

УДК 621.798.147-026.765:621.798.5

ББК Л 818

## АНАЛІЗ РОБОТИ МЕМБРАН КРИШОК КОНСЕРВНОЇ СКЛЯНОЇ ТАРИ

*Ватренко Олександр Віталійович* д.т.н., доцент  
Одеська національна академія харчових технологій  
*Vatrenko A.*

*Odessa academy of food technologies*

**Анотація:** в статті розглянуто роботу пружних мембран металевих кришок консервної скляної тари під час зберігання та стерилізації продукції. За допомогою математичного та комп'ютерного моделювання отримані характеристики роботи мембран в залежності від їх геометричних параметрів, товщини та властивостей жерсті. Комп'ютерне моделювання виконано за допомогою програмного забезпечення MATLAB R2008a. Математична модель роботи мембрани отримана на основі теорії пластин та оболонок та перетворена до виду кубічного рівняння Кардано. Ділянка контрольованої втрати стійкості на характеристиці роботи мембрани має вигляд петлі. Результати, які описують роботу мембран за допомогою моделі добре збігаються з роботою реальних кришок серійного виробництва. Характеристики роботи мембран дозволяють оцінювати чутливість мембран до вакууму в тарі та ризик втрати функціональності мембран після стерилізації консервів.

**Ключові слова:** мембрана, втрата стійкості, критичний тиск, кришка, консерва, теорія пластин та оболонок.

### **Вступ**

Сучасний ринок харчових продуктів висуває досить жорсткі вимоги до захисних властивостей упаковки, особливо для якісних продуктів, продуктів тривалого зберігання та дитячого харчування, часто пакованих у скляну тару. Такі вимоги нерідко вступають у протиріччя з загальносвітовими тенденціями до ресурсозбереження та зменшення матеріалоемності упаковки.

Одним із засобів гарантії початкового відкриття упаковки та герметичності системи закупорювання скляної тари є спеціальний рельєф центральної частини поля металевих кришок відомий як "контрольна кнопка". Цей рельєф являє собою пружну мембрану, розташовану в центрі поля кришки. Мембрана виконує функцію індикатора, який в залежності від її стану втягнутого або опуклого свідчить про наявність або відсутність в упаковці вакууму а отже про її герметичність та сигналізує про її початкове відкриття.

### **Постановка проблеми**

Автоматизований контроль якості процесу закупорювання на лініях виробництва консервованої продукції в скляній тарі здійснюється за допомогою вакуум-тестерів, які фіксують наявність початкового вакууму в тарі після закупорювальної машини. Фіксація вакууму здійснюється виходячи з положення центральної частини поля кришки.

Більшість кришок з мембранами на ринок України постачається закордонними виробниками, які мають значний досвід їх виробництва. Вітчизняні виробники кришок типу ПІ, намагаючись задовольнити потреби ринку, також розпочали або будуть вимушені розпочати виробництво кришок з мембранами. Однак наявність мембрани ускладнює

виробництво кришок через ускладнення штампового оснащення, необґрунтованість геометричних параметрів рельєфу мембран та властивостей жерсті а також незначний досвід їх виробництва або його відсутність. Загалом цей напрямок досліджень пов'язаний з удосконаленням технологій пакування, що забезпечують тривалий термін зберігання високої біологічної цінності продуктів харчування.

### *Літературний огляд*

Питання розрахунку гнучких металевих пластинок розглядаються в теорії пружності. Зокрема в роботі [1] описана робота круглих гнучких пластинок з початковим прогином, закріплених у різний спосіб, за різних, відносно прогину, напрямків дії навантаження. Є роботи закордонних авторів, зокрема робота [2], де розрахунки гнучких пластин здійснюються методом скінченних елементів, що суттєво ускладнює розрахунки, хоча може дати досить точні результати. Стосовно консервної галузі були здійснені дослідження стійкості поля кришок типу I та типу III. Так в роботі [3] здійснено аналітичне та експериментальне дослідження стійкості поля кришок типу I з жерсті зменшеної товщини. В роботі [4] здійснено аналітичне дослідження стійкості поля кришок типу III, отримані данні для розрахунку поля кришок на втрату стійкості під час стерилізації продукції. В роботі [5] розглянуто питання стійкості поля кришок типу III-82, пов'язане зі зменшенням товщини жерсті. Розраховано критичний тиск на поле для різної товщини та твердості жерсті. Переверено стійкість кришок для найбільш несприятливих випадків у процесі стерилізації консервів.

В роботі [2] здійснено розрахунки та аналіз гнучких пластин, які перенесли великі переміщення. У випадку мембран кришок мають місце невеликі порівняно з товщиною переміщення. В дослідженнях проведених автором раніше [4;5], поле кришки типу III розглядалося у варіанті без "контрольної кнопки", або її наявності нехтували. Конструкція кришок типу I є застарілою і взагалі не передбачає наявності додаткової мембрани. В роботі [6] надано опис конструкції та принципу роботи мембран вакуумних металевих кришок для скляної тари. Шляхом використання математичного апарату теорії пластин та оболонки, з використанням методів інтегрування наведена методика наближеного розрахунку робочої частини мембрани та отримано рівняння взаємозв'язку тиску, геометричних параметрів та товщини мембрани. Отримане рівняння дозволяє моделювати роботу мембран кришок для обґрунтування їх конструкції.

Однак самого моделювання як і створення комп'ютерної моделі для цього виконано не було.

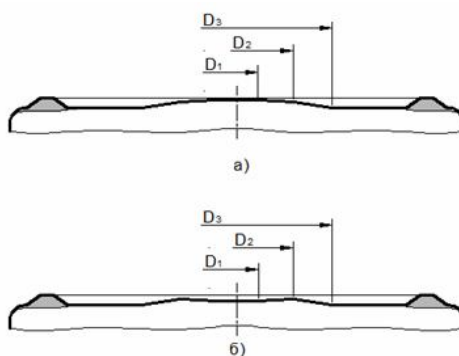
Мета даної статті полягає у визначенні характеристик роботи мембран залежно від їх геометричних параметрів, товщини та властивостей жерсті. Такі характеристики дозволять порівнювати роботу мембран різних конструкцій та полегшать роботи з проектування штампового оснащення для їх виготовлення.

### *Основна частина*

Зважаючи на досить громіздкий математичний апарат та трудомісткість побудови графіків роботи різних мембран доцільною є розробка комп'ютерної програми для графічного аналізу їх роботи.

На рис. 1 показано поле кришки системи Твіст-офф (ТО) з мембраною у

ненавантаженому стані, коли вона є опуклою, та у навантаженому стані, коли вона є втягнутою. Працює мембрана за принципом контрольованої втрати стійкості з наступним відновлення початкової форми, яке супроводжується звуковим сигналом. Мембрани спроектовані таким чином, що стрибкоподібно втрачають стійкість (рис. 1б) за деякого критичного тиску  $P_1$  та стрибкоподібно відновлюють початкову форму (розвантажуються) (рис. 1а) за деякого критичного тиску  $P_2$ . Назвемо цей інтервал тиску робочим інтервалом роботи мембран.



**Рис. 1. Поле кришки системи ТО: а) мембрана в ненавантаженому стані; б) мембрана після втрати стійкості**

Як зазначалося у роботі [4], у першому наближенні обмежимося описом найбільш важливої, з огляду виконуваних функцій, робочої частини мембрани.

Отримана в роботі [4] базова математична модель для аналізу роботи мембран має вигляд

$$\frac{8}{3}Df - \frac{PR^4}{24} + \frac{1}{28}E\delta(f^3 - 3f^2f_{nc} + 2f_{nc}^2f) = 0; \quad (1)$$

де  $D = \frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)}$  – циліндрична жорсткість мембрани;

$f_{nc}, f$  – початковий та додатковий прогини центра мембрани;

$P$  – тиск (навантаження) на поле кришки;

$R$  – радіус контуру мембрани ( $D_2/2$ , рис. 1);

$E$  – модуль нормальної пружності матеріалу мембрани;

$\delta$  – товщина мембрани (жерсті);

$\mu$  – коефіцієнт Пуассона матеріалу мембрани.

При цьому дотримувались розрахункової схеми в якій робочий конус тобто робоча частина мембрани защемлений по контуру, з вільним радіальним зміщенням точок контуру. Для створення комп'ютерної програми потрібно рівняння (1) подати в загальній формі. За

безрозмірних параметрів прогинів  $\xi_{nc} = \frac{f_{nc}}{\delta}$  та  $\xi = \frac{f}{\delta}$  рівняння (1) матиме вигляд

$$\frac{8}{3}D\delta\xi - \frac{PR^4}{24} + \frac{E\delta}{28}(\delta^3\xi^3 - 3\delta^2\xi^2\delta\xi_{nc} + 2\delta^2\xi_{nc}^2\delta\xi) = 0. \quad (2)$$

Винесемо  $\delta^3$  за дужки та помножимо рівняння (2) на  $\frac{28}{E\delta^4}$  і після перетворень

отримаємо

$$\zeta^3 - 3\zeta^2\zeta_{nc} + 2\zeta_{nc}^2\zeta + \frac{224}{3} \frac{D}{E\delta^3}\zeta - \frac{7}{6} \frac{PR^4}{E\delta^4} = 0. \quad (3)$$

Винесемо  $2\zeta$  за дужки та підставимо вираз для  $D$  і після перетворень отримаємо

$$\zeta^3 - 3\zeta_{nc}\zeta^2 + 2\left(\zeta_{nc}^2 + \frac{28}{9} \frac{1}{1-\mu}\right)\zeta - \frac{7}{6} \frac{PR^4}{E\delta^4} = 0. \quad (4)$$

Введемо позначення  $\frac{PR^4}{E\delta^4} = P^*$  – безрозмірний тиск на мембрану. Тоді можна записати

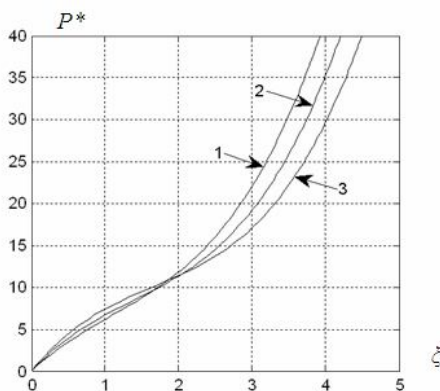
$$\zeta^3 - 3\zeta_{nc}\zeta^2 + 2\left(\zeta_{nc}^2 + \frac{28}{9} \frac{1}{1-\mu}\right)\zeta - \frac{7}{6} P^* = 0. \quad (5)$$

Таким чином, основне розрахункове рівняння (1) подано в загальній формі кубічного рівняння, тобто формули Кардано

$$\zeta^3 + a\zeta^2 + b\zeta + c = 0. \quad (6)$$

На базі рівняння (6) за допомогою програмного забезпечення MATLAB R2008a було розроблено комп'ютерну програму для розрахунку  $\zeta$ ,  $P^*$  та  $f$  і подальшого представлення залежності «тиск прогин» ( $P^*(\zeta)$ ) в графічному вигляді. Розв'язання кубічного рівняння виду (6) дає три корені: один дійсний і два комплексні. В даному випадку інтерес представляють дійсні корені. Нижче наведено приклади використання цієї програми для аналізу роботи реальних об'єктів.

Розглянемо характеристику роботи мембран кришки ТО-82 для наступних значень початкових прогинів та відповідних їм безрозмірних прогинів  $f_{nc1} = 0,20$  мм,  $\xi_{nc1} = 1,11$ ;  $f_{nc2} = 0,25$  мм,  $\xi_{nc2} = 1,39$ ;  $f_{nc3} = 0,30$  мм,  $\xi_{nc3} = 1,67$ . Інші геометричні та механічні параметри:  $\delta = 0,18$  мм;  $R = 12$  мм;  $\mu = 0,35$ ;  $E = 190 \cdot 10^9$  Па. З рис. 2. видно, що для розглянутих початкових стрілок прогину криві  $P^*(\zeta)$  утворюють петлі.

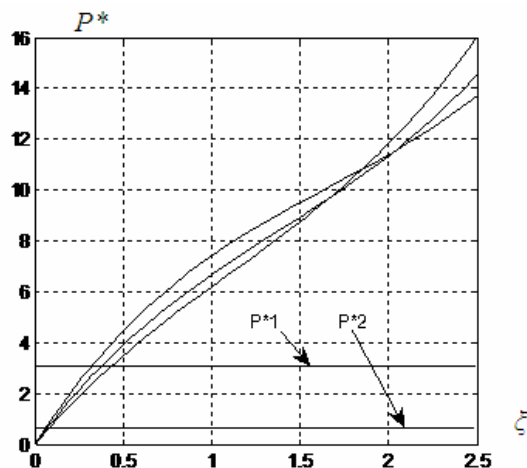


**Рис. 2. Залежність між тиском та прогином для мембран металевих кришок з початковими прогинами: 1 –  $\xi_{nc1} = 1,11$ ; 2 –  $\xi_{nc2} = 1,39$ ; 3 –  $\xi_{nc3} = 1,67$**

Петля кожної кривої має точку перегину. Зі збільшенням  $\xi_{nc}$  точка перегину віддаляється від початку координат, а розміри петлі збільшуються. Кожну петлю можна розділити на дві напівпетлі. Ділянку петлі від точки перегину до початку координат до назвемо першою напівпетлею, ділянку від точки перегину в протилежному напрямку

другою.

Значення безрозмірних критичних тисків робочого інтервалу роботи мембрани  $P_1^*$  та  $P_2^*$ , які відповідають прийнятій фірмою Silgan White Cap для системи закупорювання ТО величинам критичних тисків  $P_1=0,03$  МПа і  $P_2=0,005$  МПа, знаходяться в межах перших напівпетель кривих  $P^*(\zeta)$ , рис. 3.



**Рис. 3. Робочий інтервал тиску мембран металевих кришок.  $P_1^*$  - критичний тиск втрати стійкості;  $P_2^*$  - критичний тиск розвантаження**

За сталої товщини жерсті зі збільшенням розмірів петлі чутливість мембран до вакууму в тарі зменшується. Це видно з того, що значення критичних тисків  $P_1^*$  та меншою мірою  $P_2^*$  на мембрані з меншими розмірами петлі досягається за більших поточних прогинів (рис. 3). Тобто чим менші розміри петлі кривої тим легше деформується мембрана, яку дана крива характеризує.

Кожна крива  $P^*(\zeta)$  після закінчення ділянки петлі досить різко піднімається вгору (рис. 2). Зона петлі характеризує зону пружної роботи мембрани. Далі по мірі підйому кривих мембрана поступово досить швидко виходить за межі пружності і переходить в зону пластичності. При переході в зону пластичності мембрана втрачає свої пружні властивості і її функціонування порушується. Це слід мати на увазі при встановленні режимів протидіючих тисків в автоклавах під час теплової обробки консервів.

Значення максимально допустимого протидіючого тиску в автоклаві в процесі стерилізації продукції для системи закупорювання ТО складає  $P_3 = 0,20$  МПа, що в безрозмірному вигляді складе  $P_3^* = 20,79$  і для всіх трьох розглянутих кривих знаходиться поза зоною їх петлі або на границі цієї зони (рис. 2). За такого тиску в автоклаві, при зменшенні початкового прогину до  $\xi_{nc} = 1,11$  (крива 1), робота мембрани різко наближається до зони пластичності, практично входячи в перехідну зону, що створює ризики функціонування мембрани на етапах витримки та початку охолодження продукції в процесі стерилізації, коли тиск на поле кришки максимальний [7]. Тобто, чим менші розміри петлі кривої тим більший ризик потрапляння в зону пластичності і втрати мембраною функціональності.

Загалом, як видно з наведеного зіставлення реальної роботи мембран з математичною моделлю, результати, які описують роботу мембран за допомогою моделі добре збігаються з роботою реальних кришок серійного виробництва.

### Висновки

Створена на базі математичної моделі комп'ютерна програма дозволяє аналізувати та моделювати роботу мембран

1. Кожна крива, яка характеризує роботу окремої мембрани, має чітко виражену зону пружної роботи у формі петлі. Далі крива поступово переходить в перехідну зону і далі різко піднімаючись вгору входить в зону пластичних деформацій де функціонування мембрани в режимі контрольованої втрати стійкості неможливе.

2. За сталої товщини жерсті зі збільшенням початкового прогину чутливість мембран до вакууму в тарі зменшується.

3. Збільшення протидіючого тиску в автоклаві до максимально допустимих значень є небезпечним для функціонування мембрани. За сталої товщини жерсті небезпека зростає зі зменшенням початкового прогину.

В подальшому планується змоделювати та проаналізувати роботу мембран зі зміною товщини жерсті та її геометричних параметрів.

### Список літератури

1. Вольмир, А.С. Гибкие пластинки и оболочки / А.С. Вольмир. – М.: Изд-во технико-теоретической лит., 1956. – 419с.
2. P. Frank Pai. (April 2007) Total-Lagrangian Formulation and Finite-Element Analysis of Highly Flexible Plates and Shells. *Mathematics and Mechanics of Solids*, vol. 12, no. 2, 213-250.
3. Котельников, А.Ф. Исследование условий изготовления и применения крышек из тончайшей жести для стеклянной консервной тары: дис. ... канд. техн. наук: 05.02.14: защищена 27.04.73: / Котельников А.Ф. – О., 1973. – 157с.
4. Ватренко, О.В. Дослідження стійкості поля кришок типу III / О.В. Ватренко // *Обладнання та технології харчових виробництв: зб. наук. пр. / ДонНУЕТ. – Донецьк, 2009. – Вип. 20. – С. 11-17.*
5. Ватренко, О.В. Перевірка стійкості поля кришок типу III-82 / О.В. Ватренко // *Прогресивні техніка та технології харчових виробництв, ресторанного господарства і торгівлі: зб. наук. пр. / ХДУХТ. – Х. 2009. – Вип. 9. – С. 313-318.*
6. Ватренко, О.В. Мембрани кришок консервної скляної тари (обґрунтування їх роботи) / О.В. Ватренко // *Упаковка. – 2014. – № 6.*
7. *Руководство по обработке крышек Твист-офф: [пер. с нем.] / Silgan White Cap. – Hannover, 2006. – 42с.*

### References

1. Volmir, A.S. *Gibkie plastinki i obolochki / A.S. Volmir. M.: Izd-vo tehniko-teoreticheskoi lit., 1956. – 419s.*
2. P. Frank Pai. (April 2007) *Total-Lagrangian Formulation and Finite-Element Analysis of Highly Flexible Plates and Shells. Mathematics and Mechanics of Solids*, vol. 12, no. 2, 213-250.
3. Kotelnikov, A.F. *Issledovanie uslovii izgotovleniya i primeneniya krishek iz tonchayshey zshesti dly steklianoiy konservnoiy tari: dis. ... kand. tehn. nauk: 05.02.14: zaschischena 27.04.73: / Kotelnikov A.F. – O., 1973 – 157s.*
4. Vatenko, O.V. *Doslidshennia stiykosti polia krishok tipu III / O.V. Vatenko // Obladnannia i tehnologii harchovih virobnistv: zb. nauk. pr. / DonNUET. – Donetsk, 2009 – vip. 20. – S. 11-17.*
5. Vatenko, O.V. *Perevirka stiykosti polia krishok tipu III-82 / O.V. Vatenko // Progresivna tehnika ta tehnologii harchovih virobnistv, restorannogo gospodarstva i trgovli: zb. nauk. pr. / HDUHT. – H. 2009. - Vip. 9. – S. 313-318.*

6. Vatenko, O.V. Membrani krishok konservnoi sklianoi tari (obgruntuvannia ih roboti) / O.V. Vatenko // Упаковка.- 2014. – no. 6.

7. Rukovodstvo po obrabotke krishok Twist-off: [per. s nem.] / Silgan White Cap. – Hannover, 2006. – 42s.

## АНАЛИЗ РАБОТЫ МЕМБРАН КРЫШКИ КОНСЕРВНОЙ СТЕКЛЯННОЙ ТАРЫ

**Аннотация:** в статье рассмотрена работа упругих мембран металлических крышек консервной стеклянной тары при хранении и стерилизации продукции. С помощью математического и компьютерного моделирования полученные характеристики работы мембран в зависимости от их геометрических параметров, толщины и свойств жесткости. Компьютерное моделирование выполнено с помощью программного обеспечения MATLAB R2008a. Математическая модель работы мембраны получена на основе теории пластин и оболочек и преобразована к виду кубического уравнения Кардано. Участок контролируемой потери устойчивости на характеристике работы мембраны имеет вид петли. Результаты, которые описывают работу мембран с помощью модели хорошо совпадают с работой реальных крышек серийного производства. Характеристики работы мембран позволяют оценивать чувствительность мембран к вакууму в таре и риск потери функциональности мембран после стерилизации консервов.

**Ключевые слова:** мембрана, потеря устойчивости, критическое давление, крышка, консервы, теория пластин и оболочек.

## ANALYSIS OF MEMBRANE CANNING CAPS GLASS CONTAINER

**Summari:** in this paper, the work of elastic membranes of metal caps for glass containers during storage and sterilization products are analysed. By the mathematical and computer modeling, main deformation characteristics of membranes depending on their geometrical parameters, thickness and properties of tin are obtained. Computer modeling is performed in the software MATLAB. Mathematical model of membrane's deformation is obtained by using theory of plates and shells and converted to the form of the cubic equation Cardano. Plot controlled buckling on the characteristics of the membrane looks like a loop. Results describing the deformation of membranes using the model agree well with the work caps real mass production. Deformation characteristics of membranes allow to evaluate the sensitivity of membranes to the vacuum in the container and the risk of loss of membrane function after sterilization of canned.

**Keywords:** membrane, buckling, critical pressure, cap, conservation, theory of plates and shells.