УДК 519.856:519.816:631:519.224

ПРИКЛАДНІ СТОХАСТИЧНІ МОДЕЛІ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В АПК ПРИ ВЗАЄМОДІЇ ДОВІЛЬНИХ ЗАКОНІВ РОЗПОДІЛУ

Лисогор В. М
Єленіч М. П
Єленич А. П
Літвінкевич О. В
Вінницький національний аграрний університет
Lysogor W.
Yelenich M.
Yelenych A.
Litvinkevych O.
Vinnytsia National Agrarian University

Анотація: *запропоновані та розроблені прикладні стохастичні моделі прийняття рішень в АПК при взаємодії довільних законів розподілу, які мають між собою частковий перетин, зображений перетином двох трикутників втрат байєсівського ризику з чотирма складовими компонентами цих середніх втрат у досліджуваних агропромислових ситуаціях.Незважаючи на те що цей напрямок має найвищі на світовому ринку темпи зростання(11%) попит на засоби інформації по прийняттю рішень остається не заповненим. Прикладна стохастична модель прийняття інформаційних рішень в агропромисловому комплексі є достатньо актуальною публікацією.*

Ключові слова: *стохастичні моделі, прийняття рішень, закони розподілу, байєсівські ризики, агропромисловий комплекс.*

Вступ

У наш час інформаційні технології прийняття рішень використовуються у всіх галузях діяльності людини, включають агропромисловий комплекс. По оцінкам Світового банку об'єм світової індустрії інформаційних та комунікаційних комп'ютерних технологій на початок третього тисячоліття склав біля 800 міліардів доларів США. Незважаючи на те, що цей напрямок має найвищі на світовому ринку темпи зростання (11%), попит на засоби інформації по прийняттю рішень, остається незаповненим. Вказані нами думки характеризують достатню актуальність публікації прикладної стохастичної моделі прийняття інформаційних рішень в агропромисловому комплексі[1,3]. Книга [2] має привабливі підходи викладки матеріалу, де більшість розділів починається з короткого розгляду понять теоретичної та прикладної статистики, далі описується технологія використання Excel обробки статистичних даних з метою прийняття рішень. Навчальний посібник [3] пропонує методики завчасно оцінювати виникаючі ризики у ситуаціях невизначеності сучасного господарського середовища і дозволяє швидко та ефективно приймати адекватні управлінські рішення , що дуже важливо для агропромислового комплексу України. У навчальному посібнику [4] викладенотеоретичні аспекти та методологічні засади технології прийняття рішень на основі сучасної господарської ризикології. У перекладній книзі [5] подана систематизована викладка важливих питань сучасної теорії оптимального управління системами, включаючи прийняття рішень у двоальтернативних та багато альтернативних ситуаціях. Остання перекладна книга [6] присвячена аналізу і синтезу оптимального управління детермінованими та стохастичними системами щодо прийняття рішень. Саме джерело[6] є основним для формування основного результату нашого дослідження.

Мета публікації

Запропонувати та розробити прикладні стохастичні моделі прийняття рішень в АПК при взаємодії довільних законів розподілу, які мають між собою частковий перетин, зображений перетином двох трикутників втрат байєсівського ризику з чотирма складовими компонентами середніх втрат у досліджуваних агропромислових ситуаціях.

Основні матеріали дослідження

Правило вибора рішень враховує не тільки результати спостережень, апріорні ймовірності різних гіпотез, але також умовні ймовірності , що характеризують ймовірний механізм переходу.

Апріорні ймовірності гіпотез $\mathrm{H_0}$, $\mathrm{H_1}$ позначимо $\mathrm{P_{H0}}$, $\mathrm{P_{H1}}$, які дорівнюватимуть $\mathrm{P_{H0}}+\mathrm{P_{H1}}=1$, оскільки одна з цих гіпотез обов'язкова справедлива. Після отримання одного спостереження z, якийпрдставляє спотворений завадою сигнал, виносим рішення про справедливість однієї з гіпотез$\mathrm{H_0}: z = V_o;\ \mathrm{H_1}: z = 1 + V_1$.

Статистичні характеристики завди у загальному випадку залежить від того, яка з гіпотез є справедливою. Знання ймовірного механізму переходу еквівалентно знанню щільностей ймовірностей завод V_0, V_1; ці завади назвемшумов вимірювання. Відповідна структурна схема представлена на Рис.1.

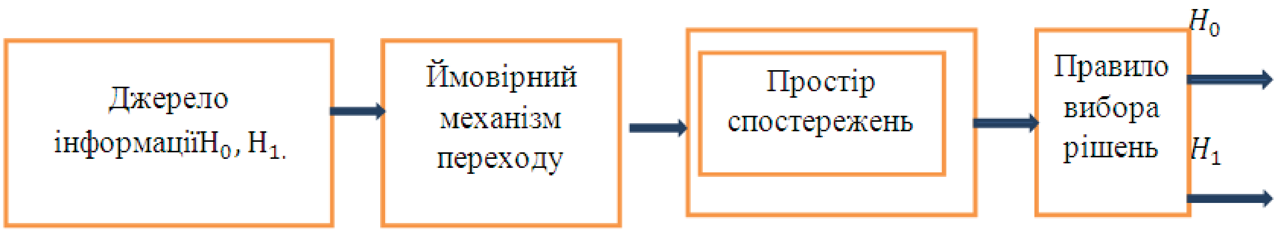

Рис. 1. Елементи бінарної здачі прийняття рішень

У бінарній здачі вибора рішення можливі похибки двох типів: прийняти гіпотезу $\mathrm{H_0}$, коли вона насправді невірна; прийняти гіпотезу $\mathrm{H_1}$ коли вдійсності вірна гіпотеза $\mathrm{H_0}$. В радіолокації, де гіпотеза $\mathrm{H_0}$відповідає відсутності, а $\mathrm{H_1}$- наявності об'єкта, прийняття гіпотези $\mathrm{H_0}$, коли вона невірна, назвеп пропуском сигнала, а ймовірність прийняття такого рішення – ймовірного пропускаP_M. Величину $P_D = 1 - P_M$ назвем ймовірністю вірного виявлення.Прийняття гіпотези H_1, коли ця гіпотеза несправедлива, коли об'єкта вдійсності нема, назвем хибною кривою, а ймовірність такого рішення –ймовірністю хибної тривоги P_F.

Сенс цих величин пояснемо графічно. До цього розглянуту задачу вибору рішення сформуємо так. Приймем, що при гіпотезі H_0 у просторі спостережень заданий розподіл зі щільністю ймовірності $P_z(L) = P_{z/H}(L/H_0)$, а при H_1- розподіл зі щільністю ймовірності

$P_z(L) = P_{z/H}(L/H)$. Мета прийняття рішення тепер полягає у тому, щоб при отриманому спостереженні z вибрати одно з двох вказаних щільностей P_z/H_0, P_z/H_1, які з них найбільш вірно характеризують ймовірнісний розподіл у просторі спостережень. Автори публікації бачать, що низка законів розподілу може бути такою: гаусівського(нормального) розподілення, розподіленняСтьюдента, χ^2- розподілення, логнормального закону розподілення, t- розподілення, γ- розподілення, біомінального розподілення, рівномірного розподілення, розподіленняВейбула та інші.Саме тому на (Рис.2) зображений перетин у вигляді двох довільних трикутників. Для нашого випадку спостереження z є скалярною величиною. Припустимо, що правило вибора рішення полягає у тому, щоб отриманий результат спостереження одного з процесів агропромислового комплексу порівнюємо з деяким пороговим значенням L=$z_т$, причому, якщо z=L, $> z_т$, що приймається гіпотеза H_1(Рис.2), яка ж виконується зворотня нерівність, то приймається гіпотеза H_0.

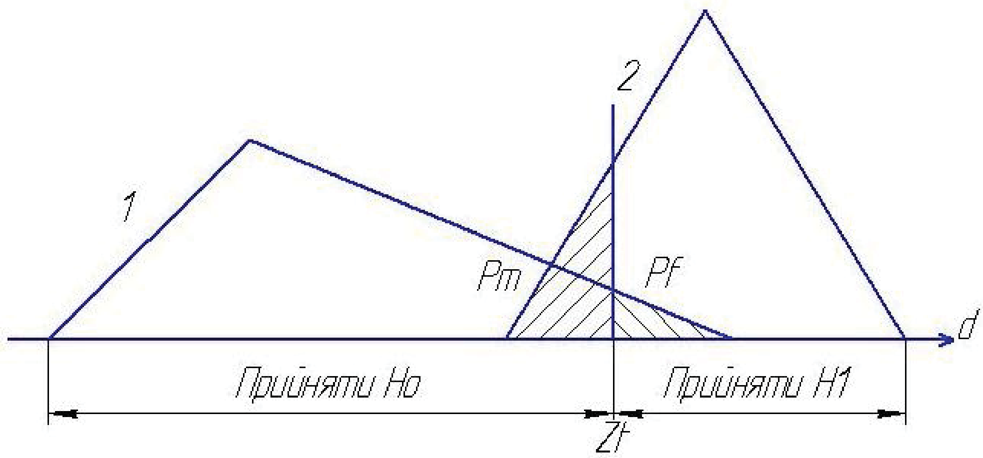

Рис. 2. Щільностіймовірності у просторі спостережень ймовірностей пропуску сигналу та хибної тривоги: 1-$P_{z/H}(L/H_0)$; $2 - P_{z/H}(L/H_1)$

Дослідження проблеми ефективного вибора вирішення на основі одного спостереження почнемо з пошуку ймовірностей хибної тривоги та пропуску сигналу. Згідно рис.2., для ймовірності пропускасигналазапишемо

$$P_{\text{M}} = \int_{-\infty}^{z_т} P_{z/H}(L/H_1)dL \qquad (1)$$

Аналогічно для ймовірності хибної тривоги отримаємо

$$P_F = \int_{z_т}^{\infty} P_{z/H}(L/H_0)\,dL \qquad 2)$$

З формул (1,2) бачимо, що ймовірність пропуску сигнала можна зробити скіль завгодно малою, якщо нехтувати ймовірністю хибної тривоги. У нашій конкретній галузі агропромислового виробництва ймовірності хибної тривоги P_Fбудемо вибирати з конкретних вимог підгалузей: агрономії, переробки продукції, безпечного функціонування машин та апаратів. У кожному конкретному випадку P_Fповинна дорівнювати деякій припустимій величині, а поріг$z_т$ будем вибирати так, щоб забезпечити мінімально важливе значення ймовірності пропуску P_M. Цей критерій відомий як критерій Неймана-Пірсона. Забезпечує задане значення ймовірності хибної тривоги. Для відповідної установки Z_T.

У реальний ситуаціях, коли є декілька спостережень, будемо використовувати метод множників Лагранжа. Наклавши обмеження на ймовірність хибної тривоги., не фіксуючи одночасно значення ймовірності пропуску сигнала. Для сказаного знайдемо мінімум цільової функції виду:

$$J_{NP}=P_M+£[P_F\ -\ ]. \quad (3)$$

У цільовій функції (3) £ - невизначений множник Лагранжа,–необхідне значення ймовірності хибної тривоги. Використавши вирази (1), (2) та продиференціювавши (3) по Z_T отримаємо

$$\mathrm{d}J_{NP}/\mathrm{d}Z_T=0=P_{Z/H}(Z_T/H_1)-£P_{Z/H}(Z_T/H_0) \quad (4)$$

З виразу (4) отримаємо право вибору прийнятого рішення,

$$P_{Z/H}(£/H_1)/P_{Z/H}(£/H_0)\lesseqgtr £ \quad (5)$$

яка засновується на відношенні правдоподібності при спостереженні Z=£. Згідно цьому правилу гіпотеза H, приймається у тому випадку, коли це відношення більше £, гіпотеза H_0 приймається коли відношення Лагранжа вибирається з умов $P_{F=}$£.

Якщо хибне виявлення та пропуск сигнала мають однакові наслідки, то мінімізуємо силу ймовірностей пропуску сигнала та хибної тривоги у такому вигляді:

$$P_{F+M}=P_M+P_F=\int_{-\infty}^{Z_T}P_{Z/H}(£/H_1)\,\mathrm{d}£+\int_{Z_T}^{\infty}P_{Z/H}(£/H_0)\mathrm{d}£ \quad (6)$$

За рахунок вибору значення порогу Z_Tдиференціюючи праву частину *(6)* по Z_T та прирівнявши похідну до нуля, то отримаємо:

$$\mathrm{d}P_{F+M}/\mathrm{d}Z_T=0=P_{Z/H}(Z_T/H_1)-P_{Z/H}(Z_T/H_0) \quad (7)$$

Таким чином, значення порогуZ_T співпадає з тим значенням змінної £, при якому урівноважується значення щільності ймовірностей. Якщо для отриманого значення Z=£виявляється, що $P_{Z/H1}>P_{Z/H0}$, то приймаємо гіпотезу H_1. Правило вибору рішення у розглянутому випадку також засновується на відношенні правдоподібності та запишемо його у вигляді:

$$P_{Z/H}(£/H_1)\,/\,P_{Z/H}(£/H_0)\lesseqgtr 1 \quad (8)$$

При перевірці гіпотези проти одної альтернативи можливі чотири ситуації, які мають такі втрати:

C_{00} – втрати прийняття гіпотези H_0. Коли по справжньому справедлива гіпотеза H_0.

C_{01} - втрати прийняття гіпотези H_0, коли по справжньому справедлива гіпотеза H_1

C_{10} - втрати прийняття гіпотези, коли по справжньому справедлива гіпотеза H_0.

C_{11} - втрати прийняття гіпотези H_1, коли по справжньому справедлива гіпотеза H_1.

C_{00} та C_{11} характеризують втрати прийняття вірних рішень. В той час як C_{01} та C_{10} – втрати помилкових рішень.

Визначимо Байєсівський ризик і запишемо так:

$$\boldsymbol{B}=C_{00}P\,(\text{прийняти }H_0,H_0\text{ справедлива})+C_{01}P\,(\text{прийняти }H_0,H_1\text{ справедлива})+C_{11}P\,(\text{прийняти }H_1,H_1\text{ справедлива}) \quad (9)$$

Використавши правило множення ймовірностей [2]

P(A, B) = P(A/B) P (B), вираз для Байєсівськогоризика прийме такий вигляд:

B *= C_{00} P_{H0} P (прийняти H_0/H_0 справедлива) + C_{10} P_{H0}P(прийняти H_0/H_1 справедлива) + C_{10} P_{H0} P(прийняти H_1/H_0 справедлива) + C_{11} P_{H1} P(прийняти H_1/H справедлива)* (10)

Тепер правило прийняття рішення є результатом оцінки d зі значенням порогу Z_T, тобто приймаємо гіпотезу H, коли $d > Z_T$ та приймаємо гіпотезу H_0, коли $d < Z_T$. У цьому випадку Байєсівський ризик буде такий:

$$\mathbf{B} = C_{00}P_{H0}\int_{-\infty}^{ZT} P_{Z/H}(£/H_0)\,d£ + C_{01}P_{H1}\int_{-\infty}^{ZT} P_{Z/H}(£/H_1)\,d£ + $$
$$+C_{10}P_{H0}\int_{ZT}^{\infty} P_{Z/H}(£/H_0)d£ + C_{11}P_{H1}\int_{ZT}^{\infty} P_{Z/H}(£/H_1)d£ \qquad (11)$$

Значення порога Z_T вибираємо так, щоб мінімізувати значення Байєсівського ризику (2). Припускаємо, що втрати у нерівних рішеннях більші, чим у вірних рішеннях, тобто $C_{00} < C_{10}$; $C_{11} < C_{01}$. Також припускаємо, що втрати у довільних рішеннях невід'ємні. Так як повний цикл спостережень утворює повну групу[2] то:

$$\int_{-\infty}^{\beta} p\, {}^{x}/_{y}\,(£/\gamma)d£ + \int_{\beta}^{\infty} p\, {}^{x}/_{y}\,(£/\gamma)\,d£ = 1;$$

$\int_{\beta}^{\infty} p\, {}^{x}/_{y}\,(£/\gamma)\,d£ = 1 - \int_{-\infty}^{\beta} p\, {}^{x}/_{y}\,(£/\gamma)d£$, то замість (11) запишемо:

$$B = C_{00}P_{H0} + C_{11}P_{H1} +$$
$$\int_{-\infty}^{Z_T}[(C_{00} - C_{10})P_{H_0}\, P_{Z/H}\,(£/H_0) + (C_{01} - C_{11})\,P_{H1}P_{Z/H}(£/H_1)]d£ \qquad (12)$$

Від значення порога Z_T у виразі (13) залежить тільки значення інтеграла. Продиференціювавши ризик B по Z_T та прирівнюючи похідну нулю отримаємо:

$$(C_{10} - C_{00})\,P_{H_0}\,P_{Z/H}(Z_T/H_0) = (C_{01} - C_{11})\,P_{H1}P_{Z/H}(Z/H_1) \qquad (13)$$

Є необхідною умовою значення порога Z_T. Еквівалентною (13) є запис:

$$P_{Z/H}(Z_T/H_1)/P_{Z/H}(Z_T/H_0) = (C_{10} - C_{00})\,P_{H_0} / (C_{01} - C_{11})\,P_{H1} \qquad (14)$$

Тобто, у цьому випадку відношення чисельника до знаменника лівої частини (14) матиме вигляд:

$$P_{Z/H}(£/H_1)/P_{Z/H}(£/H_0) \lesseqgtr (C_{10} - C_{00})\,P_{H_0} /(C_{01} - C_{11})\,P_{H1} \qquad (15)$$

Відношення двох розглянутих щільностей ймовірностей назвемо відношенням правдоподібності:

$$L(£)P_{Z/H}(£/H_1)/P_{Z/H}(£/H_0) \qquad (16)$$

Поріг даного правила прийнятого рішення матиме вигляд:

$$T = P_{H0}\,(C_{10} - C_{00})/P_{H1}(C_{01} - C_{11}) \qquad (17)$$

Використовуючи ці означення, правило прийняття рішення, найкраще у сенсі критерія середнього ризику, представимо так:

$$L(£) \lesseqgtr T \qquad (18)$$

У логарифмічному вигляді критерій виглядатиме так:

$$lnL(£) \lesseqgtr ln\mathrm{T} \qquad (19)$$

Цими викладками теоретичну частину публікації ми закінчили. Для наглядності отриманих результатів розглянемо контрольний приклад.

Контрольний приклад. Простою задачею, що відноситься до розглянутого теоретичного матеріалу є виявлення постійного сигналу на фоні адаптивного нормального шуму, середнє значення якого дорівнює нулю. Тут гіпотезі H_0 поставимо у відповідність відсутність сигнала, тобто $H_0/Z = V$. Гіпотезі H_1 – присутність сигнала, тобто $H_1/Z = m+v$, де

$$P_v(£) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma 2}} l^{(-£^2/\sigma^2)} \quad (20)$$

Задача перевірки гіпотез в АПК виникає наприклад, коли необхідно перевірити, якому з двох можливих значень – 0, чи М дорівнює середнє значення нормальної випадкової величини. Для підрахунку відношення ($£^2$)правдивості необхідно знати щільності ймовірності, що відповідають різним гіпотезам. Для нашого випадку маємо:

$$P_{Z/H}(£/H_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma 2}} \exp\left(-£^2 \overline{\sigma}^2\right);\ P_{Z/H}(£/H_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma 2}} \exp[(£-m)^2] \quad (21)$$

Логарифм відношення правдивості дорівнюватиме:

$$\mathrm{LnL}(C)\frac{-(£-m)(£2)^{2}}{2\sigma^2} = \frac{m(£-m/2)}{\sigma^2} \quad (22)$$

Байєсівське правило прийняття рішень прийме вид:

$$\frac{m\left(£-\frac{m}{2}\right)}{\sigma^2} \frac{<}{>} \frac{P_{H0}(C_{10}-C_{00})}{P_{H1}\ (C_{01}-C_{11})} \quad (23)$$

або

$$£ \frac{<}{>} \frac{m}{2} + \frac{\sigma^2}{m} \ln \frac{P_{H0}(C_{10}-C_{00})}{P_{H1}\ (C_{01}-C_{11})} = Z_T \quad (24)$$

Згідно (24) прийняте рішення виносимо після порівняння отриманого значення $£$ спостережуваної величини зі значенням порога Z_T. Помітимо, що (24) безпосередньо отримано з (19). Якщо $C_{00}=C_{11} = 0$, то

$$£ \underset{>}{\overset{<}{}} m/2 + \sigma^2 / m \ln P_{H0}/P_{H1} \quad (25)$$

Висновок

Запропоновані та розроблені стохастичні моделі прийняття рішень в АПК при взаємодії довільних законів розподілу, які мають між собою частковий перетин, зображені перетином двох трикутників втрат Байєсівського ризику з чотирма складовими компонентами середніх втрат у досліджуваних агропромислових ситуаціях. Для кращого розуміння теоретичних викладок, наведений контрольний приклад з нормальними законами перетину.

Список літератури

1.Тоценко В.Г. Методы и системы поддержки принятия решений: алгоритмический аспект./В.Г. Тоценко.-Киев.: «Наукова думка», 2002.-382с.

2.Вадзинский Р.Н. Статистические вычисления в среде Exel./Р.Н. Вадзинский.-СПб.: Питер, 2008.-608с.

3.Івченко І.Ю. Економічні ризики: Навчальний посібник.- Київ.: «Центр навчальної літератури»,2004.-304с.

4.Клименко С.М. Обгрунтування господарських рішень та оцінка ризиків: Навч. Посібник./ С.М. Клименко, О.С. Дуброва. – К.: КНЕУ, 2005.-252с.

5.Сейдж Э.П. Оптимальное управление системами: Пер. с англ./ Э.П. Сейдж, Ч.С. Уайт.-М.: Радио и связь, 1982.-392с.

6.Сейдж Э.П. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. Пер. с англ./Э.П.Сейдж, Дж.Мелс.- М.: «Связь», 1976.-496с.

Spisok literatury

1.Totsenko V.G. Metody i sistemy podderzhki prinyatiya resheniy: algoritmicheskiy aspekt. / V.G . Totsenko. - Kiyev. : « Naukova dumka» , 2002. - 382s .

2.Vadzinskiy R.N. Statisticheskiye vychisleniya v srede Yekhel . / R.N . Vadzinskiy. -SPb . : Piter , 2008. - 608s .

3.Ivchenko I.YU. Ekonomichni RYZYKY : Navchalʹnyy̆ posibnyk . - Kyïv . : «Tsentr navchalʹnoï literatury » , 2004.- 304s .

4.Klimenko S.M. Obhruntuvannya hospodarsʹkykh RISHENʹ ta otsinka rizikiv : Navch. Posibnyk . / S.M. Klymenko , O.S. Dubrova . - K. : KNEU , 2005.- 252s .

5.Seydzh E.P. Optimal'noye upravleniye sistemami : Per . s angl . / E.P. Seydzh , CH.S. Uayt.-M. : Radio i svyaz' , 1982. - 392s .

6.Seydzh E.P. Teoriya otsenivaniya i yeye primeneniye v svyazi i upravlenii . Per . s angl . / E.P.Seydzh , Dzh.Mels . - M.: « Svyaz' » , 1976. - 496s .

ПРИКЛАДНЫЕ СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В АПК ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ПРОИЗВОЛЬНОМУ ЗАКОНУ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Аннотация: *предложены и разработаны прикладные стохастические модели принятия решений в АПК при взаимодействии произвольных законов распределения, которые имеют между собой частичный сечение, изображенный пересечением двух треугольников потерь байесовского риска с четырьмя составляющими компонентами этих средних потерь в исследуемых агропромышленных ситуациях.Незважаючы на то что это направление должно высокие на мировом рынке темпы роста (11%) спрос на средства информации по принятию решений пребывает незаполненным. Прикладная стохастическая модель принятия информационных решений в агропромышленном комплексе достаточно актуальной публикацией.*

Ключевые слова: *стохастические модели, принятия решений, законы распределения, Байесовские риски, агропромышленный комплекс.*

APPLIED STOCHASTIC MODELS OF DECISION MAKING IN INTERACTION WITH APC ARBITRARY DISTRIBUTION LAW

Summari*: proposed and developed by Applied stochastic models of decision-making in agriculture by the interaction of arbitrary distribution laws that have each partial cross section illustrated the intersection of two triangles Bayesian risk loss with four building blocks of secondary losses in the studied agro sytuatsiyah.Nezvazhayuchy the fact that this trend has the highest in the world market growth (11%) demand for media of the decision-making would remain blank. Applied stochastic model of decision-making information in agriculture is quite relevant publication.*