'язку прийшов у 1872 р. Л. Больцман, сутність міркувань якого наведено нижче.

Припустимо, що з понеділка ви вирішили почати нове життя, невід'ємною умовою якого повинен стати ідеальний або близький до нього порядок на вашому письмовому столі: всі предмети та підручники чітко розташовуються на певних місцях, на столі починає царювати стан, який з повним правом можна назвати станом «порядку». Що ж відбувається з часом? Ви забуваєте ставити предмети та книжки на попередні місця і на столі виникає стан «хаосу». Не важко зрозуміти, з чим це пов'язано. Стану

«порядок» відповідає тільки одне певне розташування предметів, а стану «хаос» – значно більше число. Як тільки предмети почнуть займати довільні неконтрольовані вами положення, на столі самовільно виникає більш імовірний стан «хаосу», який реалізується значно більшим числом розподілів предметів. З подібних міркувань й виходив Л. Больцман, пояснюючи необоротність макропроцесів в природі. Число різних мікростанів, які відповідають даному макроскопічному стану системи, він назвав *термодинамічною ймовірністю*  $W_T$  або *статистичною вагою*  $\Omega$  *макроскопічного стану*:

$$W_T \equiv \Omega \quad (4)$$

Усі мікростани замкненої системи мають рівну ймовірність, немає жодного з них особливого, такого, що має якісь переваги над іншими. (Це твердження фактично еквівалентно гіпотезі про хаотичний характер теплового руху молекул). З часом мікростани безперервно змінюють один одного, при цьому ймовірність здійснення макроскопічного стану системи  $W$  виявляється пропорційною числу мікростанів, якими він може бути реалізований, тобто:  $W \sim \Omega$ . Чим більша статистична вага  $\Omega$  певного макроскопічного стану, тим більшою буде його ймовірність, тобто тим більший час система буде в ньому перебувати. Отже, *еволюція замкненої системи відбувається в напрямку переходу від малоімовірних до більш імовірних станів*.

На відміну від математичної ймовірності  $W$ , яка завжди менша одиниці, термодинамічна ймовірність  $W_T$  може бути великим числом. Поясним останнє на прикладі ідеального газу, який заповнює деяку прямокутну посудину з перегородкою всередині. Нехай спочатку газ заповнює ліву половину посудини. Приберемо перегородку – газ почне поширюватися. При цьому ймовірність стану коли газ, поширюючись, збереться до іншої половини посудини дорівнюватиме у випадку: а) однієї молекули  $W = 1/2$ ; б) двох молекул ( $N = 2$ )  $W = 1/2^2 = 1/4$ ; в) якщо  $N = 4$ , то  $W = 1/2^4 = 1/16$ . У загальному випадку, якщо газ складається з  $N$  молекул, ймовірність такої події дорівнюватиме  $W = 1/2^N$ . Якщо взяти реальне число молекул газу в  $1 \text{ см}^3$  за нормальних умов ( $N_L = 3 \cdot 10^{19}$  – число Лошмідта), то ймовірність того, що молекули, поширюючись з однієї половини посудини, зберуться всі разом в іншу буде дорівнювати  $W = 1/2^{3 \cdot 10^{19}}$ , а це практично нуль.

У загальному випадку статистичну вагу стану системи для розподілу молекул газу між половинами посудини визначають так:  $\Omega(n, N - n) = \frac{N!}{n!(N - n)!}$ . Звідси термодинамічна ймовірність системи для рівномірного розподілу дорівнюватиме у випадку: а) двох молекул  $W_T = 2$ ; б) чотирьох молекул  $W_T = 4!/(2! \cdot 2!) = 6$ ; в) десяти молекул  $W_T = 10!/(5! \cdot 5!) = 252$ . Якщо відкладати вздовж осі абсцис число молекул, наприклад, у лівій половині посудини, то графік функції розподілу станів системи матиме

вигляд (рис. 3). Як бачимо, рівномірний розподіл частинок між половинами посудини є найімовірнішим, при цьому ця тенденція значно посилюється зі збільшенням числа частинок в системі.

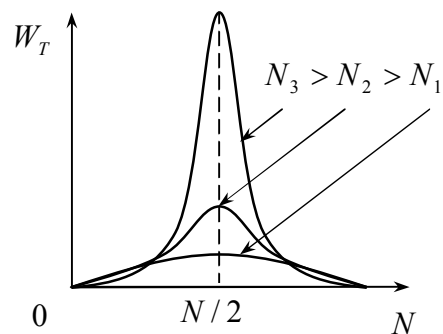


Рис. 3

У статистичній теорії закон зростання ентропії має наочний зміст: замкнена система за рахунок теплового руху частинок переходить до таких станів, які мають найбільшу ймовірність, тобто реалізуються більшим числом мікростанів. З рівноважного стану система самовільно не виходить, оскільки йому відповідає найбільша термодинамічна ймовірність, при цьому внутрішній рух в системі не припиняється, молекули продовжують інтенсивно рухатися, однак зміна мікростанів відбувається таким чином, що макроскопічний стан системи в цілому залишається сталим. Отже, сукупність величезного числа молекул має властивості, яких не має кожна молекула окремо. Хоча рух кожної молекули окремо підлягає законам механіки, рух сукупності молекул є вже нова, якісно відмінна від механічної, форма руху матерії.

Якщо одна з двох статистично незалежних підсистем може перебувати в  $\Omega_1$  мікростанів, а інша – будь-якому з  $\Omega_2$  мікростанів, то число мікростанів об'єднаної системи дорівнюватиме  $\Omega_1 \Omega_2$ . Тому для неї повна термодинамічна ймовірність  $W_T = W_1 \cdot W_2$ . У розрахунках зручно використовувати адитивну величину, якою є логарифм  $W_T$ . Враховуючи адитивність ентропії, маємо:  $S \sim \ln W_T = \ln W_1 + \ln W_2 = S_1 + S_2$ . Як бачимо, *ентропія системи пропорційна логарифму числа всіх її можливих мікроскопічних станів, тобто логарифму термодинамічної ймовірності:*

$$S = k \ln \Omega = k \ln W_T \quad (5)$$

Цей результат у статистиці має фундаментальне значення, оскільки слугує ключем до розуміння фізичного змісту другого закону термодинаміки, тому це положення часто називають принципом Больцмана, а рівняння (5) – формулою Больцмана (1872 р.). Сам Больцман ніколи не писав цієї формули. Це зробив Планк. Йому ж належить введення сталої Больцмана. Термін «принцип Больцмана» був введений пізніше А. Ейнштейном, за виразом якого формула Больцмана – це *«своєрідний міст, що з'єднує світ доступних нашому сприйняттю подій та прихований за їх «кулісами» основоположний світ атомів»* [5, с. 71]. Згідно (5) маємо ще одне найбільш глибоке трактування ентропії: *ентропія довільної термодинамічної системи визначає ступінь невпорядкованості в ній мікроскопічного руху, тобто є мірою безпорядку в системі: повний порядок відповідає мінімуму ентропії, будь-який безлад її збільшує, максимальна ж ентропія відповідає повному хаосу в системі (рівноважному стану).*

Наприкінці XIX ст. Дж. Гіббс установив молекулярно-кінетичний зміст ентропії для системи, що характеризується певним набором макропараметрів. Використовуючи відоме в термодинаміці рівняння Гіббса-Гельмгольца  $[\bar{E} = F - \theta(\partial F / \partial \theta)]$  та враховуючи вираз  $[S = -(\partial F / \partial T)_V]$ , він встановив:

$$S = -k \left( \frac{F - \bar{E}}{\theta} \right) = -k \int_{\Gamma} \left( \frac{F - \bar{E}}{\theta} \right) e^{(F - \bar{E})/\theta} d\Gamma \quad (6)$$

Згідно канонічного розподілу Гіббса  $(F - \bar{E})/\theta = \ln \omega(\Gamma)$ , звідки:

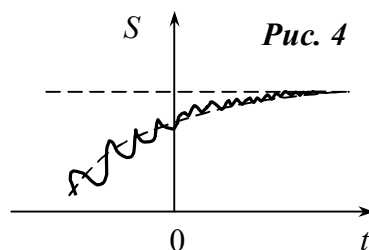
$$S = -k \int_{\Gamma} \omega(\Gamma) \ln \omega(\Gamma) d\Gamma = -k \ln \overline{\omega(\Gamma)}, \quad (7)$$

де  $\omega(\Gamma)$  – ймовірність реалізації  $i$ -го мікростану системи за відомими макроскопічними параметрами. Таким чином, *ентропію можна виразити через середній логарифм густини ймовірностей*. Останній вираз свідчить про те, що ентропія системи не є середньою величиною від механічних параметрів системи, а має статистичну природу. Звідси стає зрозумілим, чому не існує приладу для її вимірювання. Вирази (6) та (7) є визначенням ентропії за Гіббсом.

Поняття ентропії обумовлює *статистичне трактування стану рівноваги системи як найімовірнішого за заданих зовнішніх умов*. Через внутрішній рух частинок в системі рівноважний стан не є нерухомим, застиглим, однозначно визначеним. У цьому стані система перебуває найбільший час, тому ми спостерігаємо його частіше від інших. Проте спостереження виявляють часті малі відхилення від рівноваги – флуктуації (рис. 4). Великі відхилення взагалі можливі, але трапляються дуже рідко. Отже, *статистична теорія передбачає існування флуктуацій, тобто явищ, які проходять зі зменшенням ентропії* (термодинаміка таких процесів не розглядає).

*Статистично трактується й перехід системи від нерівноважних станів до рівноважного*. За статистичною теорією такий процес не є жорстко детермінованим і не обов'язково проходить весь час у бік рівноважного стану: він супроводжується малими відхиленнями від основного напрямку. Повільне зростання ентропії має місце лише в середньому, завдяки загальній тенденції в зміні станів системи. Отже, статистика показує, що закон зростання ентропії не є абсолютним законом природи.

Завдяки широкому спектру функцій у сучасній науці формування поняття ентропії в курсі термодинаміки і статистичної фізики має важливе професійно-педагогічне значення в підготовці майбутнього вчителя фізики. Усвідомлення, розширення та поглиблення знань щодо фізичної сутності цього поняття відбуватиметься з розглядом подальших питань програми курсу теоретичної фізики. Безумовно, засвоєння теоретичних





матеріалів буде найефективним тільки разом із розв'язанням відповідних задач. Науковий потенціал ентропії далеко не вичерпаний вже існуючими додатками. У перспективі проникнення ентропії в нову галузь науки – синергетику, яка займається вивченням закономірностей утворення й розпаду просторово-часових структур в системах різної природи: фізичних, хімічних, біологічних, економічних, соціальних та ін. Тріумфальний хід ентропії триває.

#### **СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

1. Ансельм А. И. Основы статистической физики и термодинамики / А. И. Ансельм. – М. : Просвещение, 1973. – 423 с.
2. Булавін Л. А. Молекулярна фізика / Л. А. Булавін. – К. : Знання, 2006. – 567 с.
3. Венгер Є. Ф. Основы статистичної фізики і термодинаміки / І. Ф. Венгер. – К. : Вища школа, 2004. – 255 с.
4. Школа О. В. Основы термодинаміки і статистичної фізики : навч. посібник / Олександр Школа. – Донецьк : Юго-Восток, 2009. – 374 с.
5. Эйнштейн А. Эволюция физики / А. Эйнштейн, Л. Инфельд. – М. : Наука, 1965. – 326 с.