УДК 621.77

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОЧАТКОВОЇ СТАДІЇ ПРОЦЕСУ ЗГИНАННЯ. ВІДСТАНЬ МІЖ МАТРИЦЕЮ І ПУАНСОНОМ СУМІРНА З ТОВЩИНОЮ СМУГИ

Найко Д. А
Вінницький національний аграрний університет
Краєвський В. О
Антонюк Л. Е
Вінницький національний технічний університет
Naiko D.
Vinnytsia National Agrarian University
Krajewski V.
Antonyuk L.
Vinnytsia National Technical University

Анотація: *у роботі розроблено математичну модель початкової стадії процесу згинання смуги змінної ширини й товщини матрицею й пуансоном, у яких радіуси заокруглень співрозмірні з відстанню між ними. У моделі для визначення точок дотику смуги до матриці та пуансону враховувалася товщина смуги. Для знаходження розв'язку отриманої задачі запропоновано модифікований, із врахуванням наявності двох невідомих параметрів, метод стрільби. Даний метод програмно реалізований у середовищі Maple та використаний для визначення рівняння нейтральної поверхні на початковій стадії згинання смуги зі сталою товщиною та шириною під дією матриці та пуансона зі сталими радіусами заокруглень.*

Ключові слова: *згин, метод стрільби, нейтральна поверхня, напружено-деформований стан, згинальний момент, радіус кривизни.*

Вступ

У роботі [1] розроблено математичну модель процесу згинання смуги матрицею та пуансоном, які мають радіуси заокруглень, що сумірні з відстанню між ними. Але при розробці цієї моделі, при визначенні точок дотику до матриці та пуансона, а також при визначенні рівняння нейтральної поверхні, нехтували товщиною заготовки. В процесах ротаційної витяжки [2, 3] товщина заготовки сумірна з відстанню між пуансоном та матрицею, тому нехтування цією величиною може призвести до значної похибки при розрахунку плеча сили, а, отже, і до похибки при визначенні зусилля.

Мета досліджень

Визначити рівняння нейтральної поверхні на початковій стадії згинання смуги для випадку, коли товщина заготовки, радіуси заокруглень матриці і пуансона та відстань між матрицею та пуансоном сумірні.

Задачі

Відповідно до мети досліджень формулюються такі задачі:

1. Побудувати математичну модель початкової стадії процесу згинання смуги для випадку, коли товщина заготовки, радіуси заокруглень матриці і пуансона та відстань між матрицею та пуансоном сумірні.

2. На основі математичної моделі запропонувати алгоритм визначення нейтральної поверхні смуги на початковій стадії операції згинання.

Основна частина

Насамперед, врахування товщини заготовки позначиться на визначенні згинального моменту у перерізі з $x = x_A$ (рис. 1), оскільки зміниться радіус кривизни нейтральної поверхні

$$M_A = b(0) \cdot \left[\frac{\sigma_m \cdot s(0)^2}{4} - \frac{\sigma_m^3 \cdot \left(R_A + s(0)/2 \right)^2}{3 \cdot E^2} \right], \tag{1}$$

де $b(x)$ – ширина смуги; R_A – радіус кривизни нейтральної поверхні у точці A; σ_m – границя текучості; E – модуль пружності.

Як наслідок зміниться згинальний момент у будь-якій точці частини смуги, що згинається

$$M_{пл}(x) = \frac{b(0)}{x_B - \Delta x_B - \dfrac{dp(x_B)}{dx}(\Delta y_A - p(x_B) + \Delta y_B)} \cdot \left[\frac{\sigma_m \cdot s(0)^2}{4} - \right.$$
$$\left. - \frac{\sigma_m^3 \cdot \left(R_A + s(0)/2 \right)^2}{3 \cdot E^2} \right] \cdot \left(x_B - \Delta x_B - x - \frac{dp(x_B)}{dx}(\omega(x) - p(x_B) + \Delta y_B) \right); \tag{2}$$

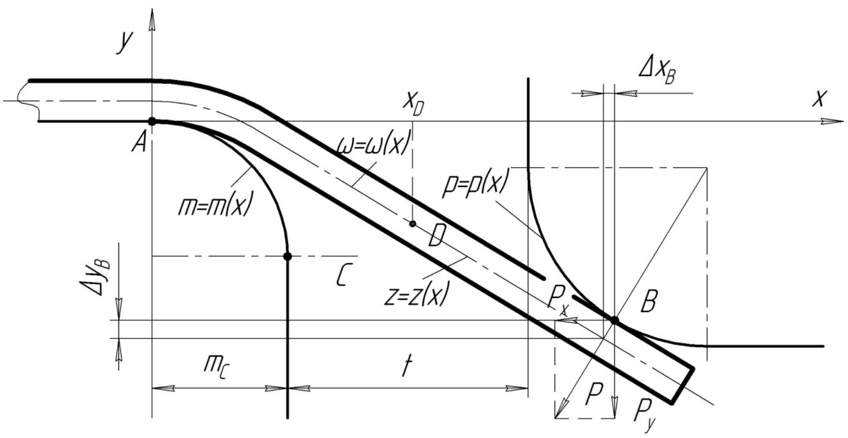

Рис. 1. Розрахункова схема

$$M_{пр}(x) = \frac{b(0)}{x_B - \Delta x_B - \dfrac{dp(x_B)}{dx}(m(x_A) + \Delta y_A - p(x_B) + \Delta y_B)} \cdot \left[\frac{\sigma_m \cdot s(0)^2}{4} - \right.$$
$$\left. - \frac{\sigma_m^3 \cdot \left(R_A + s(0)/2 \right)^2}{3 \cdot E^2} \right] \cdot \left(x_B - \Delta x_B - x - \frac{dp(x_B)}{dx}(z(x) - p(x_B) + \Delta y_B) \right). \tag{3}$$

Врахування товщини також позначиться на початкових та додаткових умовах. Отже, початкові умови для розв'язання задачі Коші такі:

$$\begin{cases} \omega(0) = m(0) + \Delta y_A; \\ \dfrac{d\omega}{dx}(0) = \dfrac{dm}{dx}(0). \end{cases} \tag{4}$$

Для визначення невідомих параметрів x_A та x_B необхідні такі додаткові умови:

$$\begin{cases} z(x_B - \Delta x_B) = p(x_B) - \Delta y_B; \\ \dfrac{dz}{dx}(x_B - \Delta x_B) = \dfrac{dp}{dx}(x_B). \end{cases} \tag{5}$$

Отже, як і у випадку, коли товщина заготовки не враховувалась, маємо задачу на власні розв'язки.

$$\begin{cases} \dfrac{\dfrac{d^2\omega}{dx^2}}{\left[1+\left(\dfrac{d\omega}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = -\dfrac{2b(x)\cdot\sigma_m^2}{\sqrt{3}E\sqrt{b(x)\cdot\sigma_m\cdot\left[s(x)^2\cdot\sigma_m\cdot b(x)-4M_{пл}(x)\right]}}; \\ \omega(0)=\Delta y_A;\ \dfrac{d\omega}{dx}(0)=0; \\ \dfrac{\dfrac{d^2 z}{dx^2}}{\left[1+\left(\dfrac{dz}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = -\dfrac{12\cdot M_{пр}(x)}{E\cdot s(x)^3\cdot b(x)}; \\ z(x_D)=\omega(x_D);\ \dfrac{dz(x_D)}{dx}=\dfrac{d\omega(x_D)}{dx}; \\ z(x_B-\Delta x_B)=p(x_B)-\Delta y_B;\ \dfrac{dz}{dx}(x_B-\Delta x_B)=\dfrac{dp}{dx}(x_B). \end{cases} \tag{6}$$

Точка D – точка, в якій відбувається зміна напружено-деформованого стану смуги із пружно-пластичного (рівняння нейтральної поверхні $z=z(x)$) у пружний (рівняння $\omega=\omega(x)$). Крім невідомих, що фігурують у задачі без врахування товщини смуги [1], з'явились також Δx_B, Δy_A, Δy_B. Знайдемо вирази для їх визначення. Як видно з рис. 2, тангенс кута φ_B визначимо як кутовий коефіцієнт нормалі до $p(x)$ у точці B

$$\mathrm{tg}\varphi_B = -\frac{1}{\dfrac{dp(x_B)}{dx}}. \tag{7}$$

Тоді,

$$\Delta y_A = \frac{s(0)}{2}; \tag{8}$$

$$\Delta x_B = \frac{s(x_B-\Delta x_B)}{2}\cdot\cos\left(\mathrm{arctg} - \frac{1}{\dfrac{dp(x_B)}{dx}}\right); \tag{9}$$

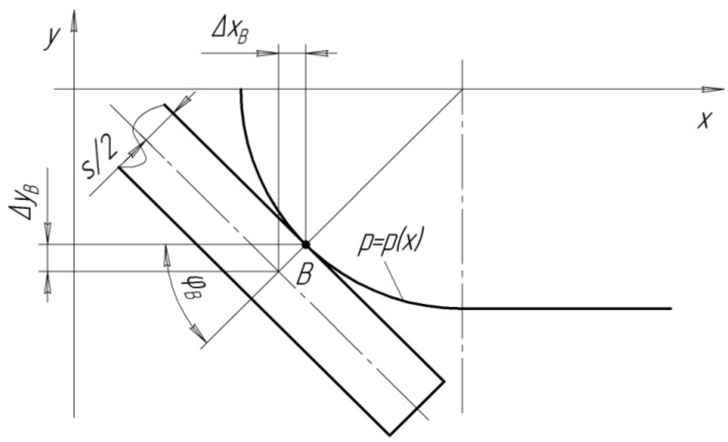

Рис. 2. До визначення Δx_B та Δy_B у формулах

$$\Delta y_B = \frac{s(x_B - \Delta x_B)}{2} \cdot \sin\left(\operatorname{arctg} - \frac{1}{\frac{dp(x_B)}{dx}}\right). \tag{10}$$

Задача (6) розв'язується методом стрільби. Спочатку визначаються інтервали зміни параметру x_B. Для цього дійсну серединну поверхню смуги апроксимуємо прямою лінією і знаходимо точки дотику до матриці та пуансона x'_A та x'_B (маємо систему чотирьох рівнянь із чотирма невідомими)

$$\begin{cases} \omega(x) = a \cdot x + b; \\ \omega(x'_A + \Delta x'_A) = m(x'_A) + \Delta y'_A; \; \dfrac{d\omega}{dx}(x'_A + \Delta x'_A) = \dfrac{dm}{dx}(x'_A); \\ \omega(x'_B - \Delta x'_B) = p(x'_B) - \Delta y'_B; \; \omega(x'_B - \Delta x'_B) = \dfrac{dp}{dx}(x'_B);. \end{cases} \tag{11}$$

Параметр R_A належить інтервалу $(0;+\infty)$, а параметр x_B – $(m_C + t; x'_B)$. Ділимо інтервали параметрів x_A та x_B на N частин. Далі знаходимо $N \times N$ розв'язків задачі Коші

$$\begin{cases} \dfrac{\frac{d^2z}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = -\dfrac{12 \cdot M_{пр}(x)}{E \cdot s(x)^3 \cdot b(x)}; \\ z(x_D) = \omega(x_D); \dfrac{dz(x_D)}{dx} = \dfrac{d\omega(x_D)}{dx}. \end{cases} \tag{12}$$

і обираємо той, який найкраще відповідає додатковим умовам (5).

Якщо розглянути частинний випадок задачі (6), коли смуга має сталі товщину та ширину, тобто $b(x) = const$ та $s(x) = const$, то радіуси заокруглень матриці та пуансона постійні і дорівнюють R_M та R_n відповідно, тоді задача (6) набуде вигляду:

$$\begin{cases} \dfrac{\dfrac{d^2\omega}{dx^2}}{\left[1+\left(\dfrac{d\omega}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = \dfrac{2\cdot b\cdot \sigma_m^2}{\sqrt{3}\cdot E\cdot \sqrt{b\cdot \sigma_m \cdot \left[s^2\cdot \sigma_m \cdot b - 4\cdot M_{пл}(x)\right]}}; \\ \omega(0) = \Delta y_A;\ \dfrac{d\omega}{dx}(0) = 0; \\ \dfrac{\dfrac{d^2 z}{dx^2}}{\left[1+\left(\dfrac{dz}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = -\dfrac{12\cdot M_{пр}(x)}{E\cdot s^3\cdot b}; \\ z(x_D) = \omega(x_D);\ \dfrac{dz(x_D)}{dx} = \dfrac{d\omega(x_D)}{dx}; \\ z(x_B) = -\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2} - h + R_n; \\ \dfrac{dz}{dx}(x_B) = \dfrac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}. \end{cases} \tag{13}$$

Запропонований алгоритм розв'язання цієї задачі був реалізований у математичному додатку Maple. Результати розрахунку показано на рис. 3.

Висновки

1. Розроблено математичну модель початкової стадії процесу згинання смуги змінної ширини й товщини матрицею й пуансоном, у яких радіуси заокруглень сумірні з відстанню між ними. У моделі для визначення точок дотику смуги до матриці й пуансону враховувалася товщина смуги.

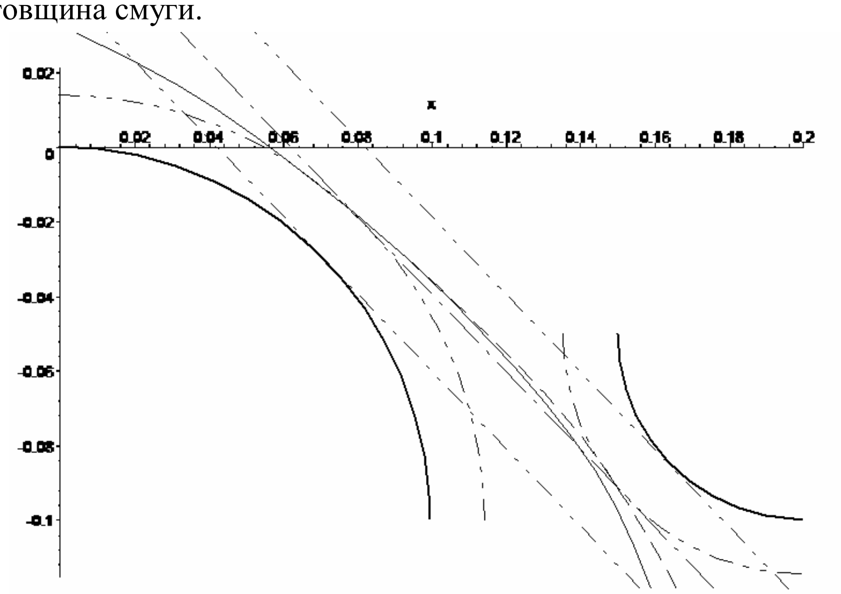

Рис. 3. Розрахунок положення нейтральної поверхні під час згинання із врахуванням товщини заготовки: суцільна лінія – положення при пружно-пластичних деформаціях; штрихова лінія – положення при пружних деформаціях; штрих-пунктирна лінія – апроксимація нейтральної поверхні прямою.

2. На основі моделі запропоновано алгоритм, що дозволяє визначати рівняння вигнутої осі смуги. Алгоритм реалізований у середовищі Maple 9

Список літератури

1. Краєвський В. О. Математична модель згинання смуги / В. О. Краєвський, В. М. Михалевич, В. А. Матвійчук // Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні (Донбаська державна машинобудівна академія). – Краматорськ: ДДМА. – 2006. – С. 103-108.

2. Матвійчук В. А. Розробка маловідходних процесів формування тонкостінних циліндричних деталей / В. А. Матвійчук, В. М. Михалевич, В. О. Краєвський // Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні (Донбаська державна машинобудівна академія). – Краматорськ: ДДМА. – 2004. – С. 281-286.

3. Попов Е. А. Основы теории листовой штамповки / Е. А. Попов. – М.: Машиностроение, 1977. – 278 с.

1. Kraievskyi V. O. Matematychna model zghynannia smuhy / V. O. Kraievskyi, V. M. Mykhalevych, V. A. Matviichuk // Udoskonalennia protsesiv i obladnannia obrobky tyskom v metalurhii i mashynobuduvanni (Donbaska derzhavna mashynobudivna akademiia). – Kramatorsk: DDMA. – 2006. – S. 103-108.

4. Matviichuk V. A. Rozrobka malovidkhodnykh protsesiv formuvannia tonkostinnykh tsylindrychnykh detalei / V. A. Matviichuk, V. M. Mykhalevych, V. O. Kraievskyi // Udoskonalennia protsesiv i obladnannia obrobky tyskom v metalurhii i mashynobuduvanni (Donbaska derzhavna mashynobudivna akademiia). – Kramatorsk: DDMA. – 2004. – S. 281-286.

5. Popov E. A. Osnovы teoryy lystovoi shtampovky / E. A. Popov. – M.: Mashynostroenye, 1977. – 278 s.

Spisok literatury

1 . Krayevsʹkyў V. O. Matematychna modelʹ z·hynannya smuhy / V. O. Krayevsʹkyў , V. M. Mykhalevych , V. A. Matviўchuk / / Udoskonalennya protsesiv y obladnannya OBROBKY leshchata v metalurhiï y mashynobuduvanni (DONBASʹKA derzhavna Mashynobudivna akademiya) . - Kramatorsʹk : DDMA . - 2006 . - S. 103-108 .

2 . Matviўchuk V. A. Rozrobka malovidkhodnykh protsesiv Formuvannya tonkostinnikh tsilindrichnikh detaleў / V. A. Matviўchuk , V. M. Mykhalevych , V. O. Krayevsʹkyў / / Udoskonalennya protsesiv y obladnannya OBROBKY leshchata v metalurhiï y mashynobuduvanni (DONBASʹKA derzhavna Mashynobudivna akademiya) . - Kramatorsʹk : DDMA . - 2004 . - S. 281-286 .

3 . Popov YE. A. Osnovy teoriï lystovoho shtampuvannya / YE. A. Popov. - M: Mashynobuduvannya , 1977 .. - 278 s.

1 . Kraievskyi VO Matematychna modeli zghynannia smuhy / VO Kraievskyi V.M. Mykhalevych , V. A. Matviўchuk / / Udoskonalennia protsesiv ya obladnannia obrobky tyskom V metalurhii ya mashynobuduvanni (Donbasʹka derzhavna mashynobudivna akademiya) . - Kramatorsʹk : DDMA . - 2006 . - S. 103-108 .

4 . Matviўchuk V.A. Rozrobka malovidkhodnykh protsesiv formuvannia tonkostinnykh tsylindrychnykh detalei / VA Matviўchuk V.M. Mykhalevych , V. O. Kraievskyi / / Udoskonalennia protsesiv ya obladnannia obrobky tyskom V metalurhii ya mashynobuduvanni (Donbasʹka derzhavna mashynobudivna akademiya) . - Kramatorsʹk : DDMA . - 2004 . - S. 281-286 .

5 . Popov E.A. Osnovy teoryy lystovoi shtampovky / E.A. Popov. - M. : Mashynostroenye , 1977 . - 278 s.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАЧАЛЬНОЙ СТАДИИ ПРОЦЕССА ИЗГИБА. РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ МАТРИЦЕЙ И ПУАНСОНОМ СОИЗМЕРИМО С ТОЛЩИНОЙ ПОЛОСЫ

Аннотация: *в работе разработана математическая модель начальной стадии процесса изгиба полосы переменной ширины и толщины матрицей и пуансоном, радиусы закруглений которых соизмеримы с расстоянием между ними. В модели для определения точек касания полосы к матрице и пуансону учитывалась толщина полосы. Для поиска решения полученной задачи предложен модифицированный, с учетом наличия* *двух неизвестных параметров, метод стрельбы. Данный метод программно реализован в среде Maple и использован для определения уравнения нейтральной поверхности на начальной стадии изгиба полосы с постоянной толщиной и шириной под действием матрицы и пуансона с постоянными радиусами закруглений.*

Ключевые слова: *изгиб, метод стрельбы, нейтральная поверхность, напряженно-деформированное состояние, изгибающий момент, радиус кривизны.*

MATHEMATICAL MODELING OF THE INITIAL STAGE OF BENDING. THE DISTANCE BETWEEN THE DIE AND THE PUNCH IS COMMENSURATE WITH THE THICKNESS OF THE STRIP

Summari: i*n the work the mathematical model of the initial stage of the bending process of the varying width and thickness strip by the die and the punch, which have the radii of curvatures commensurate with the distance between them, is developed. In this model for definition of tangency points of the strip to the die and punch the width of strip was taken into account. To find the solution of the received problem the modified shooting method has been offered (was taken into account the presence of two unknown parameters). This method has been implemented in the software environment Maple and used to determine the equation of the neutral surface at the initial stage of bending of the strip with a constant thickness and width by the die and punch with constant radii of curvatures.*

Keywords: *bending, shooting method, neutral surface, stress-strain state, bending moment, radius of curvature.*