

УДК 69.056.7

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ФОРМУВАННЯ ДЕКОРАТИВНОГО БЕТОННОГО ВИРОБУ НА ОСНОВІ ВАРІАЦІЙНИХ ПРИНЦИПІВ

Слободян Наталія Михайлівна к.т.н., доцент
Пономарчук Ігор Анатолійович к.т.н., доцент
Вінницький національний технічний університет
Slobodyan N.
Ponomarchuk I.
Vinnitsia National Technical University

Анотація: застосувавши варіаційні принципи для розрахунку прогинів еластичного адаптивного привантаження під час формування бетонних виробів визначено їх величини у середині гнучкого привантаження та порівняно з експериментальними результатами дослідження.

Ключові слова: бетонні вироби, прогин, еластичне адаптивне при вантаженні.

Вступ

Поліпшення механічних характеристик та якісної поверхні готових бетонних виробів можна отримати за умови правильного підбору режимів їх формування та параметрів обладнання з урахуванням фізико-механічних властивостей складових компонентів бетонної суміші.

З метою формування рівної висоти та поверхні дрібнорозмірних бетонних виробів навіть за невисокої точності дозування бетонної суміші в роботі запропоновано під час віброформування цих бетонних виробів застосувати еластичне адаптивне привантаження. Саме використання адаптивного при вантаженні поліпшує якість поверхні декоративних каменів, що використовуються для виготовлення архітектурних фрагментів житлового будинку [1].

Постановка задачі, визначальні співвідношення

Схему формування бетонних каменів на віброверстаті з використанням еластичного при вантаженні наведено на рис. 1.

Формувальний віброверстат складається із вібростола 1, форми 2 із бетонною сумішю 3, рамки 4, гумової діафрагми 5 та баласту 6.

Якщо гнучке привантаження розташувати над формою (штампом), в якій знаходиться бетонна суміш, то при формуванні декоративного стінового виробу поверхня бетонної суміші під дією вібраційного навантаження не прийматиме криволінійний обрис. При цьому біля країв форми бетонна суміш буде мати відмітки, рівні висоті форми. Використання еластичного привантаження дозволяє якісно ущільнювати бетонну суміш, формувати рівну поверхню, а це залежить від прогинів поверхні еластичного привантаження.

Експериментальні дослідження свідчать, що прогини поверхні при вантажень залежать від інтенсивності навантажень на поверхні q , властивостей матеріалу привантаження, жорсткості бетонної суміші, вібраційного навантаження, що

прикладається при формуванні бетонного виробу, геометрії опалубки. Таким чином, задача є багатофакторною, зроблена проба розв'язати її теоретично для певної спрощеної моделі.

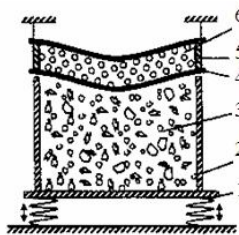


Рис. 1. Схема формування бетонних виробів

Згин еластичного привантаження визначено на основі математичної моделі тонкої прямокутної пластини під розподіленим навантаженням з розглядом енергетичного обґрунтування роботи такої пластини [2,3] рис. 2.

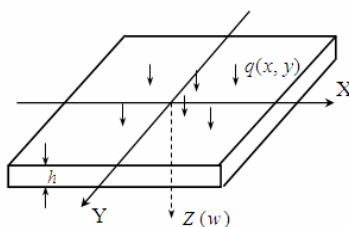


Рис. 2. Схема тонкої пластини вільно опертої по контуру

Тонка пластина (еластичне привантаження 40×20×3 см) перебуває у плоскому напружені стані і задача аналізу її поведінки відноситься до двовимірних задач теорії пружності.

Варіаційні методи дають можливість замість безпосереднього розв'язку диференціальних рівнянь стану мінімізувати вираз потенціальної енергії системи (1):

$$\begin{cases} \Pi = U - A = \min, \\ \Pi = \iiint_v W dv - \iint_s q w dx dy = \min \end{cases} \quad (1)$$

де U – робота внутрішніх сил; A – робота зовнішніх сил; $q(x, y)$ – зовнішнє навантаження; w – переміщення у напрямку осі Z ; W – пружна потенціальна енергія одиниці об'єму.

Рівняння (1) є варіаційним рівнянням Лагранжа, яке еквівалентне диференціальному рівнянню рівноваги у теорії пружності та рівнянню рівноваги на поверхні тіла. За законами теорії пружності пружна потенціальна енергія ізотропного тіла визначається за формулою:

$$W = \frac{1}{2E} \left[\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - 2\mu(\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_x \sigma_z) + 2(1 + \mu)(\tau_{xy}^2 + \tau_{yx}^2 + \tau_{xz}^2) \right], \quad (2)$$

де $u_x, u_y, u_z, \phi_{xy}, \phi_{yx}, \phi_{xz}$ – компоненти тензора напруження.

Для пластини, що перебуває у плоскому напруженому стані, $\sigma_z = \gamma_{xy} = \gamma_{yx} = 0$ – вираз потенціалу внутрішніх сил набуває вигляду:

$$U = \iiint_v W dv = \iiint_v \frac{1}{2E} \left[\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - 2\mu \sigma_x \sigma_y + 2(1 + \mu) \tau_{xy}^2 \right] dv. \quad (3)$$

Потенціальна робота зовнішнього навантаження $q(x, y)$ на переміщеннях w дорівнює:

$$A = \iint_s q w dx dy \quad (4)$$

Підстановка (3), (4) у (2) та інтегрування по z в межах від $-h/2$ до $h/2$ дає:

$$\Pi = U - A = \iint_s \frac{q}{2} \left\{ (\Delta^2 W)^2 - 2(1-\mu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] - q w \right\} dx dy \quad (5)$$

Із умови $\delta\Pi = \delta U - \delta A = 0$, інтегруючи по частинах, отримано умову ($\delta\Pi = 0$), що мінімізує потенціальну енергію системи при відповідних граничних умовах. Після аналітичних перетворень шуканий аналітичний вираз для прогинів пластини [2]:

$$W = \frac{7q}{128(a^4 + b^4 + \frac{4}{7}a^2b^2)D} (x^2 - a^2)^2 (y^2 - b^2). \quad (6)$$

Згідно з виразом (6) визначено прогини адаптивного еластичного привантаження з розмірами сторін $a = 20$ см, $b = 40$ см, $h = 2$ см, $D=0,0015947$ кН·м (рис. 3) за складеною програмою. На рис. 3 наведено схему вузлових точок, у яких обчислювалися прогини пластини з урахуванням симетрії пластини та навантаження.

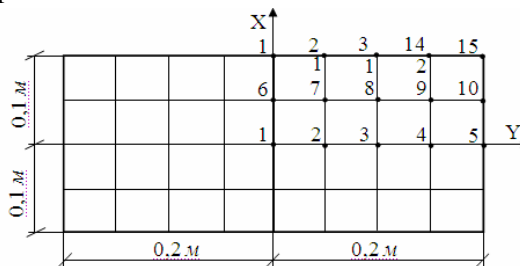


Рис. 3. Схема вузлових точок

Дані розрахунку відносних прогинів пластини варіаційним методом представлені в табл. 1.

Таблиця 1

Дані розрахунку варіаційним методом

№	X	Y	W
1	0	0	453 q/D
2	0	5	398 q/D
3	0	10	255 q/D
4	0	15	86 q/D
5	0	20	0 q/D
6	5	0	255 q/D
7	5	5	224 q/D
8	5	10	143 q/D
9	5	15	48 q/D
10	5	20	0
11	10	0	0
12	10	5	0
13	10	5	0
14	10	10	0
15	10	20	0

Таблиця 2

Таблиця порівнянь теоретичних та експериментальних значень прогинів

$q, \text{кПа}$	0,3	0,45	0,6	0,75	0,9	1,05	1,2	1,35
$W_{\text{теор.}}, \text{мм}$	8,54	12,81	17,08	21,3	25,62	29,89	34,16	38,43
$W_{\text{експ}}, \text{мм}$	19	24	26,7	28,8	30,9	34,7	36,8	38,4
$\frac{W_{\text{експ}}}{W_{\text{теор}}}$	2,22	1,879	1,56	1,35	1,20	1,16	1,07	0,999

Висновки

Таким чином, розходження у значеннях прогинів привантаження, обрахованих на основі варіаційних принципів і встановлених експериментально, знаходяться в межах 1-2% для величини $q > 0,9$ кПа, що підтверджує можливість застосування запроєктованої моделі до вирішень поставленої задачі отримання мінімального прогину еластичного при вантаженні.

Список літератури

1. Власенко А. М. Пластичні можливості житлового будинку з використанням дрібнорозмірних блоків / А. М. Власенко, В. В. Смоляк // Вісник ВПІ. – 1984. – №3(4). – С.18-20.
2. Слободян Н. М. Математична модель розрахунків прогинів еластичного привантаження під час формування декоративних бетонних блоків / Н. М. Слободян // Вісник ВПІ. – 2001. – № 1. – С. 10-12.
3. Баранов Д. С. Измерение давлений в вибрируемых бетонных смесях. – В кн.: Стальные формы для сборного железобетона / Д. С. Баранов, В. Е. Карамзин. – М.: Стройиздат, 1966. – С.66-77.

References

1. Vlasenko A. M. Plastychni vozmozhnosti zhytlovoho budynku z vykorystann dribnorozmirmikh blokiv / A. M. Vlasenko, V. V. Smolyak // Visnyk VPI. - 1984. - №3 (4) . - S.18-20 .
2. Slobodyan N. M. Matematychna model rozrakhunkiv prohiviv elastychni privantazhennya vo vremya Formuvannya dekoratyvnykh betonnykh blochkiv / N. M. Slobodyan // Visnyk VPI . - 2001. - № 1. - S. 10-12.
- 3 Baranov D. S. Izmereniye davleniy v vibriruyemykh betonnykh smesyakh . - V kn .: Stal'nyye formy dlya sbornogo zhelezobetona / D. S. Baranov , V. Ye. Karamzin . - M .: Stroyizdat , 1966. - S.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ БЕТОННЫХ ИЗДЕЛИЙ НА ОСНОВАНИИ ВАРИАЦИОННЫХ ПРИНЦИПОВ

Аннотация: применяя вариационные принципы для расчета прогибов эластичного адаптивного пригруза при формировании бетонных изделий определены их величины в внутри гибкого пригруза и по сравнению с экспериментальными результатами исследования

Ключевые слова: бетонные изделия, прогин, эластичный адаптивный пригруз.

MATHEMATICAL MODEL OF THE FORMATION OF A CONCRETE PRODUCT BASED ON VARIATIONAL PRINCIPLES

Summari: applying variational principles for the calculation of the elastic deflection adaptive prigruga in forming concrete products to determine their value in flexible prigruga inside and compared with the experimental results of the study

Keywords: concrete products, progin, flexible adaptive cantledge.