

УДК 631.589.2 (082)

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОДНОБАРАБАННОЙ ПОДЪЕМНОЙ УСТАНОВКИ ДЛЯ ПРОИЗВОДСТВА ГИДРОПОННОЙ ПРОДУКЦИИ

*Головач І.В. д.т.н, професор*

*Національний університет біоресурсів і природокористування України*

*Калетнік Г.М. чл.-кор. НААН України*

*Кравченко І.Є. к.т.н, доцент*

*Цуркан О.В. к.т.н, доцент*

*Пришляк В.М. к.т.н, доцент*

*Вінницький національний аграрний університет*

*На основе обоснованных гипотез и допущений выведены дифференциальные уравнения динамики однобарабанных подъемных установок с учетом упругости валов и упруго-вязких весомых канатов переменной длины, которые могут использоваться при проектировании установок для производства гидропонного зеленого корма.*

*On the basis of the proved hypotheses and assumptions the differential equations of dynamics of elevating installations are deduced in view of shaft of the machine elasticity and elastic - viscous powerful ropes of variable length. The received equations can be used at projection of installations for production of hydroponic green food.*

**Постановка проблемы.** В настоящее время широкое распространение получили башенные гидропонные теплицы и подземные гидропонные цеха.

Башенные гидропонные теплицы достигают значительных высот. Так, вблизи Еревана высота такой теплицы составляет 70 м, а под Ригой – 140 м. Высота гидропонной башни "Солнце" – 82 в Японии – 240 м.

Существующие подземные гидропонные горизонты располагаются на глубине от 200 до 600 метров.

Доставка исходного посевного материала на такие высоты и глубины, а также вывоз выращенного урожая может в данном случае осуществляться только с помощью подъемных установок, которые монтируются на верхних ярусах башен или на поверхности земли. Поэтому необходимо создание обоснованной инженерной методики расчета указанных установок с целью обоснования их рациональных конструктивно-технологических параметров. Одним из главных этапов на пути создания такой методики есть составление дифференциальных уравнений динамики подъемных установок.

Подъемная установка состоит из подъемной машины с приводом и концевых грузов на канатах. Подъемная машина представляет собой устройство, преобразующее вращение вала двигателя в поступательное движение концевых грузов посредством навивки каната на вращающийся барабан. В настоящее время в странах дальнего зарубежья используются однобарабанные и двухбарабанные подъемные установки.

**Анализ исследований и публикаций по данной проблеме.** В работе [1] рассматривается динамика двух- и однобарабанных установок.

Тут расчетные схемы представляются в виде многомассовых крутильных систем, при этом массы канатов приводятся к массам концевых грузов, а изменение длины каната не учитывается.

В работе [2] рассматриваются динамические усилия в весомом упруго-вязком канате переменной длины в отрыве от подъемной машины, где взаимное влияние неизбежно.

В работе [3] наиболее четко сформулирована "Вторая основная задача динамики каната переменной длины", однако в дальнейшем исследуются частные задачи динамики каната.

В представленной работе, в отличие от указанных выше, выведены дифференциальные уравнения динамики подъемных установок как единого электромеханического комплекса: машина – канаты – концевые грузы.

**Цель исследований.** Создание динамической теории расчета однобарабанных подъемных установок гидропонных комплексов на базе дифференциальных уравнений, описывающих динамические процессы во всех упругих элементах подъемной установки как в едином комплексе.

**Вывод дифференциальных уравнений динамики однобарабанной подъемной установки для подземных гидропонных цехов.** Рассмотрим механическую модель однобарабанной установки, изображенной на рисунке.

К сосредоточенным массам относятся вращающиеся массы (имеющие соответствующие моменты инерции), показанные на рисунке: ротор  $I_1$ , редуктор  $I_2$ , барабан  $I_3$ , направляющие шкивы  $I_4$ ,  $I_5$ , а также концевые грузы, обозначенные на рисунке через  $Q_1$ ,  $Q_2$ .

Маховые массы с моментами инерции  $I_i$  соединены между собой соответственно стационарными связями крутильной и продольной жесткости  $C_{12}$ ,  $C_{23}$ ,  $K_1$ ,  $K_2$ .

Концевые грузы веса  $Q_1$  и  $Q_2$  связаны с барабаном  $I_3$  и направляющими шкивами  $I_4$ ,  $I_5$  упруго-вязкими нестационарными связями – канатами. К массе  $I_1$  прикладывается момент электродвигателя  $M_1(t)$ . Крутящий момент от двигателя через вращающиеся массы и упругие связи передается к концевым грузам, в результате чего вся подъемная установка приводится в движение. С барабана  $I_3$  канат свивается, опуская при этом концевой груз  $Q_1$ . Одновременно на указанный барабан навивается вторая ветвь каната, производя подъем груза  $Q_2$ .

Таким образом, подъемная установка работает как бы в маятниковом режиме, поочередно поднимая полезный груз, то одним, то другим канатом.

При выводе дифференциальных уравнений динамики подъемных установок для производства гидропонной продукции будем исходить из следующих основных допущений:

1) сосредоточенные массы крупных конструктивных узлов подъемных установок представляют собой абсолютно твердые тела;

2) соединения сосредоточенных масс установки – абсолютно упругие невесомые связи с постоянными коэффициентами жесткости;

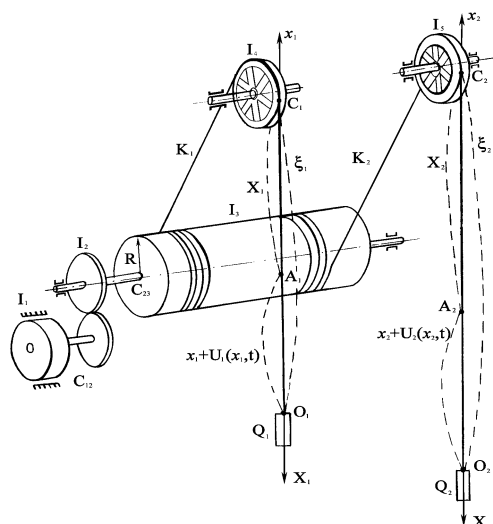
3) внешнее трение и силы аэродинамического сопротивления отсутствуют;

4) подъемные канаты переменной длины представляют собой весомые упруго-вязкие нити и являются идеально-гибкими и некрутящимися;

5) поперечные колебания канатов отсутствуют;

6) канат в точках набегания на барабан и шкивы и схода с барабана и шкивов не проскальзывает относительно навивочной поверхности;

7) податливость опор барабана и направляющих шкивов пренебрежимо мала по сравнению с податливостями упругих связей силовой линии подъемной установки.



**Рис. 1** Механическая модель и расчетная схема однобарабанной подъемной установки для подземных гидропонных цехов

Отдельно то или иное из перечисленных допущений использовалось различными авторами в частных задачах динамики каната или машины, подтверждены теоретическими или экспериментальными исследованиями [1,2,3].

Вывод указанных дифференциальных уравнений основывается на составлении общего уравнения динамики механической системы.

С этой целью перейдем к выбору систем отсчета и обобщенных координат. Поместим начало осей неподвижной системы координат в точках набегания  $C_2$  и схода  $C_1$  накатов со шкивов. Оси  $C_1X_1$  и  $C_2X_2$  направим вниз по отвесам канатов. Начало осей подвижной системы координат поместим в точках  $O_1$  и  $O_2$  соединения канатов с грузами  $Q_1$  и  $Q_2$  соответственно. Оси  $O_1X_1$  и  $O_2X_2$  направим вверх по канатам. Тогда для произвольных точек сечений канатов  $A_1$  и  $A_2$  будем иметь:

$$\begin{aligned} X_1 &= \xi_1 - x_1 - U_1(x_1, t), \\ X_2 &= \xi_2 - x_2 - U_2(x_2, t), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\xi_1, \xi_2$  – абсолютные координаты точек  $O_1$  и  $O_2$ ;

$x_1, x_2$  – относительные координаты точек  $A_1$  и  $A_2$  для недеформированных канатов;

$U_1, U_2$  – деформация длин частей канатов  $O_1A_1, O_2A_2$ .

Связь между  $\xi_1, \xi_2$  и переменными длинами канатов выразится следующими зависимостями:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= l_1(t) + U_1(l_1, t), \\ \xi_2 &= l_2(t) + U_2(l_2, t), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $l_1(t)$  и  $l_2(t)$  – переменные длины канатов в момент времени  $t$  без учета деформации канатов;  $U_1(l_1, t), U_2(l_2, t)$  – деформации канатов длины  $l_1(t)$  и  $l_2(t)$  соответственно.

Будем считать, что в точках набегания каната на барабан и шкив и его схода с барабана и шкива канат не проскальзывает относительно навивочной поверхности. Тогда в точке схода и набегания канатов на шкивы имеют место следующие соотношения:

$$\frac{d\xi_1}{dt} = V_1 + \frac{\partial U_1}{\partial t} \Big|_{x_1=l_1}, \quad (3)$$

$$\frac{d\xi_2}{dt} = V_2 + \frac{\partial U_2}{\partial t} \Big|_{x_2=l_2},$$

где  $V_1$  и  $V_2$  – окружные скорости шкивов.

Если обозначить абсолютные углы поворотов соответствующих сосредоточенных масс через  $\varphi_K$  ( $K=1,2,\dots,5$ ), то переменные длины канатов определяются по следующим зависимостям:

$$\begin{aligned} l_1 &= l_{0_1} + \varphi_4 \cdot r, \\ l_2 &= l_{0_2} - \varphi_5 \cdot r, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $l_{0_1}$  и  $l_{0_2}$  – начальные длины отвесов канатов;  $r$  – радиус шкивов.

В соответствии с зависимостями (1), (2) и (4) можно записать общие выражения:

$$\begin{aligned} X_1 &= X_1(\Phi_1, \Phi_2, l_1, t), \quad X_2 = X_2(\Phi_3, \Phi_4, l_2, t), \\ \xi_1 &= \xi_1(\Phi_1, \Phi_2, l_1, t), \quad \xi_2 = \xi_2(\Phi_3, \Phi_4, l_2, t), \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь  $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Phi_4$  – неизвестные функции времени в формулах, предложенных Г.Н.Савиным [3], для абсолютного удлинения сечений канатов, которые входят в следующие зависимости:

$$\begin{aligned} U_1 &= X_1\Phi_1 + X_1^2\Phi_2, \\ U_2 &= X_2\Phi_3 + X_2^2\Phi_4. \end{aligned} \quad (6)$$

Принимая  $\varphi_K, X_1, X_2$  за обобщенные координаты, на основании общего уравнения динамики получим следующую систему дифференциальных уравнений динамики однобарабанной подъемной установки для подземных гидропонных цехов:

$$\begin{aligned} I_1\ddot{\varphi}_1 + C_{12}(\varphi_1 - i\varphi_2) &= M_1(t), \\ I_2\ddot{\varphi}_2 + C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) - iC_{12}(\varphi_1 - i\varphi_2) &= 0, \\ I_3\ddot{\varphi}_3 - C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) + K_1R(\varphi_3R - \varphi_4r) + K_2R(\varphi_3R - \varphi_5r) &= -M_3(t), \\ I_4\ddot{\varphi}_4 + K_1r(\varphi_3R - \varphi_4r) &= Q_1 \left[ 1 - \frac{1}{g}(\ddot{l}_1 + \dot{l}_1\dot{\Phi}_1 + l_1\ddot{\Phi}_1 + 2l_1\dot{l}_1\dot{\Phi}_2 + l_1^2\ddot{\Phi}_2) \right] r + \\ &+ ql_1 \left[ 1 - \frac{1}{g}(\ddot{l}_1 + \dot{l}_1\dot{\Phi}_1 + \frac{1}{2}l_1\ddot{\Phi}_1 + 2l_1\dot{l}_1\dot{\Phi}_2 + \frac{2}{3}l_1^2\ddot{\Phi}_2) \right] r, \\ I_5\ddot{\varphi}_5 - K_2r(\varphi_3R - \varphi_5r) &= -Q_2 \left[ 1 - \frac{1}{g}(\ddot{l}_2 + \dot{l}_2\dot{\Phi}_3 + l_2\ddot{\Phi}_3 + 2l_2\dot{l}_2\dot{\Phi}_4 + l_2^2\ddot{\Phi}_4) \right] r - \\ &- ql_2 \left[ 1 - \frac{1}{g}(\ddot{l}_2 + \dot{l}_2\dot{\Phi}_3 + \frac{1}{2}l_2\ddot{\Phi}_3 + 2l_2\dot{l}_2\dot{\Phi}_4 + \frac{2}{3}l_2^2\ddot{\Phi}_4) \right] r, \\ \frac{l_1}{g} \left( Q_1 + \frac{ql_1}{3} \right) \ddot{\Phi}_1 + \left[ \frac{\dot{l}_1}{g} \left( Q_1 + \frac{ql_1}{2} \right) + \alpha \right] \dot{\Phi}_1 + K\Phi_1 + \frac{l_1^2}{g} \left( Q_1 + \frac{5ql_1}{12} \right) \ddot{\Phi}_2 + \\ &+ l_1 \left[ \frac{2}{g} \left( Q_1 + \frac{ql_1}{2} \right) \dot{l}_1 + \alpha \right] \dot{\Phi}_2 + l_1K\Phi_2 = \left( Q_1 + \frac{ql_1}{2} \right) \cdot \left( 1 - \frac{\ddot{l}_1}{g} \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{l_1}{g} \left( Q_1 + \frac{5ql_1}{12} \right) \ddot{\Phi}_1 + \left[ \frac{l_1}{g} \left( Q_1 + \frac{2ql_1}{3} \right) + \alpha \right] \dot{\Phi}_1 + K\Phi_1 + \frac{l_1^2}{g} \left( Q_1 + \frac{8ql_1}{15} \right) \ddot{\Phi}_2 + \\
& + l_1 \left[ \frac{2}{g} \left( Q_1 + \frac{2ql_1}{3} \right) i_1 + \frac{4}{3} \alpha \right] \dot{\Phi}_2 + \frac{4}{3} Kl_1 \Phi_2 = \left( Q_1 + \frac{2ql_1}{3} \right) \left( 1 - \frac{\dot{l}_1}{g} \right), \\
& \frac{l_2}{g} \left( Q_2 + \frac{ql_2}{3} \right) \ddot{\Phi}_3 + \left[ \frac{l_2}{g} \left( Q_2 + \frac{ql_2}{3} \right) + \alpha \right] \dot{\Phi}_3 + K\Phi_3 + \frac{l_2^2}{g} \left( Q_2 + \frac{5ql_2}{12} \right) \ddot{\Phi}_4 + \\
& + l_2 \left[ \frac{2}{g} \left( Q_2 + \frac{ql_2}{2} \right) i_2 + \alpha \right] \dot{\Phi}_4 + Kl_2 \Phi_4 = \left( Q_2 + \frac{ql_2}{2} \right) \left( 1 - \frac{\dot{l}_2}{g} \right), \\
& \frac{l_2}{g} \left( Q_2 + \frac{5ql_2}{12} \right) \ddot{\Phi}_3 + \left[ \frac{l_2}{g} \left( Q_2 + \frac{2ql_2}{3} \right) + \alpha \right] \dot{\Phi}_3 + K\Phi_3 + \frac{l_2^2}{g} \left( Q_2 + \frac{8ql_2}{15} \right) \ddot{\Phi}_4 + \\
& + l_2 \left[ \frac{2}{g} \left( Q_2 + \frac{2ql_2}{3} \right) i_2 + \frac{4}{3} \alpha \right] \dot{\Phi}_4 + \frac{4}{3} Kl_2 \Phi_4 = \left( Q_2 + \frac{2ql_2}{3} \right) \left( 1 - \frac{\dot{l}_2}{g} \right). \tag{7}
\end{aligned}$$

К уравнением (7) следует присоединить уравнения нестационарных связей (4).

В полученной системе уравнений:

$i$  – передаточное число редуктора;

$C_{12}, C_{23}, K_1, K_2$  – жесткости соответствующих упругих связей;

$R$  – радиус барабана;

$I_K$  – моменты инерции сосредоточенных масс подъемной установки;

$Q_1, Q_2$  – концевые грузы;

$q$  – вес одного погонного метра каната;

$S_1$  и  $S_2$  – усилия в канатах.

Полученные дифференциальные уравнения динамики подъемной установки могут быть использованы для расчета усилий в канатах и моментов сил упругости в валах барабана при любых режимах работы установки. Это дает возможность научно обосновать конструктивные и кинематические параметры рассматриваемых подъемных установок.

**Выводы.** Получена система дифференциальных уравнений динамики подъемных установок как единого электромеханического комплекса. Дальнейшее решение указанной системы дифференциальных уравнений позволит определить как динамические усилия в упруго-вязких канатах переменной длины, так и момент сил упругости в валах установки. Более того, эти уравнения приемлемы для решения задач синтеза подъемных установок других типов.

#### Література

1. Голубенцев А.Н. Динамика переходных процессов в машинах со многими массами. – М.: Машгиз, 1969. – 146 с.
2. Глушко Я.М. Динамические усилия в подъемных канатах переменной длины. – Труды МакНИИ, – 1969.
3. Савин Г.Н., Горошко О.А. Динамика нити переменной длины. – К.: Изд-во АН УССР, 1962. – 426 с.