УДК 519.87:796.087:796.325

ІНФОРМАЦІЙНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ГРУПОВОЇ ВЗАЄМОДІЇ ГРАВЦІВ У ЗМАГАННЯХ ПО ВОЛЕЙБОЛУ

Лисогор В. М
Єленіч М. П
Войтенко С. М
Вінник Ю. В
Вінницький національний аграрний університет
Lysogor W.
Yelenich M.
Voytenko S.
Vinnyk Y.
Vinnytsia National Agrarian University

Анотація: *запропонована та розроблена інформаційна та математична модель групової поведінки гравців у змаганнях по волейболу на основі моделі потенціальних та реальних можливостей гравців з використанням комп'ютерної системи «Тренер», яка оцінює ймовірності виконання задачі по визначенню кількості інформації та розрахунку відповідних потреб. Був наведений контрольний приклад визначення ймовірності позитивних та негативних дій волейбольної команди укомплектованої так: в надійних гравців (основний склад), 3-х ненадійних (гравці запасного складу).*

Ключові слова: *інформаційна модель, групова модель гравців, змагання, волейбол.*

Вступ

Інтерес сучасної людини до спортивних змагань займає достатньо високе місце. У час проведення змагань вулиці міст та сіл пустують, мешканці проводять свій час біля телевізорів. Останнє створює проблеми електрозабезпечення ряду цивілізованих країн Америки, Європи, Азії. Це привело до проведення низки наукових, науково-практичних досліджень, що знайшло відображення у проведених конференціях, захищених докторських та кандидатських дисертаціях, написаних монографіях, опублікованих статтях у періодичних виданнях. Проведений авторами публікації аналіз вказує на явну недостатність досліджень, пов'язаних з проведенням різного роду змагань, у тому числі ігор по волейболу. Використання математичних детермінованих. Ймовірнісних, статистичних, нечітких алгоритмів, використання технічних комп'ютерних засобів, характеризує достатню перспективність підвищення ефективності оцінки результатів змагань. Наведені авторами публікації думки вказують на значну актуальність теми, що винесена у заголовок статті.

Основна термінологічна база та поняття дисципліни «фізичне виховання» наведено в методичці [1]. Моделі групової поведінки у довільній системі «людина-машина» досліджена у книзі [2], де розроблені моделі групової поведінки, якісної та кількісної групової поведінки учасників, проведенні випробування групової поведінки учасників. У книзі [3] наведений опис ймовірнісних моделей оцінки ефективності роботи автоматизованих систем управління, які включають у свій склад групи операторів оцінки виконання ними поставлених завдань, проаналізована можливість побудови тренажера навчання програмного класу. У підручнику

[4] розглянуті загальні поняття і визначення інформації, інформаційних систем, що включають групи операторів, їх інформаційні характеристики, теорію статистичних рішень, інформаційну оцінку ефективності автоматизованих систем контролю і управління. У навчальному посібнику [5] послідовно та доступно для студентів, розглянуті основні поняття теорії моделювання, що включають структурні, інформаційні моделі в умовах невизначеності, моделі технологічних об'єктів та їх ідентифікації. Моделі окремих класів технологічних об'єктів і систем управління. У монографії [6] наведені загальні принципи моделювання систем з допомогою детермінованих та статистичних змінних величин; розглянута класифікація моделей, їх структурна стійкість та універсальність, наведені поняття «м'яких» та «жорстких» моделей систем, які можуть бути використані для моделювання групової поведінки гравців.

Мета публікації

Запропонувати і розробити інформаційну математичну модель групової поведінки гравців у змаганнях по волейболу на основі моделей потенціальних та реальних можливостей гравців з використанням комп'ютерної системи, яку необхідно розробити і яка оцінюватиме ймовірності, виконання задачівизначення кількості інформації та розрахунку майбутніх витрат.

Основні результати дослідження

Припустимо, що комп'ютерна вимірювальна система одного з аналізаторів гравця вимірює комп'ютерну x_i. та передає результати вимірювання на вирішальну систему для переводу x_i. у деякий результат рішення y_i. У цьому випадку умовна ймовірність того, що стан знаходиться, наприклад, нормі (індекс 1) можна визначити по формулі:

$$P_{iп}(x_{1i}/y_i) = \frac{Piп\,(x1i/yi)Pi\,(x1i)}{Piп\,(yi)}, \tag{1}$$

Де $P_{iп}(x_{1i}/y_i)$ – умовна ймовірність прийняття рішення $y_{i,}$ при знаходженні на виході події x_{1i}; $P_{iп}(x_{1i})$ – ймовірність появи x_{1i}; $Piп\,(yi)$ – ймовірність появи y_i.

З врахуванням розподілу $f_п\,(y_i/x_{1i})$ вираз (1) прийме вигляд:

$$P_{iп}(x_{1i}/y_i) = \frac{fп\,(yi/x1i)Piп\,(x1i)}{Piп\,(yi)} \tag{2}$$

Умовна ймовірність того, що стан відхилився від норми (індекс 0) буде мати вид:

$$P_{iп}(x_{0i}/y_i) = \frac{Piп\,(yi/x0i)Piп\,(x0i)}{Piп\,(y0i)} \tag{3}$$

де $Piп\,(yi/x0i)$ - умовна ймовірність прийняття рішення $y_{i,}$ при знаходженні на вході події x_{0i}; $P_{iп}(x_{0i})$ – ймовірність появи x_{0i}

З врахуванням закону розподілення $f_п\,(y_i/x_{0i})$ отримаємо:

$$P_{iп}(x_{0i}/y_i)\frac{f(yi/x0i)Piп\,(x0i)}{Piп\,(yi)} \tag{4}$$

Вирішальна система приймає рішення по визначеному алгоритму, в основу якого покладемо функцію та відношення правдоподібності, отримаємо:

$$\frac{Piп\,(x1i/yi)}{Piп\,(x0i/yi)} = \frac{fп\,(yi/x1i)Piп\,(x1i)}{f(yi/x0i)Piп\,(x0i)} \tag{5}$$

$$\square_п = f_п\,(y_i/x_{1i})/\,f(y_i/x_{0i}) \tag{6}$$

При $Pin\ (x1i/yi) > Pin\ (x0i/yi)$ приймемо рішення 1.

При $Pin\ (x1i/yi) < Pin\ (x0i/yi)$ приймемо рішення 0, або

При $Pin\ (x1i/yi) / Pin\ (x0i/yi) > 1$ приймемо рішення 1,

При $Pin\ (x1i/yi) / Pin\ (x0i/yi) <$ приймемо рішення 0.

З урахуванням (5), (6), отримаємо:

$$c_{пі} > \frac{Pin\ (x0i)}{Pin\ (x1i)} = \square_{0i} = \frac{q_{пі}}{P_{пі}}$$ приймемо рішення 1 (7),

де q = 1-p; при $\square_{пі} < \square_{0i}$ –рішення 0.

Для потенціальної моделі при двох альтернативних рішеннях отримаємо:

$$Pin(x_{0i}) = Pin(x_{1i})\ 1/2 \qquad (8)$$

При багато альтернативних рішеннях отримаємо:

$$P_{1п} = P_{2п} = \ldots = P_{mп} = 1/m, \qquad (9)$$

Вирішаюча модель представляє собою ідеального спостерігача. Вираз (8) характеризує волейбольну команду, яка має двох «ідеальних» потенційних гравців. Вираз (9) характеризує волейбольну команду, яка має всіх «ідеальних» потенційних гравців (наприклад: 6 основних плюс 3 запасних гравці, всього – 9 гравців).

Якщо рішення будемо приймати щодо безперервного стану, то припускаємо, що стан має нормальний закон розділення.

Рішаюча модель потенційної системи при відношенні у у області V буде мати похибки першого та другого роду. За похибки першого роду при контролі будемо приймати ймовірність хибної події, коли стан знаходиться у межах допуску, а аналізатор (комп’ютерна система «Тренер») приймає рішення, щоб стан вийшов за припустимі межі, тобто:

$$P_{лпі} = P_{пі}\ (У_i > V_i / X_{1i}) \qquad (10)$$

За похибку другого роду приймемо ймовірність невиявленої події, коли стан знаходиться за межами допуску, а аналізатор (комп’ютерна система «Тренер») приймає рішення, що стан знаходиться в межах допуску:

$$P_{ипі} = P_{пі}\ (У_i > V_1 / X_{0i}) \qquad (11)$$

По причині того, що потенціальна модель приймає рішення по критерію ідеального спостерігача, вона мінімізує сумарну похибку:

$$P_{лпі} + P_{ипі} \rightarrow \min \qquad (12)$$

В результаті потенціальна модель (комп’ютерна система «Тренер-тренажер») переведе з невизначеного стану [5], що характеризується ймовірністю $P_{пі} = (x_{1i} / y_i) = 0{,}5$ в більш визначений стан. Який буде мати ймовірність:

$$P'_{пі} = P_{пі} \widetilde{P}_{лпі} / (P_{пі} \widetilde{P}_{лпі} + \widetilde{P}_{пі} P_{ипі}), \qquad (13)$$

Отримавши при цьому деяку кількість інформації:

$$I_i\left(\frac{max}{max}\right) = (H_{іоп} - H_{іп}), \qquad (14)$$

де
$$H_{іоп} = -P_{пі}\log_2 - P_{пі} - \overset{\frown}{P}_{пі}\log_2\overset{\frown}{P}_{пі.}, \tag{15}$$

$$H_{іп} = -P'_{пі}\log_2 P'_{пі} - \overset{\frown}{P}_{пі}\log_2 P'_{пі}, \tag{16}$$

(15) і (16) – відповідні ентропії стану об’єкта (волейбольної команди) до та після прийнятого рішення.

Загальна кількість інформації, що отримала потенційна модель, складається з m аналізаторів дорівнюватиме:

$$I\left(\frac{max}{max}\right) = \sum_{i=1}^{m} Ii\left(\frac{max}{max}\right), \tag{17}$$

Потенційна модель є достатньо простою, тому що працює один гравець, тут не передбачено комплексування гравців для отримання необхідної швидкості, надійності роботи тощо. Отже, при виконанні вказаних умов потенційна модель буде мати мінімальні витрати [3]:

$$C_{min} = \sum_{i=1}^{m} C_{imiн}, \tag{18}$$

де $C_{imiн}$ – математичне сподівання витрат, віднесених до одного аналізатора (Комп’ютерної системи «Тренер»).

Ефективність потенціальної моделі будемо оцінювати таким коефіцієнтом:

$$К_{п} = I\left(\frac{max}{max}\right) / C_{min}, \tag{19}$$

Теоретична частина побудови ідеальної потенціальної моделі повністю закінчена.

Реальну модель гравця у волейбол побудуємо аналогічним чином, як це ми зробили для потенційної моделі, причому, врахуємо реальні закони розподілу ймовірностей та різноманітні алгоритми прийняття рішень, що обумовлені вибраним критерієм якості.

Умовна ймовірність того, що стан знаходиться в нормі дорівнюватиме:

$$P_i(X_{1i}/\text{У}_i) = P(\text{У}_i/X_{1i})P_i(X_{1i})/P_i(\text{У}_i), \tag{20}$$

Або з врахуванням закону розподілення ймовірностей $f(\text{У}_i/X_{1i})$:

$$P_i(X_{1i}/\text{У}_i) = f(\text{У}_i/X_{1i})P_i(X_{1i})/P_i(\text{У}_i), \tag{21}$$

Умовна ймовірність того, що стан відхилився від норми дорівнюватиме:

$$P_i(X_{0i}/\text{У}_i) = P(\text{У}_i/X_{0i})P_i(X_{0i})/P_i(\text{У}_i), \tag{22}$$

З врахуванням закону розподілення отримаємо:

$$P_i(X_{0i}/\text{У}_i) = f(\text{У}_i/X_{0i})P_i(X_{0i})/P_i(\text{У}_i), \tag{23}$$

Функцію та відношення правдивості визначимо згідно формули:

$$\frac{P_i(X_{1i}/\text{У}_i)}{P_i(X_{0i}/\text{У}_i)} = \frac{f(\text{У}_i/X_{1i})P_i(X_{1i})}{f(\text{У}_i/X_{0i})P_i(X_{0i})}, \tag{24}$$

$$\square = f(\text{У}_i/X_{1i}) / (\text{У}_i/X_{0i}), \tag{25}$$

Якщо рішення приймаємо по критерію правдивості, то при □>$\mathbf{P_i(X_{0i})/P_i(У_i)}$ приймемо 1; якщо □< □$_0$ приймемо 0.

Авторами передбачено, що рішаючи модель може бути побудована з урахуванням різноманітних критеріїв: для критерію ідеального спостерігача □$_0$ = 1; для критерію мінімального ризику □$_0$ = L_1g /L_2p, де L_1, L_2 – вагові коефіцієнти; для критерію Неймана-Пірсона[3]L_1=L_2.

Похибками першого та другого роду виявляються вирази:

$$P_{лі} = P_i(y > V_0/X_{1i}) \qquad (26)$$

$$P_{ні} = P_i(y > V_1/X_{0i}) \qquad (27)$$

Які розглянуті з урахуванням всіх похибок гравця у волейбол.

Після прийняття рішення ймовірності використання об'єктом (волейбольною командою) задачі по i-му стану отримаємо:

$$\mathbf{P'_i} = P_i \bar{P}_{лі} (P_i \bar{P}_{лі} + P_{\bar{i}} P_{ні}), \qquad (28)$$

Кількість інформації, яка отримана в результаті рішення задачі по i-му стану дорівнюватиме:

$$I_{imax} = H_i - H'_i, \qquad (29)$$

де

$$H_i = -p_i log_2 p_i - \bar{p}_i log_2 p'_i, \qquad (30)$$

$$H'_i = -p'_i log_2 p'_i - p'_i log_2 \bar{p}'_i, \qquad (31)$$

Загальна кількість інформації дорівнюватиме:

$$\mathbf{I}_{max} = \sum_{i=1}^{m} \mathbf{I}_{imax} \qquad (32)$$

Загальні витрати з урахуванням m складових на отримання інформації, що забезпечує надійність, швидку дію гравця дорівнюватиме:

$$C = \sum_{i=1}^{m} C_i, \qquad (33)$$

де

$$C_i = C_{imin} + \Delta C_{iт} + \Delta C_{ip} + \ldots, \qquad (34)$$

$\Delta C_{iт}$ – допоміжні витрати на отримання необхідної швидкодії,

ΔC_{ip} – допоміжні витрати на забезпечення необхідної надійності.

Ефективність гри «реального» волейболіста матиме вид:

$$K = \mathbf{I}_{max}/C, \qquad (35)$$

Ефективність дії волейболіста з урахуванням потенціальної та реальної моделей прийме вид [3]:

$$E = \frac{K_у}{K_{уо}} = \frac{I_{max}}{I\left(\frac{max}{max}\right)} = \frac{C_{min}}{C}, \qquad (36)$$

Перевагою узагальненого статистичного критерію, який отриманий на основі потенціальної та реальної математичної моделей волейболістів є повнота, наглядність, порівняльна повнота та узагальненість, що дозволяє одним числом охарактеризувати волейболіста як в цілому, так і по складовим компонентам, які включають окремі аналізатори у сукупність зі складними та простими рівнями комбінаціями аналізаторів волейболістів [1,3].

Діапазон зміни критерія для практичних систем має вид:

$$0 <= E >= 1, \tag{37}$$

Для невдало сформованої волейбольної команди, коли групова поведінка гравців знаходиться на низькому рівні, ефективність (37) може наближатися до нуля, для вдало сформованої команди (37) наближається до одиниці.

Таким чином, для оцінки ефективності дій волейболістів в комп’ютерній автоматизованій системі «Тренер» по критерію (36) необхідно знати ймовірність прийняття рішення, ймовірності похибок волейболістів. Часткові та узагальнені витрати.

Для кращого розуміння теоретичної частини публікації розглянемо контрольний приклад.

Контрольний приклад. Визначити ймовірності визначення позитивних та негативних дій волейбольної команди укомплектованої так: в надійних гравців (основний склад), 3-х ненадійних (гравці запасного складу). Повний склад волейбольної команди (6+3)=9 гравців. Три гравці мають характеристики $P_н = V_н = 0$.

Приймемо, що характеристики надійних волейболістів підкоряються умові p=0,9, v=0,1. Параметри схеми гри $n_1=n_2=3$. Можливі три різних варіанти використання ненадійних волейболістів у грі. Всі вони у одній партії, по одному у трьох партіях, двоє у першій партії, один – у третій партії.

Визначимо для нашого випадку: $r_1=3$, $r_2=27$, $r_3=54$ кількість можливих комбінацій використання ненадійних волейболістів у грі R $=C_9^3=84$. Тоді з виразу (II) слідує: $P(H_1)=0{,}036$; $P(H_2)=0{,}321$; $P(H_3)=0{,}643$.

Використавши (6), визначимо необхідної та невдалої операції у кожному випадку.

У першому випадку при $K_1=1$, $K_2=2, m_3=3$, $m_2=0$;

$$P(ТО/H_1) = [1-(1-P_н)^3][1-(1-P)^3]^2 = 0, \tag{38}$$

$$P(ЛО/H_1) = [1-(1-V_в)][1-(1-V)^3]^2 = 0, \tag{39}$$

У другому випадку при $к_1=3$, $m_1=1$ дорівнюватиме:

$$P(ТО/H_2) = [1-(1-P_н)(1-P)^2]^3[1-(1-P)^2]^3 = 0{,}9703 \tag{39}$$

$$P(ТО/H_2) = [1-(1-V_н)(1-V)^2]^3 = [1-(1-V)^2]^3 = 0{,}0069 \tag{40}$$

У третьому випадку при $K_1=K_2=K_3=1$, $m_1=2$, $m_2=1$, $m_3=0$:

$$P(ТО/H_2) = [1-(1-P_н)^2(1-P)][1-(1-P_н)(1-P)^2][1-(1-P)^3] = \\ = 0{,}8901, \tag{41}$$

$$P(ЛО/H_3) = [1-(1-V)][(1-V)^2][1-(1-V)^3] = 0{,}0052 \tag{42}$$

Тепер у нас є можливість визначити всі ймовірності:

$$P_{то} = 0{,}036*0+0{,}321*0{,}9703+0{,}643*0{,}8901=0{,}8832, \tag{43}$$

$$P_{ло} = 0{,}036*0+0{,}321*0{,}0069+0{,}643*0{,}0052=0{,}0055. \tag{44}$$

Висновок

Запропонована та розроблена інформаційна та математична модель групової поведінки гравців у змаганнях по волейболу на основі моделі потенціальних та реальних можливостей гравців з використанням комп’ютерної системи «Тренер», яка оцінює ймовірності виконання задачі по визначенню кількості інформації та розрахунку відповідних витрат на утримання та проведення змагань по волейбольної команди.

Список літератури

1. Войтенко С.М. Словник основних термінів та понять дисципліни «Фізичне виховання»./ С.М. Войтенко, Л.А. Совик.- Вінниця.: ОЦ ВНАУ, 2012.-148 с.

2. Зигель А. Модели группового проведения в системе человек – машина: Пер. с англ../А. Зигль, Дж. Вольф. – М.: «МИР», 1973.-261с.

3. Кузьмин И.В. Элементы вероятностных моделей АСУ./ И.В. Кузьмин, А.А. Явна, В.И. Ключко. – М.: «Советское радио», 1975.-336с.

4. Кузьмін І.В. Основи теорії інформації та кодування: Підручник./ І.В. Кузьмін, І.В. Троцишин, А.І. Кузьмін, В.О. Кедрус, В.Р. Любчик. – Хмельницький.: ХНУ, 2009.-373 с.

5. Дубовой В.М. Ідентифікація та моделювання технологічних об'єктів і систем керування: Навчальний посібник./ В.М. Дубовой.- Вінниця.: ВНТУ, 2012.-308с.

6. Оборский Г.А. Моделирование систем: Монографія./ Г.А. Оборский, А .Ф. Дащенко, А.В. Усов, Д.В. Дмитришин.-Одесса.: «Астропринт», 2013.-664с.

Spisok literatury

1. Voy̆tenko S.M. Slovnyk osnovnykh terminiv ta zrozumity distsiplini « Fizychne vykhovannya ». / S.M. Voy̆tenko , L.A. Sovik . - Vinnytsya . : OTS VNAU , 2012.-148 s.

2. Zigel' A. Modeli gruppovogo provedeniya v sisteme chelovek - mashina : Per . s angl .. / A. Zigl' , Dzh. Vol'f . - M.: « MIR » , 1973. - 261s .

3..Kuz'min I.V. Elementy veroyatnostnykh modeley ASU . / I.V. Kuz'min , A.A. Yavnaya , V.I. Klyuchko . - M.: « Sovetskoye radio » , 1975. - 336s .

4..Kuzʹmin I.V. Osnovy teoriï INFORMATSIÏ ta koduvannya : Pidruchnyk . / I.V. Kuzʹmin , I.V. Trotsishin , A.I. Kuzʹmin , V.O. Kedrus , V.R. Lyubchyk . - Khmelʹnytsʹkyy̆ . : KHNU , 2009.-373 s.

5. Dubovoy̆ V.M. Identifikatsiya ta modelyuvannya tekhnolohichnykh ob'yektiv y system Keruvannya : Navchalʹnyy̆ posibnyk . / V.M. Dubovyy̆. - Vinnytsya . : VNTU , 2012. - 308s .

6. Oborskiy G.A. Modelirovaniye sistem : Monografiya . / G.A. Oborskiy , a . F. Dashchenko , A.V. Usov , D.V. Dmitrishin. -Odessa . : « Astroprint » , 2013. - 664s .

ИНФОРМАЦИОННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГРУППОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИГРОКОВ В СОРЕВНОВАНИЯХ ПО ВОЛЕЙБОЛА

Аннотация: *предложена и разработана информационная и математическая модель группового поведения игроков в соревнованиях по волейболу на основе модели потенциальных и реальных возможностей игроков с использованием компьютерной системы «Тренер», которая оценит вероятности выполнения задачи по определению количества информациии расчета соответствующих потребностей. Был приведен контрольный пример определения вероятности положительных и отрицательных действий волейбольной команды укомплектованной так: в надежных игроков (основной состав), 3-х ненадежных (игроки запасного состава).*

Ключевые слова: *информационная модель, групповая модель игроков, соревнования, спорт.*

MATHEMATICAL MODEL OF INFORMATION GROUP INTERACTION PLAYERS IN COMPETITION ON VOLLEYBALL

Summari: *we proposed and developed a mathematical model of information and group behavior of players in the competition in volleyball at the basis of the model of potential and real opportunities of players using a computer system "Coach", which will assess the likelihood of the problem of determining the amount of information of the appropriate exchange needs. Was given a test case to determine the probability of positive and negative actions volleyball team staffed as follows: a reliable players (main part), 3-insecure (players alternate composition).*

Keywords*: information model, a model group of players, competitions and sports.*