

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ КОМПЛЕКС
«ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОГО СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ» НТУУ «КПІ»
МОН ТА НАН УКРАЇНИ

СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

МІЖНАРОДНИЙ НАУКОВО–ТЕХНІЧНИЙ ЖУРНАЛ

№ 1

2016

ЗАСНОВАНО У ЛИПНІ 2001 р.

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

Головний редактор

М.З. ЗГУРОВСЬКИЙ, акад. НАН України

Заступник головного редактора

Н.Д. ПАНКРАТОВА, проф., д.т.н., Україна

Члени редколегії:

П.І. АНДОН, акад. НАН України

А.В. АНІСІМОВ, чл.-кор. НАН України

Г.-В. ВЕБЕР, проф., Турція

О.Д. ГВІШАНИ, акад. РАН, Росія

П.О. КАСЬЯНОВ, проф., д.ф.-м.н.,
Україна

В.М. КУНЦЕВИЧ, акад. НАН України

О.А. ПАВЛОВ, проф., д.т.н., Україна

Т.Л. СААТІ, проф., США

Л. САКАЛАУСКАС, проф., Литва

А.М. САЛЕМ, проф., Єгипет

І.В. СЕРГІЄНКО, акад. НАН України

Х.-М. ТЕОДОРЕСКУ, проф., Румунія

Е.О. ФАЙНБЕРГ, проф., США

Я.С. ЯЦКІВ, акад. НАН України

АДРЕСА РЕДАКЦІЇ:

03056, м. Київ,

пр. Перемоги, 37, корп. 35,

Навчально-науковий комплекс

«Інститут прикладного системного аналізу»

НТУУ «КПІ» МОН та НАН України

Тел.: 204-81-44; факс: 204-81-44

E-mail: journal@mmsa.ntu-kpi.kiev.ua

http://journal.iasa.kpi.ua

У номері:

• **Прогресивні інформаційні технології, високопродуктивні комп'ютерні системи**

• **Проблеми прийняття рішень і управління в економічних, технічних, екологічних і соціальних системах**

• **Методи оптимізації, оптимальне управління і теорія ігор**

• **Математичні методи, моделі, проблеми і технології дослідження складних систем**

NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF UKRAINE
EDUCATIONAL-SCIENTIFIC COMPLEX
«INSTITUTE FOR APPLIED SYSTEM ANALYSIS»
AT THE NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF UKRAINE «KPI»
OF MES AND NAS OF UKRAINE

SYSTEM RESEARCH AND INFORMATION TECHNOLOGIES

INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

№ 1

2016

IT IS FOUNDED IN JULY 2001

EDITORIAL BOARD:

The editor – in – chief

M.Z. ZGUROVSKY, Academician of
NASU

Deputy editor – in – chief

N.D. PANKRATOVA, Prof., Ukraine

Associate editors:

F.I. ANDON, Academician of
NASU

A.V. ANISIMOV, Correspondent
member of NASU

E.A. FEINBERG, Prof., USA

A.D. GVISHIANI, Academician of RAS,
Russia

P.O. KASYANOV, Prof., Ukraine

V.M. KUNTHEVICH, Academician of NASU

A.A. PAVLOV, Prof., Ukraine

T.L. SAATY, Prof., USA

L. SAKALAUŠKAS, Prof., Lithuania

A.M. SALEM, Prof., Egypt

I.V. SERGIENKO, Academician of NASU

H.-N. TEODORESKU, Prof., Romania

G.-W. WEBER, Prof., Turkey

Ya.S. YATSKIV, Academician of NASU

THE EDITION ADDRESS:

03056, Kyiv,
av. Peremogy, 37, building 35,
Educational-Scientific Complex
«Institute for Applied System Analysis» at the
National Technical University of Ukraine «KPI»
of MES and NAS of Ukraine
Phone: **204-81-44**; Fax: **204-81-44**
E-mail: journal@mmsa.ntu-kpi.kiev.ua
<http://journal.iasa.kpi.ua>

In the issue:

• **Progressive information technologies, high-efficiency computer systems**

• **Decision making and control in economic, technical, ecological and social systems**

• **Methods of optimization, optimum control and theory of games**

• **Mathematical methods, models, problems and technologies for complex systems research**

Шановні читачі!

Навчально-науковий комплекс «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України видає міжнародний науково-технічний журнал

«СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ».

Журнал публікує роботи теоретичного та прикладного характеру в широкому спектрі проблем, пов'язаних із системними дослідженнями та інформаційними технологіями.

Провідні тематичні розділи журналу:

Теоретичні та прикладні проблеми і методи системного аналізу; теоретичні та прикладні проблеми інформатики; автоматизовані системи управління; прогресивні інформаційні технології, високопродуктивні комп'ютерні системи; проблеми прийняття рішень і управління в економічних, технічних, екологічних і соціальних системах; теоретичні та прикладні проблеми інтелектуальних систем підтримки прийняття рішень; проблемно і функціонально орієнтовані комп'ютерні системи та мережі; методи оптимізації, оптимальне управління і теорія ігор; математичні методи, моделі, проблеми і технології дослідження складних систем; методи аналізу та управління системами в умовах ризику і невизначеності; евристичні методи та алгоритми в системному аналізі та управлінні; нові методи в системному аналізі, інформатиці та теорії прийняття рішень; науково-методичні проблеми в освіті.

Головний редактор журналу — ректор Національного технічного університету України «КПІ», директор Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, академік НАН України Михайло Захарович Згуровський.

Журнал «Системні дослідження та інформаційні технології» включено до переліку фахових видань ВАК України.

Журнал «Системні дослідження та інформаційні технології» входить до таких наукометричних баз даних: «Україніка наукова» та УРЖ «Джерело», ВИНІТИ РАН, РИНЦ (Российский индекс научного цитирования), DOAJ (Directory of Open Access Journals), Index Copernicus.

Статті публікуються українською, російською та англійською мовами.

Журнал можна передплатити. **Наш індекс 23918.** Якщо ви не встигли передплатити журнал, його можна придбати безпосередньо в редакції. Наша адреса: 03056, м. Київ, пр. Перемоги, 37, корп. 35.

Завідуюча редакцією **С.М. Шевченко**
Редактор **Р.М. Шульженко**
Молодший редактор **Л.О. Тарин**
Комп'ютерна верстка та набір **А.А. Патіоха**

Підписано до друку 18.03.2016. Формат 70x108/16.
Папір офс. Офс. друк. Ум. друк. арк. 14. Ціна договірна.
Свідоцтво про реєстрацію КВ № 13804–2778 ПР від 17.03.2008 р.

Видавництво та поліграфія ВПК «Політехніка»
ВПІ НТУУ «КПІ»
03056, Київ–56, пр. Перемоги, 37, корп. 15

Dear Readers!

The Educational-scientific complex «Institute for applied system analysis» at the National technical university of Ukraine «KPI» of MES and NAS of Ukraine is published of the international scientific and technical journal

**«SYSTEM RESEARCH AND
INFORMATION TECHNOLOGIES».**

The Journal is printing works of a theoretical and applied character on a wide spectrum of problems, connected with system researches and information technologies.

The main thematic sections of the Journal are the following:

Theoretical and applied problems and methods of system analysis; theoretical and applied problems of computer science; automated control systems; progressive information technologies, high-efficiency computer systems; decision making and control in economic, technical, ecological and social systems; theoretical and applied problems of intellectual systems for decision making support; problem- and function-oriented computer systems and networks; methods of optimization, optimum control and theory of games; mathematical methods, models, problems and technologies for complex systems research; methods of system analysis and control in conditions of risk and uncertainty; heuristic methods and algorithms in system analysis and control; new methods in system analysis, computer science and theory of decision making; scientific and methodical problems in education.

The editor-in-chief of the Journal is Rector of the National Technical University of Ukraine «KPI», academician of the NASU Michael Zaharovich Zgurovsky.

The articles to be published in the Journal in Ukrainian, Russian and English languages are accepted. Information printed in the Journal is included in the Catalogue of periodicals of Ukraine.

СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

1 • 2016

ЗМІСТ

ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ, ВИСОКОПРОДУКТИВНІ КОМП'ЮТЕРНІ СИСТЕМИ

<i>Полищук Д.О., Полищук О.Д., Яджак М.С.</i> Комплексне детерміноване оцінювання складних ієрархічно-мережкових систем: IV. Інтерактивне оцінювання	7
<i>Качинський А.Б., Молочено Д.Р.</i> Індикатор могутності держави — важливий інструмент системного аналізу та стратегічного планування у сфері національної безпеки	17
<i>Тарнавський Ю.А.</i> Інструментальні засоби створення конструктивних креслень геологічних розрізів	26
<i>Святний В.А., Бровкіна Д.Ю.</i> Сучасні тенденції в автоматизації промислових комплексів	32
<i>Мельник І.В.</i> Аналіз особливостей моделювання електронних схем у програмному комплексі Simulink на прикладі транзисторного підсилювача	40

ПРОБЛЕМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ І УПРАВЛІННЯ В ЕКОНОМІЧНИХ, ТЕХНІЧНИХ, ЕКОЛОГІЧНИХ І СОЦІАЛЬНИХ СИСТЕМАХ

<i>Сергієнко А.М., Сімоненко В.П.</i> Складання розкладу для графів синхронних потоків даних	51
<i>Ганчукова Д.В., Подладчиков В.М.</i> Пошук закономірностей динаміки артеріального тиску на основі апроксимації експериментальних даних за критерієм гладкості	63
<i>Козуля Т.В., Ємельянова Д.І.</i> Теоретико-методичні основи комплексного аналізу та оцінювання екологічності природно-техногенних об'єктів	73

МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ, ОПТИМАЛЬНЕ УПРАВЛІННЯ І ТЕОРІЯ ІГОР

<i>Zaychenko Yuri, Sidoruk Inna.</i> Problem of fuzzy portfolio optimization and its solution with application of forecasting methods	85
<i>Зіменков Д.К., Сільвестров А.М., Скринник О.М.</i> Ідентифікація нелінійних статичних залежностей з динаміки електротехнічних систем	99
<i>Ємець О.О., Барболіна Т.М.</i> Лінійні оптимізаційні задачі на розміщеннях з імовірнісною невизначеністю: властивості і розв'язання	107

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ, ПРОБЛЕМИ І ТЕХНОЛОГІЇ ДОСЛІДЖЕННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

<i>Зак Ю.А.</i> Некоторые детерминированные модели задач нечеткого линейного программирования	120
<i>Трофимчук О.М., Кряжич О.О.</i> Апроксимація функцій для створення алгоритму опису пересіченої місцевості	134
Реферати	142
Відомості про авторів	149

SYSTEM RESEARCH AND INFORMATION TECHNOLOGIES

1 • 2016

CONTENTS

PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES, HIGH-EFFICIENCY COMPUTER SYSTEMS

<i>Polishchuk D.O., Polishchuk O.D., Yadzhak M.S.</i> Comprehensive deterministic evaluation of the complex hierarchical-network systems: IV. Interactive evaluation	7
<i>Kachynskyy A.B., Molochenko D.R.</i> Power indicator of the state – an important tool of the system analysis of strategic planning in the sphere of national security	17
<i>Tarnavskyy Yu.A.</i> Tools for construction drawings of geological cross-sections	26
<i>Svjatnyj V.A., Brovkina D.Yu.</i> Modern trends in automation of industrial complexes	32
<i>Melnyk I.V.</i> Analyzing the particularities of electronic circuits simulation in the software package Simulink using a transistor amplifier as an example	40

DECISION MAKING AND CONTROL IN ECONOMIC, TECHNICAL, ECOLOGICAL AND SOCIAL SYSTEMS

<i>Sergiyenko A.M., Simonenko V.P.</i> Method of synchronous dataflow scheduling	51
<i>Ganchukova D.V., Podladchikov V.M.</i> Research on patterns in blood pressure dynamics based on approximation of experimental data with the help of criteria of smoothness	63
<i>Kozulia T.V., Emelianova D.I.</i> Theoretical methodical foundations of natural anthropogenic objects comprehensive analysis and ecological assessment	73

METHODS OF OPTIMIZATION, OPTIMUM CONTROL AND THEORY OF GAMES

<i>Zaychenko Yuri, Sidoruk Inna.</i> Problem of fuzzy portfolio optimization and its solution with application of forecasting methods	85
<i>Zimenkov D.K., Silvestrov A.M., Skrynnik O.M.</i> Identification of nonlinear static dependencies from dynamics of electrotechnical systems	99
<i>Iemets O.O., Barbolina T.M.</i> Linear optimization problems on permutations under probabilistic uncertainty: properties and solution	107

MATHEMATICAL METHODS, MODELS, PROBLEMS AND TECHNOLOGIES FOR COMPLEX SYSTEMS RESEARCH

<i>Zack Y.A.</i> Some deterministic models of fuzzy linear programming problems	120
<i>Trofymchuk O.M., Kryazhuch O.O.</i> Function approximation for building the algorithm for the rough terrain description	134
References	142
Information about the authors	149

**КОМПЛЕКСНЕ ДЕТЕРМІНОВАНЕ ОЦІНЮВАННЯ
СКЛАДНИХ ІЄРАРХІЧНО-МЕРЕЖЕВИХ СИСТЕМ:
ІV. ІНТЕРАКТИВНЕ ОЦІНЮВАННЯ**

Д.О. ПОЛІЩУК, О.Д. ПОЛІЩУК, М.С. ЯДЖАК

Запропоновано методику комплексного детермінованого оцінювання складних систем з ієрархічно-мережевою структурою, складовими якої є методи локального, прогностичного, агрегованого та інтерактивного аналізу стану, якості функціонування та взаємодії об'єктів, які утворюють систему. Описано метод інтерактивного оцінювання взаємодії основних об'єктів системи, який є ефективним засобом неперервного моніторингу якості їх функціонування. Цей метод дозволяє відстежувати динаміку зміни якості оброблення потоків у вузлах та їх проходження ребрами мережі, аналізувати оптимальність графіка руху потоків та його чутливість до малих затримок, оцінювати напруженість роботи основних об'єктів системи. Прогнозування поведінки інтерактивних оцінок дає змогу, не очікуючи чергового планового дослідження, виявляти елементи, які містять загрозу для нормального функціонування мережі, а їх агрегація дозволяє виявляти незадовільно функціонуючі об'єкти системи різних рівнів ієрархії. Ефективність методу ілюструється на прикладі аналізу взаємодії об'єктів залізничної транспортної системи України.

ВСТУП

Контроль стану та якості функціонування складних ієрархічно-мережевих систем (СІМС) здійснюється шляхом регулярних планових досліджень та неперервного моніторингу роботи основних об'єктів системи. У праці [1] запропоновано методику комплексного детермінованого оцінювання СІМС, яка є поєднанням методів локального, прогностичного, агрегованого та інтерактивного аналізу стану, якості функціонування та взаємодії об'єктів, які утворюють систему. Описані у працях [2, 3] методи локального, прогностичного й агрегованого оцінювання системи ґрунтуються на результатах планових досліджень і дають досить повну й об'єктивну картину якості її стану та ефективності роботи. Основним недоліком планових досліджень системи є великі витрати матеріальних та фінансових ресурсів на їх проведення. До того ж задовільні результати останнього огляду можуть не зберегтися до наступного і окремі об'єкти системи можуть перетнути «пори́г безпеки» [4]. Основним способом уникнення ризиків та кризових ситуацій між плановими дослідженнями є неперервний моніторинг системи [5–8]. Найбільш

показово його необхідність проявляється у системі охорони здоров'я [9]. Локальні джерела виникнення небезпечних інфекційних захворювань без своєчасного реагування нерідко призводили до розповсюдження епідемій та їх переростання у пандемії. Такі наслідки визначили потребу в неперервному моніторингу стану здоров'я населення, який не обмежується лише фіксацією рівня захворюваності, але й відповідним реагуванням — підготовкою лікарень до прийому більшої кількості пацієнтів, введенням карантинних зон, постачанням необхідної кількості лікарських засобів та залученням додаткової кількості медичних працівників, відповідним інформуванням населення, проведенням профілактичних робіт тощо. В автотранспортних мережах неперервний моніторинг функціонування системи дозволяє серед іншого уникати заторів [10; 11], перерозподіляючи рух транспортних потоків альтернативними шляхами, на залізниці — виявляти причини регулярних затримок поїздів [12], на виробництві — уникати простою підприємств [13; 14] тощо.

Є чимало прикладів, коли функціонування системи неможливе без неперервного моніторингу та швидкого реагування на будь-яку зміну в негативному напрямі, оскільки це містить загрозу не просто збоїв, а і самого існування системи [15]. Об'єктивні результати моніторингу нерідко є головною передумовою для прийняття правильних своєчасних рішень у кризових ситуаціях [16].

У цій роботі запропоновано метод інтерактивного (від англ. interaction — взаємодія) оцінювання взаємодії основних об'єктів складних систем як ефективний засіб неперервного моніторингу системи. Аналізуючи взаємодії таких об'єктів мережі, як потоки та вузли і ребра, які розміщені на лініях руху потоків, можна формувати опосередковані, але від того не менш обґрунтовані висновки про їх стан, якість функціонування та напруженість роботи. Інтерактивне оцінювання дає змогу вчасно відстежувати об'єкти системи, стан яких наближається до незадовільного, та оперативно реагувати на виявлені недоліки. Результати неперервного моніторингу дозволяють здійснювати більш точний прогноз поведінки системи та виявляти до наступного планового огляду найбільш проблемні об'єкти, які потребують першочергового ретельного обстеження. Як і у працях [1–3], для ілюстрації результатів застосування пропонуваного алгоритму інтерактивного оцінювання будемо використовувати як приклад СІМС залізничну транспортну систему (ЗТС).

Інтерактивне оцінювання руху та оброблення потоків. Інтерактивне оцінювання здійснюватимемо на рівні аналізу взаємодії таких об'єктів СІМС, як потік P_j , $j = \overline{1, M}$, і лінія $[S_0, S_N]$ (послідовність вузлів S_i , $i = \overline{1, N}$, та ребер, що сполучають їх, $D_i = (S_{i-1}, S_i)$, $i = \overline{0(1), N}$). Тут M — кількість потоків, які проходять лінією $[S_0, S_N]$ за певний проміжок часу. Припустимо, що проходження потоків по лінії є повністю детермінованим, тобто визначено графік їх руху. У випадку ЗТС вузлами лінії є станції, ребрами — міжстанційні перегони, потоками — потяги.

Затримка потоку на ребрі може бути спричинена такими обставинами, як незадовільний стан ребра, незадовільний стан потоку, неготовність вузла до приймання потоку тощо. Із перерахованих причин лише перша стосується

безпосередньо стану ребра. Затримка потоку у вузлі може спричинитися такими обставинами, як незадовільний стан або організація роботи вузла, незадовільний стан потоку, неможливість відправлення потоку у зв'язку з тим, що наступне у напрямку руху ребро зайняте іншими потоками тощо. Як і у попередньому випадку, серед зазначених причин лише перша стосується безпосередньо організації роботи вузла. Із проходженням потоків по лінії вплив наведених факторів може послідовно посилюватись та компенсуватись. Частина з них має випадковий характер, інші можуть бути регулярними. Основною метою інтерактивного оцінювання є виявлення і локалізація саме регулярних негативних факторів, які зумовлюють відхилення від встановленого графіка руху потоків.

Позначимо через $t_{j,i}^{c,g}$ час оброблення потоку P_j у вузлі S_i згідно з графіком, $t_{j,i}^{c,\min}$ — мінімально допустимий час його оброблення у цьому вузлі; $t_{j,i}^{c,r}$ — реальний час оброблення потоку; $t_{j,i}^{p,g}$ — час, за який потік P_j проходить ребро D_i згідно з графіком; $t_{j,i}^{p,\min}$ — мінімально допустимий час його проходження; $t_{j,i}^{p,r}$ — реальний час, за який потік проходить ребро; $j = \overline{1, M}$, $i = \overline{1, N}$. Позначимо через T^0 мінімальний проміжок часу, який враховує визначену графіком періодичність руху потоків. Нехай T_k — період тривалістю T^0 з порядковим номером k , $k = \overline{1, K}$, $T^k = kT^0$. Зазвичай значення T^k не перевищує тривалості часового проміжку між плановими дослідженнями об'єктів, які утворюють лінію. Будемо вважати, що оцінка $e(P_j, S_i, T_k)$ якості оброблення потоку P_j у вузлі S_i за період T_k дорівнює:

– 5, якщо $t_{j,i}^{c,r} = t_{j,i}^{c,\min}$, тобто час оброблення максимально компенсує попередні затримки руху;

– 4 + $(t_{j,i}^{c,r} - t_{j,i}^{c,g}) / (t_{j,i}^{c,\min} - t_{j,i}^{c,g})$, якщо $t_{j,i}^{c,r} \in (t_{j,i}^{c,\min} - t_{j,i}^{c,g}]$, тобто час оброблення частково компенсує попередні затримки руху;

– 3 + $(t_{j,i}^{c,g} + t_{j,i}^{p,g} - t_{j,i}^{p,\min} - t_{j,i}^{c,r}) / (t_{j,i}^{p,g} - t_{j,i}^{p,\min})$, якщо $t_{j,i}^{c,r} \in (t_{j,i}^{c,g}, t_{j,i}^{c,g} + t_{j,i}^{p,g} - t_{j,i}^{p,\min}]$, тобто затримку потоку у вузлі можна повністю компенсувати на наступному ребрі, наприклад, завдяки безпечному збільшенню швидкості його руху;

– 2, якщо $t_{j,i}^{c,r} < t_{j,i}^{c,g} + (t_{j,i}^{p,g} - t_{j,i}^{p,\min})$, тобто затримку у вузлі неможливо компенсувати на наступному ребрі, $j = \overline{1, M}$, $i = \overline{1, N}$, $k = \overline{1, K}$.

Будемо вважати, що оцінка $e(P_j, D_i, T_k)$ якості проходження потоком P_j ребра D_i за період T_k дорівнює:

– 5, якщо $t_{j,i}^{p,r} = t_{j,i}^{p,\min}$, тобто час проходження потоку ребром максимально компенсує попередні затримки руху;

– 4 + $(t_{j,i}^{p,r} - t_{j,i}^{p,g}) / (t_{j,i}^{p,\min} - t_{j,i}^{p,g})$, якщо $t_{j,i}^{p,r} \in (t_{j,i}^{p,\min} - t_{j,i}^{p,g}]$, тобто час проходження потоку ребром частково компенсує попередні затримки руху;

- 3 + $(t_{j,i}^{p,g} + t_{j,i}^{c,g} - t_{j,i}^{c,\min} - t_{j,i}^{p,r}) / (t_{j,i}^{c,g} - t_{j,i}^{c,\min})$, якщо $t_{j,i}^{p,r} \in (t_{j,i}^{p,g}, t_{j,i}^{p,g} + (t_{j,i}^{c,g} - t_{j,i}^{c,\min}))$], тобто затримку потоку на ребрі можна повністю компенсувати внаслідок скорочення часу оброблення у наступному вузлі;
- 2, якщо $t_{j,i}^{p,r} < t_{j,i}^{p,g} + (t_{j,i}^{c,g} - t_{j,i}^{c,\min})$, тобто затримку потоку на ребрі неможливо компенсувати в наступному вузлі, $j = \overline{1, M}$, $i = \overline{1, N}$, $k = \overline{1, K}$.

Необхідність компенсації попередніх затримок руху підвищує напруженість роботи вузла або супроводу потоку на ребрі та пов'язані з цим ризики. Чисельно кількість компенсацій та зусилля вузла для їх реалізації виражаються дробовими частинами оцінок $e(P_j, S_i, T_k)$, які перевищують значення 4, або дробовими частинами оцінок $e(P_j, D_{i-1}, T_k)$, які є меншими за це значення. Так, оцінка $e(P_j, S_i, T_k) = 4,68$ означає, що роботу з обслуговування потоку P_j у вузлі S_i на інтервалі T_k проведено досить ефективно, оскільки у вузлі не лише у визначені терміни виконано всі операції над ним, але й компенсовані попередні затримки. Однак величина компенсації (0,68) означає, що ці затримки були досить істотними. Якщо ж значення $e(P_j, S_i, T_k) < 4$, компенсація затримки також виражається дробовою частиною оцінки і може здійснюватися на наступному по шляху слідування ребрі за рахунок збільшення швидкості потоку.

Зрозуміло, що одинична оцінка затримки окремого потоку в певному вузлі або на ребрі, наприклад, потяга на станції або міжстанційному перегоні, не може бути визначальним показником їх стану або якості функціонування. Більш обґрунтований висновок можна зробити, оцінюючи затримки одного чи сукупності потоків, які проходять через окремих вузол або послідовність вузлів та ребер лінії протягом заданого періоду часу T^K . Такі оцінки дають можливість принаймні частково локалізувати причини недоліків у функціонуванні окремих об'єктів СІМС, які розміщені на лінії або проходять по ній.

Інтерактивне оцінювання вузлів та ребер СІМС. Оцінку вузла S_i та ребра D_i за результатами оброблення потоку P_j протягом періоду T^K визначаємо за співвідношеннями

$$E(P_j, S_i, T^K) = \langle \mathbf{1}, \mathbf{e}(P_j, S_i, \mathbf{T}) \rangle_{R^K} / K, \tag{1}$$

$$E(P_j, D_i, T^K) = \langle \mathbf{1}, \mathbf{e}(P_j, D_i, \mathbf{T}) \rangle_{R^K} / K. \tag{2}$$

Тут $\langle \cdot, \cdot \rangle_{R^K}$ — скалярний добуток в евклідовому просторі R^K , $\mathbf{1} = \{1\}_{k=1}^K$, $\mathbf{e}(P_j, S_i, \mathbf{T}) = \{e(P_j, S_i, T_k)\}_{k=1}^K$, $\mathbf{e}(P_j, D_i, \mathbf{T}) = \{e(P_j, D_i, T_k)\}_{k=1}^K$, $\mathbf{T} = \{T_k\}_{k=1}^K$.
 Із послідовним збільшенням інтервалу T^K значення $E(P_j, S_i, T^K)$ дають змогу відстежувати динаміку зміни якості оброблення потоку P_j у вузлі S_i , а $E(P_j, D_i, T^K)$ — його проходження ребром D_i , $j = \overline{1, M}$, $i = \overline{1, N}$.

Лінії мережі або об'єкти, які їх утворюють, можуть мати різну пріоритетність, яка зазвичай визначається кількістю та пріоритетністю потоків, які через них проходять. Оцінку вузла S_i та ребра D_i за результатами проходження сукупності потоків $\mathbf{P} = \{P_j\}_{j=1}^M$ протягом періоду T_k визначаємо за співвідношеннями

$$E_{\mathbf{P}}(S_i, T_k) = \langle \mathbf{R}_{\mathbf{P}}, \mathbf{e}(\mathbf{P}, S_i, T_k) \rangle_{R^M} / \langle \mathbf{R}_{\mathbf{P}}, \mathbf{1} \rangle_{R^M}, \quad (3)$$

$$E_{\mathbf{P}}(D_i, T_k) = \langle \mathbf{R}_{\mathbf{P}}, \mathbf{e}(\mathbf{P}, D_i, T_k) \rangle_{R^M} / \langle \mathbf{R}_{\mathbf{P}}, \mathbf{1} \rangle_{R^M}, \quad (4)$$

де $\mathbf{e}(\mathbf{P}, S_i, T_k) = \{e(P_j, S_i, T_k)\}_{j=1}^M$, $\mathbf{e}(\mathbf{P}, D_i, T_k) = \{e(P_j, D_i, T_k)\}_{j=1}^M$, $\mathbf{R}_{\mathbf{P}} = \{\rho_{P_j}\}_{j=1}^M$ — вектор вагових коефіцієнтів, які визначають пріоритетність потоків із сукупності $\{P_j\}_{j=1}^M$. Обчисливши $E_{\mathbf{P}}(S_i, T_k)$ і $E_{\mathbf{P}}(D_i, T_k)$ для кожного із k періодів, дістаємо послідовності оцінок, аналіз яких дозволяє виявляти циклічні зміни та прогнозувати поведінку якості оброблення потоків в окремому вузлі або їх проходження окремим ребром лінії.

Оцінку вузла S_i та ребра D_i за результатами проходження сукупності потоків \mathbf{P} протягом інтервалу T^K визначаємо за співвідношеннями

$$E_{\mathbf{P}}(S_i, T^K) = \langle \mathbf{1}, \mathbf{E}_{\mathbf{P}}(S_i, \mathbf{T}) \rangle_{R^M} / K, \quad (5)$$

$$E_{\mathbf{P}}(D_i, T^K) = \langle \mathbf{1}, \mathbf{E}_{\mathbf{P}}(D_i, \mathbf{T}) \rangle_{R^M} / K, \quad (6)$$

де $\mathbf{E}_{\mathbf{P}}(S_i, \mathbf{T}) = \{E_{\mathbf{P}}(S_i, T_k)\}_{k=1}^K$, $\mathbf{E}_{\mathbf{P}}(D_i, \mathbf{T}) = \{E_{\mathbf{P}}(D_i, T_k)\}_{k=1}^K$. Із послідовним збільшенням T^K значення цих оцінок дозволяють відстежувати динаміку зміни якості оброблення потоків у вузлі S_i та проходження ребер D_i , $i = \overline{1, N}$. Якщо оцінка $E(P_j, S_i, T^K)$ оброблення потоку P_j у вузлі S_i за період T^K значно менша від $E_{\mathbf{P}}(S_i, T^K)$ та (або) агрегована оцінка $E(P_j, D_i, T^K)$ його проходження ребром D_i за період T^K значно менша від $E_{\mathbf{P}}(D_i, T^K)$, то можна зробити висновок про наявність недоліків у графіку руху цього потоку. Оцінки $E_{\mathbf{P}}(S_i, T^K)$ і $E_{\mathbf{P}}(D_i, T^K)$, $i = \overline{1, N}$, де T^K — період між плановими дослідженнями об'єктів системи, та їх прогностичні значення на наступний період тривалістю T^K доцільно розглядати як складові агрегованого оцінювання [3].

Оцінки оброблення потоку P_j у послідовності вузлів $\mathbf{S} = \{S_i\}_{i=1}^N$ та їх проходження ребрами $\mathbf{D} = \{D_i\}_{i=1}^N$, які розміщені на лінії, протягом періоду часу T_k , визначаємо за співвідношеннями

$$E_{\mathbf{S}}(P_j, T_k) = \langle \mathbf{R}_{\mathbf{S}}, \mathbf{e}(P_j, \mathbf{S}, T_k) \rangle_{R^N} / \langle \mathbf{R}_{\mathbf{S}}, \mathbf{1} \rangle_{R^N}, \quad (7)$$

$$E_{\mathbf{D}}(P_j, T_k) = \langle \mathbf{R}_{\mathbf{D}}, \mathbf{e}(P_j, \mathbf{D}, T_k) \rangle_{R^N} / \langle \mathbf{R}_{\mathbf{D}}, \mathbf{1} \rangle_{R^N}, \quad (8)$$

де $\mathbf{e}(P_j, \mathbf{S}, T_k) = \{e(P_j, S_i, T_k)\}_{i=1}^N$, $\mathbf{e}(P_j, \mathbf{D}, T_k) = \{e(P_j, D_i, T_k)\}_{i=1}^N$ і $\mathbf{R}_S = \{\rho_{S_i}\}_{i=1}^N$, $\mathbf{R}_D = \{\rho_{D_i}\}_{i=1}^N$ — вектори вагових коефіцієнтів, які визначають пріоритетність вузлів та ребер лінії $[S_0, S_N]$ відповідно. Аналіз послідовностей $E_S(P_j, T_k)$ і $E_D(P_j, T_k)$, $j = \overline{1, M}$, $k = \overline{1, K}$, дозволяє виявляти циклічні зміни і прогнозувати якість оброблення потоку P_j у вузлах та проходження ребрами лінії $[S_0, S_N]$.

Оцінки оброблення потоку P_j у послідовності вузлів $\{S_i\}_{i=1}^N$ та його проходження ребрами $\{D_i\}_{i=1}^N$, які розміщені на лінії $[S_0, S_N]$, протягом часового інтервалу T^K визначаємо за співвідношеннями

$$E_S(P_j, T^K) = \langle \mathbf{1}, \mathbf{E}_S(P_j, \mathbf{T}) \rangle_{R^K} / K, \quad (9)$$

$$E_D(P_j, T^K) = \langle \mathbf{1}, \mathbf{E}_D(P_j, \mathbf{T}) \rangle_{R^K} / K, \quad (10)$$

де $\mathbf{E}_S(P_j, \mathbf{T}) = \{E_S(P_j, T_k)\}_{k=1}^K$, $\mathbf{E}_D(P_j, \mathbf{T}) = \{E_D(P_j, T_k)\}_{k=1}^K$. Із послідовним збільшенням T^K значення $E_S(P_j, T^K)$ та $E_D(P_j, T^K)$, $j = \overline{1, M}$, дозволяють відстежувати динаміку зміни якості оброблення потоку P_j у вузлах та його проходження ребрами лінії $[S_0, S_N]$.

Стосовно об'єктів ЗТС оцінки (1) і (2) дозволяють аналізувати динаміку зміни якості оброблення конкретного потяга на станції або його проходження міжстанційним перегонном, оцінки (3)–(6) — відстежувати динаміку зміни якості оброблення сукупності потягів на окремій станції або їх проходження окремим перегонном протягом визначеного одиничного періоду чи більшого часового інтервалу, а також виявляти недоліки встановленого графіка руху потягів, оцінки (7)–(10) — аналізувати якість оброблення конкретного потяга на послідовності станцій або його проходження міжстанційними перегонами лінії, а також чутливість графіка до малих затримок руху. Подібні приклади застосування результатів інтерактивного оцінювання можна навести і для багатьох інших реальних СІМС, зокрема із частково детермінованим рухом потоків по мережі [11].

Оцінку оброблення сукупності потоків $\{P_j\}_{j=1}^M$ у послідовності вузлів $\{S_i\}_{i=1}^N$, розміщених на лінії $[S_0, S_N]$, за період часу T_k визначаємо за співвідношенням

$$\begin{aligned} E_{P,S}(T_k) &= \langle \mathbf{R}_P, \mathbf{E}_S(\mathbf{P}, T_k) \rangle_{R^M} / \langle \mathbf{R}_P, \mathbf{1} \rangle_{R^M} = \\ &= \langle \mathbf{R}_S, \mathbf{E}_P(\mathbf{S}, T_k) \rangle_{R^N} / \langle \mathbf{R}_S, \mathbf{1} \rangle_{R^N}, \end{aligned} \quad (11)$$

де $\mathbf{E}_S(\mathbf{P}, T_k) = \{E_S(P_j, T_k)\}_{j=1}^M$, $\mathbf{E}_P(\mathbf{S}, T_k) = \{E_P(S_i, T_k)\}_{i=1}^N$, $k = \overline{1, K}$. Аналіз цієї послідовності дозволяє виявляти циклічні зміни якості оброблення всіх потоків, які проходять вузлами лінії $[S_0, S_N]$, протягом інтервалу T_k .

Оцінку проходження сукупності потоків $\{P_j\}_{j=1}^M$ послідовністю ребер $\{D_i\}_{i=1}^N$, розміщених на лінії $[S_0, S_N]$, за період часу T_k визначаємо за співвідношенням

$$\begin{aligned} E_{\mathbf{P},\mathbf{D}}(T_k) &= \langle \mathbf{R}_{\mathbf{P}}, \mathbf{E}_{\mathbf{D}}(\mathbf{P}, T_k) \rangle_{R^M} / \langle \mathbf{R}_{\mathbf{P}}, \mathbf{1} \rangle_{R^M} = \\ &= \langle \mathbf{R}_{\mathbf{D}}, \mathbf{E}_{\mathbf{P}}(\mathbf{D}, T_k) \rangle_{R^N} / \langle \mathbf{R}_{\mathbf{D}}, \mathbf{1} \rangle_{R^N}, \end{aligned} \quad (12)$$

де $\mathbf{E}_{\mathbf{D}}(\mathbf{P}, T_k) = \{E_{\mathbf{D}}(P_j, T_k)\}_{j=1}^M$, $\mathbf{E}_{\mathbf{P}}(\mathbf{D}, T_k) = \{E_{\mathbf{P}}(D_i, T_k)\}_{i=1}^N$, $k = \overline{1, K}$. Аналіз цієї послідовності дозволяє виявляти циклічні зміни якості проходження всіх потоків ребрами лінії $[S_0, S_N]$ протягом інтервалу T_k .

Оцінки оброблення сукупності потоків $\{P_j\}_{j=1}^M$ у послідовності вузлів $\{S_i\}_{i=1}^N$ та проходження ними ребер $\{D_i\}_{i=1}^N$, розміщених на лінії $[S_0, S_N]$, протягом часового інтервалу T^K визначаємо за співвідношеннями

$$E_{\mathbf{P},\mathbf{S}}(T^K) = \langle \mathbf{1}, \mathbf{E}_{\mathbf{P},\mathbf{S}}(\mathbf{T}) \rangle_{R^K} / K, \quad (13)$$

$$E_{\mathbf{P},\mathbf{D}}(T^K) = \langle \mathbf{1}, \mathbf{E}_{\mathbf{P},\mathbf{D}}(\mathbf{T}) \rangle_{R^K} / K, \quad (14)$$

де $\mathbf{E}_{\mathbf{P},\mathbf{S}}(\mathbf{T}) = \{E_{\mathbf{P},\mathbf{S}}(T_k)\}_{k=1}^K$, $\mathbf{E}_{\mathbf{P},\mathbf{D}}(\mathbf{T}) = \{E_{\mathbf{P},\mathbf{D}}(T_k)\}_{k=1}^K$. Із послідовним збільшенням T^K значення $E_{\mathbf{P},\mathbf{S}}(T^K)$ та $E_{\mathbf{P},\mathbf{D}}(T^K)$ дозволяють відстежувати динаміку зміни якості оброблення сукупності потоків $\{P_j\}_{j=1}^M$ у вузлах та проходження ними ребер, розміщених на лінії $[S_0, S_N]$. Якщо узагальнена оцінка $E_{\mathbf{P}}(S_i, T^K)$ вузла S_i за період T^K значно менша від $E_{\mathbf{P},\mathbf{S}}(T^K)$, то можна зробити обґрунтований висновок про наявність істотних недоліків у стані його інфраструктури або організації роботи. Аналогічно, якщо узагальнена оцінка $E_{\mathbf{P}}(D_i, T^K)$ ребра D_i за період T^K значно нижча від $E_{\mathbf{P},\mathbf{D}}(T^K)$, то можна зробити обґрунтований висновок про наявність у його стані істотних недоліків. Такі висновки є ваговою підставою для позапланової перевірки стану чи якості функціонування відповідних об'єктів системи.

Інтерактивне оцінювання ліній СІМС. Вище при узагальненні оцінок для вузлів та ребер мережевої структури їх виділяли, як для об'єктів великої складної динамічної системи різних типів. Агрегована оцінка проходження сукупності потоків $\{P_j\}_{j=1}^M$ лінією $[S_0, S_N]$ загалом протягом періоду T_k визначається за співвідношенням

$$E_{\mathbf{P}}(T_k) = (\rho_{\mathbf{S}} E_{\mathbf{P},\mathbf{S}}(T_k) + \rho_{\mathbf{D}} E_{\mathbf{P},\mathbf{D}}(T_k)) / (\rho_{\mathbf{S}} + \rho_{\mathbf{D}}), \quad k = \overline{1, K}, \quad (15)$$

де $E_{\mathbf{P},\mathbf{S}}(T_k)$, $E_{\mathbf{P},\mathbf{D}}(T_k)$ визначені у (11), (12), і $\rho_{\mathbf{S}}$, $\rho_{\mathbf{D}}$ — вагові коефіцієнти, що визначають пріоритетність сукупностей вузлів та ребер, які утворюють

лінію, під час оцінювання. Так, після ремонту колії та відповідного періоду стабілізації більша увага природно приділяється аналізу стану та ефективності роботи станцій. Аналіз останньої послідовності дає змогу виявляти циклічні зміни якості оброблення сукупності потоків $\{P_j\}_{j=1}^M$ на лінії $[S_0, S_N]$ загалом.

Усереднену оцінку проходження сукупності потоків $\{P_j\}_{j=1}^M$ лінією $[S_0, S_N]$ протягом часового інтервалу T^K визначаємо за співвідношенням

$$E_P(T^K) = \langle \mathbf{1}, \mathbf{E}_P(\mathbf{T}) \rangle_{R^K} / K, \quad (16)$$

де $\mathbf{E}_P(\mathbf{T}) = \{E_P(T_k)\}_{k=1}^K$. Із послідовним збільшенням T^K значення $E_P(T^K)$ дозволяють відстежувати динаміку зміни якості оброблення сукупності потоків $\{P_j\}_{j=1}^M$ на лінії $[S_0, S_N]$. Якщо узагальнена оцінка окремого потоку $E(P_j, T^K)$ значно нижча, ніж $E_P(T^K)$, то можна зробити обґрунтований висновок про можливий його незадовільний стан або необхідність зміни графіка руху.

Стосовно об'єктів ЗТС оцінки (11)–(14) дають змогу формувати узагальнені висновки про проходження сукупності потягів станціями та міжстанційними перегонами лінії за визначений період або тривалі проміжки часу, що дозволяє виявляти незадовільно функціонуючі об'єкти залізниці, оцінки (15)–(16) — аналізувати стан та ефективність організації руху потягів на лінії загалом.

Якщо для сукупності потоків, які проходять лінією протягом часового інтервалу T^K , затримки в основному компенсуються у вузлах, то це є опосередкованим, хоча й достатньо показовим свідченням стану потоку або стану ребра. З іншого боку, якщо затримки загалом компенсуються на ребрах, то це свідчить про стан інфраструктури або ефективність роботи вузлів. Якщо ж узагальнена оцінка компенсацій, яка є свідченням їх масовості, є нижчою за агреговану оцінку об'єктів СІМС, які утворюють лінію, то можна зробити обґрунтований висновок про те, що встановлений на ній графік руху потоків є неоптимальним або чутливим до малих затримок. Загалом, відстежуючи динаміку поведінки агрегованих інтерактивних оцінок усіх рівнів, із послідовним збільшенням значення T^K можна визначати тренди зміни стану та якості функціонування відповідних об'єктів СІМС. При цьому короткострокове прогнозування, отримане внаслідок екстраполяції інтерактивних оцінок на підставі відомої передісторії їх значень, дає змогу завчасно виявляти ті об'єкти, які у найближчій перспективі можуть перейти «поріг безпеки», а отже, потребують позапланового дослідження та відповідних дій. Довгострокове прогнозування інтерактивних оцінок, здійснене, наприклад, за допомогою апарату часових рядів, дозволяє відстежувати сезонні зміни у поведінці основних структурних елементів СІМС та запобігати негативним тенденціям їх розвитку [17].

ВИСНОВКИ

У працях [1–3] і цій роботі запропоновано методика комплексного детермінованого оцінювання складних систем з ієрархічно-мережевою структурою, складовими якої є методи локального, прогностичного, інтерактивного та агрегованого оцінювання їх основних об'єктів. Показано, що у поєднанні та із застосуванням уточненої бальної шкали оцінок вони формують достатньо повне, адекватне і цілісне уявлення про стан, якість функціонування та взаємодію елементів досліджуваної системи та її підсистем на всіх рівнях структуризації. Розроблені принципи відображення результатів оцінювання різних типів та рівнів узагальнення дають можливість оперативно орієнтуватися у великій кількості отриманих висновків та локалізувати причини виявлених недоліків. Описана методика використовується під час розроблення програмного забезпечення для оцінювання стану і якості функціонування колійного та станційного господарства Укрзалізниці [18; 19]. Окремі її методи та способи візуалізації результатів застосовувались для оцінювання якості протезування нижніх кінцівок інвалідів та рівня відновлення функціональних можливостей опорно-рухового апарату людини за різних типів патології та методик реабілітації [20; 21]. Описана методика адаптується для оцінювання мережевих систем із частково впорядкованим рухом потоків, до яких належать, зокрема, автотранспортні системи великих міст та регіонів країни [11]. Можливість її застосування для аналізу стану та якості функціонування систем різного типу і призначення є свідченням універсальності запропонованого підходу для оцінювання складних систем.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Поліщук Д.* Комплексне детерміноване оцінювання складних ієрархічно-мережевих систем: I. Опис методики / Д. Поліщук, О. Поліщук, М. Яджак // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 1. — С. 21–31.
2. *Поліщук Д.* Комплексне детерміноване оцінювання складних ієрархічно-мережевих систем: II. Локальне та прогностичне оцінювання / Д. Поліщук, О. Поліщук, М. Яджак // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 2. — С. 26–38.
3. *Поліщук Д.* Комплексне детерміноване оцінювання складних ієрархічно-мережевих систем: III. Агреговане оцінювання / Д. Поліщук, О. Поліщук, М. Яджак // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 4. — С. 21–30.
4. *Lichtberger B.W.* Kostensenkung durch qualitätsvorrat in der fahrweginstandhaltung / B.W. Lichtberger // Der Eisenbahningenieur. — 1999. — 50, № 1. — P. 39–42.
5. *Alles M.* Continuous monitoring of business process controls: a pilot implementation of a continuous auditing system at siemens / M. Alles, G. Brennan, A. Kogan, M.A. Vasarhelyi // International Journal of Accounting Information Systems. — 2006. — 7. — № 2. — P. 137–161.
6. *Kacira M.* Design and development of an automated and non-contact sensing system for continuous monitoring of plant health and growth / M. Kacira, P. Ling // ASAE Transactions. — 2001. — 44(4). — P. 989–996.
7. *Shen Q.* Selecting informative features with fuzzy-rough sets and its application for complex systems monitoring / Q. Shen, R. Jensen // Pattern Recognition. — 2004. — 37, № 7. — P. 1351–1363.

8. *Zhao F.* Monitoring and fault diagnosis of hybrid systems / F. Zhao, X. Koutsoukos, H. Haussecker, J. Reich, P. Cheung // *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*. — 2007. — 35, № 6. — P. 1225–1240.
9. *Balageas D.* Structural health monitoring / D. Balageas. — 2010. — DOI: 10.1002/9780470612071.ch1.
10. *Швецов В.И.* Математическое моделирование транспортных потоков / В.И. Швецов // *Автоматика и телемеханика*. — 2003. — № 11. — С. 3–46.
11. *Поліщук Д.О.* Моніторинг потоку транспортних мереж із частково впорядкованим рухом / Д.О. Поліщук, О.Д. Поліщук // *Зб. наук. праць ХХІІІ наук.-техн. конф. молодих науковців Фізико-механічного інституту ім. Г.В. Карпенка НАНУ (23–25 жовт., 2013 р.)*. — Львів, Україна. — С. 326–329.
12. *Бакаев А.А.* Международные транспортные коридоры Украины: сети и моделирование. Том 1. Наземные виды транспорта / А.А. Бакаев. — К.: КУЭТТ, 2003. — 516 с.
13. *Lung-Wen T.* Distributed real time systems: monitoring, visualization, debugging and analysis / T. Lung-Wen. — Lavoisier, 1996. — 336 p.
14. *Bloom M.* Evaluating practice / M. Bloom, J. Fischer, J. Orme // *Allyn and Bacon*, 2006. — 488 p.
15. *Hovorka R.* Continuous glucose monitoring and closed-loop systems / R. Hovorka // *Diabetic Medicine*. — 2006. — 23, № 1. — P. 1–12.
16. *Marakas G.M.* Decision support systems in the 21st Century / G.M. Marakas. — Pearson Education, 2003. — 638 p.
17. *Поліщук Д.О.* Використання часових рядів для прогнозування оцінки якості функціонування складних систем / Д. Поліщук, М. Яджак // *Зб. праць Міжнар. наук. конф. «Сучасні проблеми механіки і математики» (Львів, 25–29 трав. 2008 р.)*. — Т. 3. — С. 38–40.
18. *Поліщук Д.О.* Модель локального оцінювання стану елементів колійного господарства Укрзалізниці / Д.О. Поліщук // *Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна*. — 2012. — Вип. 41. — С. 158–166.
19. *Поліщук Д.О.* Модель локального оцінювання станційного господарства Укрзалізниці / Д.О. Поліщук // *Зб. наук. праць IV конф. молодих учених із сучасних проблем механіки і математики (Львів, 24–27 трав. 2011 р.)*. — С. 178–181.
20. *Polishchuk D.* Solution of some problems of evaluation of the complex systems / D. Polishchuk, O. Polishchuk, M. Yadzhak // *Proc. of the 15th Int. conf. on automatic control (23–26 September, 2008)*. — Odesa: ONMA. — P. 968–976.
21. *Polishchuk O.* Optimization of estimation of man's musculoskeletal system / O. Polishchuk // *Computer Mathematics and Calculation Optimization*. — 2001. — 2. — P. 360–367.

Надійшла 28.05.2013

ІНДИКАТОР МОГУТНОСТІ ДЕРЖАВИ — ВАЖЛИВИЙ ІНСТРУМЕНТ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ТА СТРАТЕГІЧНОГО ПЛАНУВАННЯ У СФЕРІ НАЦІОНАЛЬНОЇ БЕЗПЕКИ

А.Б. КАЧИНСЬКИЙ, Д.Р. МОЛОЧЕНКО

Із єдиних методологічних позицій розглянуто застосування системного підходу до вирішення проблеми оцінювання могутності держави. Проаналізовано існуючі методи розрахунку оцінки могутності держави та обґрунтовано метод, що використовувався в дослідженні. Обґрунтовано подальше використання терміна «індикатор могутності держави» (ІМД) на заміну «оцінка могутності держави». На підставі проведених розрахунків та аналізу ІМД отримано класифікацію провідних країн світу за рівнем ІМД, визначено характер тенденцій його подальших змін та побудовано регресійні прогнозні моделі. Зазначені тенденції змін індикатора національної могутності провідних держав світу окреслюють більш динамічну і складну безпекову ситуацію у світі. Індикатор могутності держави – важливий інструмент системного аналізу, прогнозування та стратегічного планування. За допомогою моніторингу він може стати потужною самостійною аналітичною процедурою.

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ОЦІНЮВАННЯ МОГУТНОСТІ ДЕРЖАВИ

Вирішення проблеми кількісного оцінювання могутності держави, від якої безпосередньо залежить її національна безпека, має тривалу наукову традицію. Залежно від світоглядних позицій, географічних і геополітичних факторів держави можна виокремити західноєвропейський і східний підходи до оцінювання могутності держави [1].

Модель Г. Кліффорда. У 50-х роках минулого століття директор центру міжнародних досліджень Клаус Кнорр визначав національну міць як поняття, що містить волю до боротьби, якість урядового планування і компетентність у прийнятті рішень у воєнний час, а також економічний потенціал. Згодом у 1960 р. професор Кембріджського університету Герман Кліффорд запропонував математичну залежність, яка опосередковано враховувала зазначені вище змінні [1]:

$$P = N(L + C + I + M), \quad (1)$$

де P — могутність держави; N — ядерний потенціал; L — територія; C — населення; I — індустриальний базис; M — обсяг військових ресурсів.

Як зазначають критики, головною складовою виразу (1) є ядерна потуга держави. Це зумовлено тим, що метод розроблявся для оцінки могутності держав в умовах «холодної війни», коли ядерний потенціал був наріжним каменем обороноздатності країни.

У 1963 р. професором, консультантом міністерства військово-морських сил держдепартаменту США Девідом Стінгером у рамках наукового проекту, спрямованого на розроблення нових кількісних критеріїв оцінювання

ефективності міжнародної діяльності, був уведений комбінований показник національних можливостей. Показник містив три множини параметрів, що дозволяли прогнозувати національні можливості на короткострокову, середньострокову і довгострокову перспективу.

Параметри короткострокової перспективи визначалися військовою потугою, що включала військові витрати, чисельність військових сил. Середньострокова перспектива визначалася рівнем виробничої діяльності (виробництвом чавуну і сталі, споживанням електроенергії), а довгострокова — демографічними факторами (чисельністю населення, рівнем урбанізації).

У 1965 р. професор фізики Берлінського технічного університету Вільгельм Фуке ввів багатоваріантний коефіцієнт, який дозволяв отримати показник національної могутності держави на підставі трьох субнаціональних змінних: чисельність населення, виробництво енергії, виробництво сталі, що відображають матеріальні (кількісні) показники [2].

Модель Р. Клайна. У 1975 р. учений, аналітик Рей Клайн з Джорджтаунського університету США запропонував метод розрахунку могутності держави [3]:

$$P = (L + E + M)(S + W), \quad (2)$$

де P — сукупна потужність держави; C — критична маса (населення + територія); E — економічна потуга; M — військова потуга; S — коефіцієнт національної стратегії; W — державна воля.

Недоліками цього методу є:

- 1) показники національної стратегії та державної волі є суб'єктивними показниками;
- 2) методика не дозволяє прогнозувати зміну національної могутності на перспективу, тобто є статичною;
- 3) формула (2) не враховує показників технічного і наукового рівня розвитку країни.

Проте метод Рея Клайна став стартовою сходинкою для подальшого розвитку комплексної оцінки могутності держави, наприклад у працях професора магистратури кафедри політичного аналізу корпорації RAND, заступника держсекретаря, експерта Ради національної безпеки США Ешлі Телліс та інших учених з корпорації RAND.

Наведені методи мають недоліки, проте їх поєднує те, що оцінки могутності держави не відображають реального стану. Яскравими прикладами такої невідповідності стали такі країни, як СРСР та Ірак. Радянський Союз мав високі оцінки могутності, але розпався в результаті загострення внутрішніх проблем. Ірак також мав досить високий показник національної могутності, але не пройшов перевірку війною.

Ці приклади дозволили припустити, що, крім загальноприйнятих показників національної могутності, таких як валовий внутрішній продукт, рівень щорічного економічного зростання тощо, повинні розглядатися більш значущі показники (наприклад, здатність країни до впровадження інновацій, стан внутрішньої економіки і соціальних інститутів, відносини в ланцюзі держава — суспільство, якість освіти, стан науки та ін.).

Модель Хуан Шофена. Китайські розробки з оцінювання могутності держави в основному здійснювалися Академією військових наук КНР, зокрема Хуан Шофен присвятив цьому поняттю чимало праць.

Маючи за основу праці Рея Клайна, китайські вчені розробили оригінальну методику оцінювання могутності держави, яка складалася з восьми основних факторів і 64 показників. Їх модель має такий вигляд [1]:

$$P = (Z_{q_1} J_{q_2}) E_{q_3} K_{q_4} W_{q_5} H_{q_6} D_{q_7} Y_{q_8} \times (G_{q_3} R_{q_6} M_{(q+q_s)} X_{q_2}),$$

де P — могутність держави, якісні показники та їх вагові коефіцієнти (Z_{q_1} — національні організаційні можливості; J_{q_2} — військові можливості; E_{q_3} — економічні можливості; K_{q_4} — рівень розвитку науки і технологій; W_{q_5} — дипломатичні можливості; H_{q_6} — рівень культури та освіти; D_{q_7} — географічне положення; Y_{q_8} — природні ресурси); кількісні показники (G — величина ВВП; R — чисельність населення; M — територія країни; X — військові можливості).

Разом з тим метод має суттєвий недолік: результат оцінювання виражений відносними безрозмірними величинами. Ліва частина математичного виразу є результатом переведення якісних показників у певні числові значення, що ґрунтуються на методах експертних оцінок і теорії нечіткої логіки (що в цьому випадку передбачає безрозмірність обчислюваних величин), а добуток трьох основних кількісних показників (ВВП, населення і площа території) має розмірність млрд дол. млн осіб. млн км². Це означає, що отриманий за допомогою даної моделі результат не має чіткого фізичного змісту і ставить під сумнів достовірність отриманих оцінок.

Японський підхід. Японська наукова школа також ґрунтується на методі Рея Клайна. До коефіцієнта C , який виражає чисельність населення і територію, додається рівень володіння природними ресурсами. Економічні можливості включають не тільки валовий національний продукт, але й щорічне зростання, рівні промислового виробництва, розвитку сільського господарства та бізнесу. Крім того, були додані показники, що відображають можливості як внутрішньої, так і зовнішньополітичної діяльності.

Проте і цей підхід зазнав критики з боку наукового співтовариства. Зокрема, серед недоліків відзначалася обмеженість запропонованих для оцінки показників, а для окремих — їх антинауковість.

Окрім зазначених математичних методів і підходів, існує багато менш відомих методів оцінювання могутності держави. За їх допомогою можна визначити лише порядок ранжування держав. На оцінках позначаються суб'єктивність думок дослідників і відсутність єдиного наукового підходу. Наводяться також факти «підганяння» результатів досліджень через незадоволеність замовників. Для цього в розрахунки вводилися коригувальні показники, що остаточно руйнували будь-яку їх логіку.

Очевидно, що нині не існує єдиного методу оцінювання могутності держави.

СИСТЕМА ПОКАЗНИКІВ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ОЦІНКИ МОГУТНОСТІ ДЕРЖАВИ

Застосовуючи відомі моделі оцінювання могутності держави, або їх удосконалюючи, не кажучи про розроблення нових, не варто вдаватися до спокуси

вимірювати всі величини, що потрапляють у поле зору. Лише після розгляду проблеми метрологічного забезпечення оцінки могутності держави можна окреслити межу, до якої варто збільшувати кількість параметрів моделі.

Огляд літературних джерел показав, що могутність держави залежить від двох складових: *первинної* або *базової* (територіально-географічний і демографічний параметри) і *вторинної* або *динамічної* (військовий, військово-економічний, економічний, фінансовий параметри). Значущість базової складової залежить від коефіцієнта науково-технічного прогресу держави, що змінює як середовище існування людини, так і її можливості впливу на потенційну могутність держави. Динамічну складову могутності держави відносять до вторинних факторів, оскільки вона безпосередньо залежить від політичної активності керівництва держави [4].

Вважаємо за доцільне надалі вживати термін «**індикатор могутності держави**» (ІМД). Його значення майже таке саме, що й «оцінка», з тією відмінністю, що під індикатором будемо розуміти оцінку, яка має напрям. Тобто один край шкали вважається більшим або інтенсивнішим порівняно з другим.

Коли є згода щодо того, який край шкали вважати кращим, а який гіршим, як правило, виникає і соціальний інтерес у втручання з метою запровадження змін на краще [5].

Кількість використовуваних показників має певну межу і значною мірою залежить від цілей оцінювання. Там, де це можливо, оцінювачу слід намагатися застосовувати існуючі показники, які вже перевірені практикою і їх достовірність доведено. Вони не просто з більшою ймовірністю будуть надійнішими і достовірними, а й дають змогу використати результати попередніх досліджень.

У пропонованій системі параметрів враховано базову компоненту: *площу території, чисельність населення, очікувану тривалість життя та коефіцієнт народжуваності, індекс розвитку людського потенціалу. Її доповнено параметрами динамічної складової, такими як розмір ВВП, частка промисловості у ВВП, енергоозброєність держави, витрати державного бюджету, витрати державного бюджету на науку, частка зайнятого населення, частка населення, зайнятого у промисловості.*

Для врахування впливу розвитку інформаційних технологій на могутність держави у роботі розглядався *індекс розвитку інформаційно-комунікаційних технологій*, що розраховується Міжнародним союзом електронного зв'язку Організації Об'єднаних Націй на основі 11 характеристик, які визначають рівень освіченості населення, доступність інформаційних технологій, рівень використання новітніх технологій тощо.

До пропонованої системи параметрів входили також параметри, що характеризують військову могутність держави: *витрати держбюджету на національну оборону, загальна чисельність збройних сил, експорт озброєння та військової техніки, а також наявність на озброєнні держави у бойовому стані танків, вертольотів та літаків, кораблів, субмарин, артилерійського озброєння, мінометів та реактивних систем залпового вогню.*

Таким чином, ІМД є певним кількісним дескриптором, який можна використати під час кількісного аналізу. Він є складеним мірилом, тобто утвореним з певного набору простих змінних.

Для того щоб зрозуміти, які саме показники роблять найбільший внесок у формування могутності держав, можна скористатися крос-факторним аналізом.

Крос-факторний аналіз [6] — це метод, який дає змогу зрозуміти взаємовплив різних змінних і тенденцій, тобто проаналізувати взаємозв'язки змінних у системі. Додаткова інформація відображає картину взаємозалежності трендів і, що не менш важливо, картину залежних та незалежних факторів, рушійних та рухомих сил.

Як видно з рис. 1 рушійною силою могутності держави є її територія (2). При цьому вона не залежить від інших факторів. Іншими важливими складовими є населення (3) і тривалість життя (8). Не менш значущими виявилися такі фактори, як ВВП (1), витрати державного бюджету на національну оборону (13), витрати державного бюджету (4). Ці елементи є визначальними для формування значущості багатьох факторів. Проте вони своєю чергою також залежать від того, як функціонує держава — розвивається економіка чи ні, упроваджуються реформи чи ні тощо.

Повністю залежними змінними, котрі найменше впливають на інші змінні, є: індекс розвитку людського потенціалу (14), енергоозброєність (7), загальний коефіцієнт народжуваності (9) тощо. Тобто це фактори, які є кінцевим (результуючим) виявом значень багатьох інших факторів, що відображають ті чи інші сфери життєдіяльності держави.

Автономні змінні — це фактори, визначені в результаті впливу невеликої кількості елементів, що своєю чергою впливають на невелику кількість елементів, або взагалі на жодний з них не впливають. Наприклад, кількість озброєння певного виду (15–21), яка є досить сталою величиною, тобто в певний час виділялися кошти на закупівлю нового озброєння або ремонт уже наявного і таким чином формувався певний бойовий запас озброєння, який деякий період залишається сталим і змінюється в мирний час лише через процеси зношування та старіння.

ІНТЕГРАЛЬНИЙ ПОКАЗНИК МОГУТНОСТІ ДЕРЖАВИ

З метою застосування адекватного реальним проблемам методу оцінювання могутності держави розглянемо ІПМ держави, запропонований колективом праці [7]. Цей метод ґрунтується на понятті евклідової відстані.

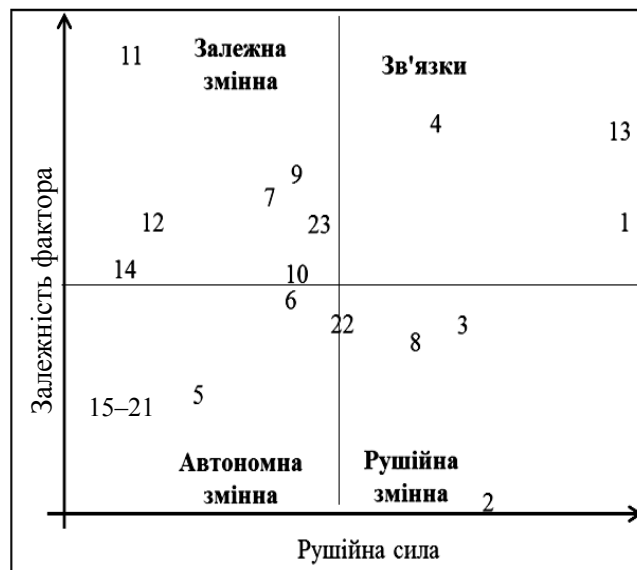


Рис. 1. Крос-діаграма показників, що роблять найбільший внесок у формування могутності держави

Відповідно до методу кожна держава описується точкою у n -вимірному просторі показників, за якими оцінюватиметься могутність держав. Тобто кожній державі ставиться у відповідність вектор з n компонентами, кожний елемент вектора — це середньозважене значення певного показника, за яким оцінюється могутність держави і завдяки чому не виникає проблеми щодо поєднання характеристик різної розмірності.

Визначальним є обчислення питомої частки: вилучаємо будь-яку розмірність і знаходимо значення, належне до інтервалу $[0;1]$. Далі визначаємо нормовану відстань від кожної держави до ідеального значення (одиниці в евклідовому просторі). Основою виразу для обчислення цієї відстані є формула [7]:

$$M_i = 1 - \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (1 - x_{ij})^2}{n}}, \quad x_{ij} = \frac{\Pi_{ij}}{\sum_{i=1}^m \Pi_{ij}}, \quad (3)$$

де M_i — інтегральний показник могутності i -ї держави; x_{ij} — питома вага i -ї держави за j -м показником; Π_{ij} — значення j -го показника для i -ї держави; $i = 1, 2, \dots, m$ — досліджувані держави; $j = 1, 2, \dots, n$ — досліджувані показники.

Для визначення напряму оцінки віднімаємо розраховане значення від одиниці.

У такий спосіб отримуємо безрозмірну оцінку, яка не тільки показує значення могутності кожної окремої держави, але й визначає положення держав відносно одна одної.

У формулі (3) корінь — це нормоване значення евклідової відстані від точки, що описує окрему державу до ідеального значення. Нормується значення для того, щоб воно в будь-якому випадку належало до інтервалу $[0;1]$,

а також ваговий коефіцієнт — $\frac{1}{n}$ показує, що вагу кожної характеристики,

за якою визначається могутність держави, складно визначити однозначно (кожна держава має свої особливості та виключні для неї ситуації). Тому для цього методу обрано однаковий ваговий коефіцієнт для усіх характеристик.

Розглянута метрика дає змогу не тільки відстежувати зміну показника могутності держави, але й має низку інших істотних переваг:

- модель має статичний характер;
- дає безрозмірну величину оцінки могутності держави;
- розрахунки дозволяють ранжувати всі держави за рівнем їх могутності й наочно показати місце кожної держави у світі чи регіоні;
- уможливує побудову часової залежності ІМД, а також розрахунок його значення на перспективу за допомогою методу найменших квадратів;
- виявляє тенденцію поведінки провідних держав світу на найближче майбутнє, що може становити об'єктивну основу для розроблення науково обгрунтованої державної політики забезпечення національної безпеки.

Запропонований підхід дає змогу оцінити загальну картину змін ІМД для 48 провідних держав світу за останні роки. Її можна подати графічно (рис. 2).

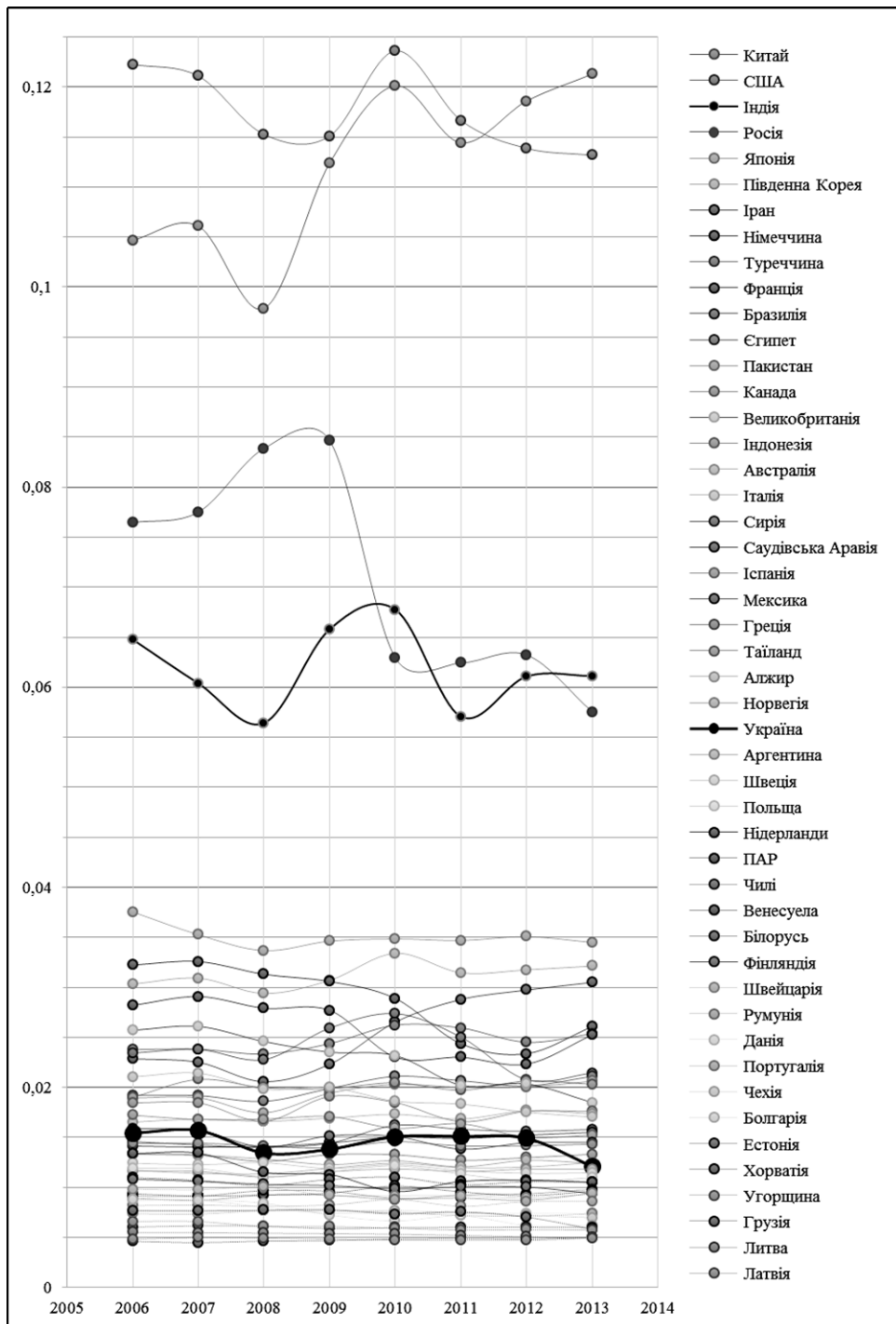


Рис. 2. Індекс могутності провідних держав світу

За допомогою порівняльного аналізу ІМД удалося впорядкувати провідні країни світу. Індикатор могутності кожної з них змінюється у певних межах. Країни можна поділити на чотири основні групи (табл. 1): *наддержави, великі держави, регіональні держави та малі держави* [8].

Таблиця 1. Категорії держав згідно з ІМД

Категорії	Держави світу	Значення ІМД
Наддержави	США, Китай	0,098–0,121
Великі держави	Росія, Індія	0,058-0,085
Регіональні держави	Японія, Південна Корея, Німеччина, Франція, Бразилія, Туреччина, Іран, Великобританія, Італія, Канада, Єгипет, Пакистан, Індонезія, Австралія,	0,017–0,038
Малі держави	Іспанія, Сирія, Мексика, Саудівська Аравія, Україна, Греція, Таїланд, Норвегія, Швеція, Алжир, Польща, Аргентина, Нідерланди, ПАР, Фінляндія, Венесуела, Швейцарія, Білорусь, Чилі, Румунія, Данія, Чехія, Португалія, Хорватія, Болгарія, Угорщина, Естонія, Литва, Грузія, Латвія	0,0158–0,0047

У сукупності з результатами крос-факторного аналізу регресійний аналіз ІМД показав, що для багатьох країн світу, які не належать до країн з найвищим рівнем ІМД, спостерігається тенденція до його зростання завдяки швидкому економічному зростанню або великим ресурсним потенціалам. Можна припустити, що США, Китай, Туреччина, Південна Корея збільшать свої воєнні бюджети, а Велика Британія, Франція, Японія Німеччина, Австралія, принаймні, їх збережуть. Оскільки вони входять до переліку найбільших світових експортерів основних звичайних озброєнь, це і надалі сприятиме зростанню їх ІМД.

Наведемо тенденції зміни ІПМ для деяких держав із зазначенням коефіцієнтів зміни (табл. 2).

Таблиця 2. Тенденції зміни показника могутності держави за коефіцієнтом регресійної моделі

Країна	Коефіцієнт при x	Тенденція зміни
Китай	0,0027833	Зростаюча
США	-0,0010357	Спадна
Індія	-0,00021895	Спадна
Росія	-0,003451	Спадна
Японія	-0,0002264	Спадна
Канада	0,000098	Зростаюча
Саудівська Аравія	0,0002205	Зростаюча
Україна	-0,00025	Спадна
Швейцарія	-0,000117	Спадна
Естонія	-0,0000155	Спадна

Отримані моделі не є достатніми для прогнозування майбутніх значень ІМД, оскільки коефіцієнт їх якості зазвичай менший за 50%.

ВИСНОВКИ

Для України ІМД має важливе значення. Наразі Україна переживає важкі й історично визначальні часи. Стратегічні рішення, що будуть прийняті та впроваджені в життя у цей критичний час, сприятимуть або виходу країни з кризового стану, або спонукатимуть до подальшого збідніння як фінансо-

вого, так і духовного. Від вибору стратегічних партнерів і союзників залежить майбутнє, а концепт ІМД — це об'єктивний показник, за допомогою якого можна зрозуміти — досвід яких країн переймати, які союзи формувати та яких уникати.

Розрахунки показали, що впродовж 2006 – 2013 рр. у рейтингу держав за рівнем ІМД Україна посідала місця з 21 по 27, по чергово міняючись місцями з такими країнами, як Греція, Мексика, Сирія, Іспанія, Норвегія, Саудівська Аравія, Таїланд.

У дослідженні з єдиних методологічних позицій розглянуто застосування системного підходу до вирішення проблеми визначення ІМД.

Зазначені в роботі тенденції змін індикатора національної могутності провідних держав світу окреслюють більш динамічну і складну безпекову ситуацію у світі, за якої визнані центри сили зазнають обмежень, виникають нові центри сили, а традиційні міжнародні норми намагаються бути адекватними нинішнім і майбутнім викликам та загрозам. Попереду Україну очікує багато нових й часто непередбачуваних загроз та ризиків.

Нарешті, ІМД — важливий інструмент системного аналізу, прогнозування та стратегічного планування. За допомогою моніторингу цей інструмент може стати потужною самостійною аналітичною процедурою, що проводиться з метою визначення відхилень діяльності системи забезпечення національної безпеки від задекларованого державою стратегічного курсу.

Розглянутий підхід до оцінювання могутності держави є новим прикладом використання системного підходу в інтересах забезпечення керівництва держави необхідною інформацією для вироблення адаптивної стратегії та прийняття стратегічних рішень, спрямованих на забезпечення національної безпеки. А оцінка стану національної безпеки за допомогою ІМД має стати частиною загальнодержавного процесу, який би визначав тактику та стратегію розвитку особи, суспільства та держави.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Балахонцев Н.* Зарубежные методы оценки потенциала стран / Н. Балахонцев, А. Кондратьев // *Зарубежное военное обозрение*. — 2010. — № 11. — С. 101–104.
2. *Пуденко С.* Комплексная мощь государства (нации). Почему рухнул СССР и развивается Китай? / С. Пуденко // Альманах «Восток». — 2006. — № 5. — С. 41–46.
3. *Cline. R. S.* World power assessment: a calculus of strategic drift/ R.S. Cline. — Boulder: Westview Press, 1975. — 173 p.
4. *Шустрова Т. В.* Структура модели геополитического статуса государства / Т.В. Шустрова [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://jurnal.org/articles/2010/polit7.html>.
5. *Керол Г. Вайс* Оцінювання. Методи дослідження програм та політики / К.Г. Вайс. — К.: Основи, 2000. — 671 с.
6. *Горбулін В. П.* Стратегічне планування: вирішення проблем національної безпеки: моногр. / В.П. Горбулін, А.Б. Качинський; Нац. ін-т стратег. дослідж. — К.: Вид-во Нац. ін-ту стратег. дослідж., 2011. — 288 с.
7. *Общая теория национальной безопасности: учеб.* / Под общ. ред. А.А. Прохожева. — М.: Изд-во РАГС, 2000. — 320 с.
8. *Фартушняк Л.Л.* Геополитический статус государства: существенные характеристики / Л.Л. Фартушняк [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://www.jurnal.org/articles/2008/polit80.html>.

Надійшла 27.06.2015

ІНСТРУМЕНТАЛЬНІ ЗАСОБИ СТВОРЕННЯ КОНСТРУКТИВНИХ КРЕСЛЕНЬ ГЕОЛОГІЧНИХ РОЗРІЗІВ

Ю.А. ТАРНАВСЬКИЙ

Забезпечення безпеки промислового об'єкта потребує моніторингу стану ґрунтів під ним і збереження цієї інформації у вигляді технічної документації. Особливо актуальним є завдання побудови геологічних розрізів у зоні розташування об'єкта і їх фіксації у вигляді конструктивних креслень. Проте дотепер ці завдання вирішувались у «напівручному» режимі і жодна з програм побудови геологічних розрізів не забезпечувала можливості побудови конструктивних креслень. Роботу присвячено питанням розроблення інструментальних засобів для побудови конструктивних креслень геологічних розрізів в автоматизованому режимі з використанням системи автоматизованого проектування AutoCAD. Результати розроблення подано у вигляді двох модулів: плагіну на основі AutoCAD .NET API (C#-застосування) і AutoLISP-застосування для створення користувацьких шаблонів штрихувань.

ВСТУП

Останнім часом спостерігається бурхливий розвиток індустрії приладів підповерхневого радіолокаційного зондування — георадарів. У геології георадари застосовують для побудови геологічних розрізів, визначення положення рівня ґрунтових вод, меж поширення корисних копалин, положення карстових воронки і т. ін. При інженерно-геологічних вишукуваннях для проектування об'єктів будівництва застосування георадара забезпечує достовірні дані про інженерно-геологічну будову ділянки без додаткового буріння, що особливо важливо в складних умовах міської забудови і на ділянках, на яких неможливо проводити буріння. Практика використання георадара підтвердила реальність помітного скорочення вартості і термінів інженерно-геологічних вишукувань з підвищенням якості результатів вивчення території.

Результати георадарних досліджень подаються у вигляді растрових зображень — радарограм. Їх обробляють найчастіше засобами програмного забезпечення георадара, які можуть включати лінійне оброблення даних, міграцію, перетворення Гільберта, вейвлет-аналіз т.ін. [1–3]. Проте таке оброблення не забезпечує якісного документування результатів у вигляді конструктивних креслень геологічних розрізів. Особливо гостро це завдання постає для спостережень за станом ґрунтів у зонах розташування таких складних інженерних об'єктів, як атомні електростанції, адже від своєчасного виявлення небезпечних змін у будові інженерно-геологічних розрізів промислових майданчиків залежить екологічна безпека цілого регіону.

У зв'язку з викладеним актуальним постає завдання розроблення інструментальних засобів, що дозволяють отримувати конструктивні креслення геологічних розрізів в автоматизованому режимі.

МЕТА ТА ЗАВДАННЯ

Мета роботи — розроблення інструментальних засобів для побудови конструктивних креслень геологічних розрізів за даними георадара в автоматизованому режимі, що забезпечує реалізацію таких завдань (рис. 1):

- 1) побудову креслень свердловин за даними буріння;
- 2) нанесення меж шарів ґрунтів за даними радарограми;
- 3) визначення типів ґрунтів і нанесення відповідних штрихувань на креслення;
- 4) оформлення креслення відповідно до існуючих вимог.



Рис. 1. Діаграма прецедентів системи

Побудова креслення починається з нанесення даних про структуру свердловин, між якими проводились георадарні дослідження. Структура кожної свердловини визначається за даними буріння і описує глибинне розташування шарів ґрунтів. Як правило, ці відомості зберігаються в окремій базі даних, і на першому етапі необхідно відобразити їх на кресленні. Проте може з'ясуватись, що для існуючого типу ґрунту відсутнє стандартне штрихування; тому належить передбачити засоби для його створення.

Другий етап — нанесення меж ґрунтів у розрізі між свердловинами на підставі даних, отриманих з результатів інтерпретації радарограми.

Третій етап реалізує «прив'язку» меж шарів до даних про структуру свердловин і їх заштрихування відповідним чином.

На четвертому етапі створюються елементи оформлення креслення відповідно до вимог [4], зокрема вертикальна шкала таблиці, рамки і т.ін.

ЗАСОБИ РОЗРОБЛЕННЯ І АРХІТЕКТУРА СИСТЕМИ

Як середовище для побудови конструктивних креслень вибрано систему автоматизованого проектування AutoCAD, яка натеper є однією з найпоширеніших і часто визнається в організаціях як стандартна система для підго-

товки креслярської документації. До складу AutoCAD входить велика кількість убудованих шаблонів текстур, які використовуються як стандартні штрихування для ряду типів ґрунтів, а також засоби для створення власних шаблонів текстур (мовою програмування AutoLISP).

Як перевагу AutoCAD варто відзначити наявність інтерфейсу прикладного програмування AutoCAD .NET API, який уможлиблює розроблення .NET-застосувань для керування середовищем AutoCAD і файлами креслень на програмному рівні. AutoCAD .NET API складається із файлів динамічних бібліотек, які містять широкий спектр класів, структур, методів та подій, що забезпечують доступ до об'єктів у файлі креслення або програми AutoCAD [5].

Основними керованими бібліотеками в AutoCAD .NET API є (рис.2):

- бібліотека для роботи з об'єктами у файлі креслення — AcDbMgd.dll;
- бібліотека для роботи з програмою AutoCAD — AcMgd.dll;
- бібліотека для роботи із файлами налаштування — AcCui.dll.

.NET-застосування може взаємодіяти з AutoCAD через AutoCAD.NET API двома способами. Згідно з першим способом застосування можна реалізувати у вигляді окремого виконуваного файла для роботи із файлами Autocad через COM-інтерфейси бібліотеки Autocad.Interop.Common, проте цей спосіб дещо обмежений функціонально і не рекомендується в більшості випадків. Другий спосіб полягає у розробленні застосування у вигляді плагіну AutoCAD, тобто DLL-файла, який завантажується в AutoCAD командою NETLOAD і визначає нові команди (операції) та нову поведінку стандартних операцій AutoCAD[6]. Саме цей підхід як більш універсальний реалізовано в цій роботі (рис. 2).

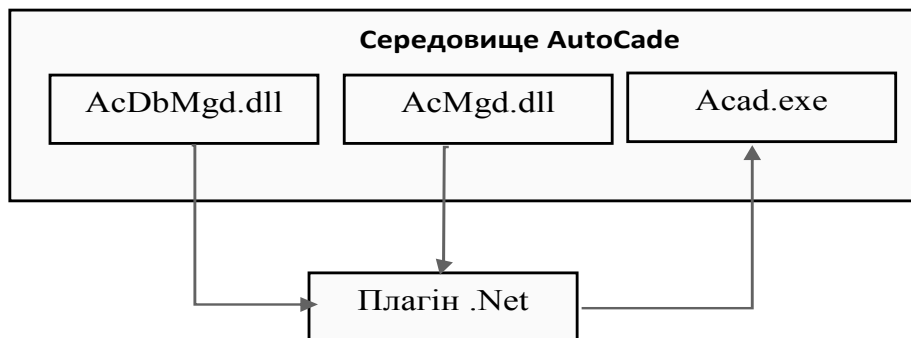


Рис. 2. Схема взаємодії середовища AutoCAD та .NET-застосування

Як систему керування даними обрано Microsoft SQL Server — надійну, продуктивну та оснащену комплексними засобами бізнес-аналізу платформи, що здатна підтримувати критично важливі прикладні програми, які ставлять високі вимоги до ресурсів. Як технологію доступу до даних обрано традиційну технологію ADO.NET, яка забезпечує підключення до бази даних (БД) і виконання запитів до неї.

Програмні компоненти системи розміщуються на трьох вузлах (рис. 3): сервер БД, ПК обробника радарограм, ПК інженера для підготовки конструктивних креслень.

У БД містяться відомості про структуру свердловин. Вони є лише частиною даних з комплексного обстеження стану промислового майданчика і тому їх доцільно зберігати в централізованій БД на виділеному сервері.

Отримання і оброблення радарограм здійснюються за допомогою спеціалізованого програмного забезпечення і тому доцільно розміщувати його на іншому вузлі.

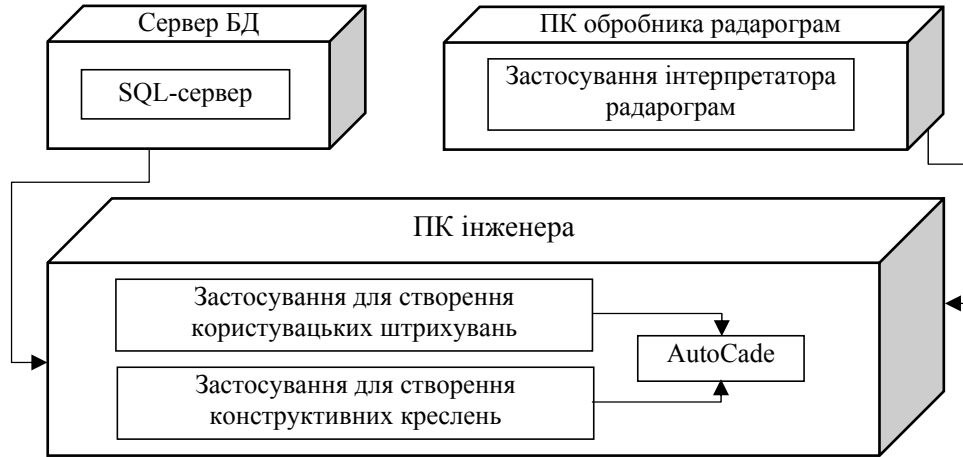


Рис. 3. Діаграма розміщення компонентів системи

Безпосередня підготовка конструктивних креслень геологічних розрізів відбувається на окремому вузлі із системою AutoCAD, у якій встановлено плагін на основі AutoCAD .NET API (C#-застосування) і застосування для утворення користувацьких шаблонів штрихувань (написаний мовою програмування AutoLISP) [7].

Плагін має модульну структуру (рис. 4).

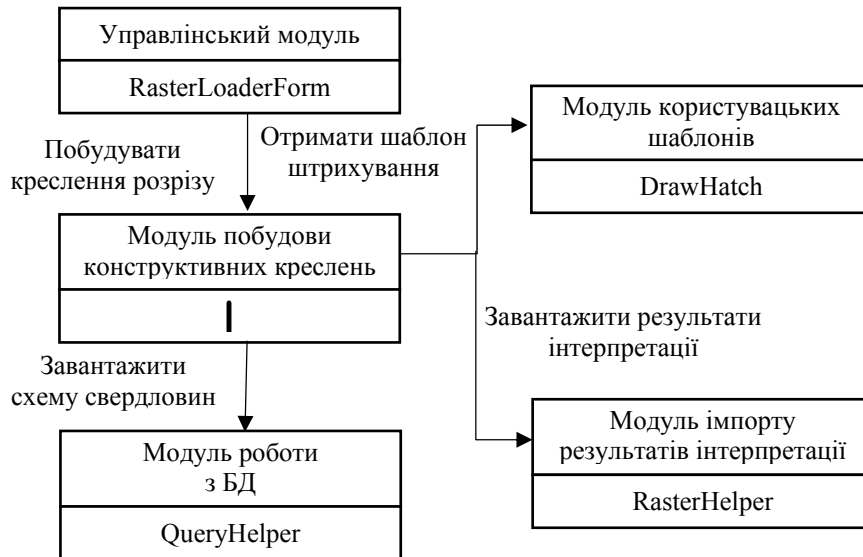


Рис. 4. Діаграма компонентів системи

Модуль оброблення даних інтерпретації радарограм ґрунтів здійснює імпорт результатів оброблення радарограм і структурування їх у вигляді класів .NET Framework та сутностей застосування.

Модуль побудови конструктивного креслення взаємодіє із середовищем AutoCAD за допомогою інтерфейсу прикладного програмування

AutoCAD .NET API. Цей модуль містить реалізацію методів, що додають нові об'єкти до конструктивного креслення. За допомогою методів модуля оформляється конструктивне креслення відповідно до державних стандартів.

Модуль користувацьких шаблонів штрихувань використовується з метою розширення стандартної палітри штрихувань середовища AutoCAD і реалізований у вигляді окремого модуля.

ОТРИМАНІ РЕЗУЛЬТАТИ

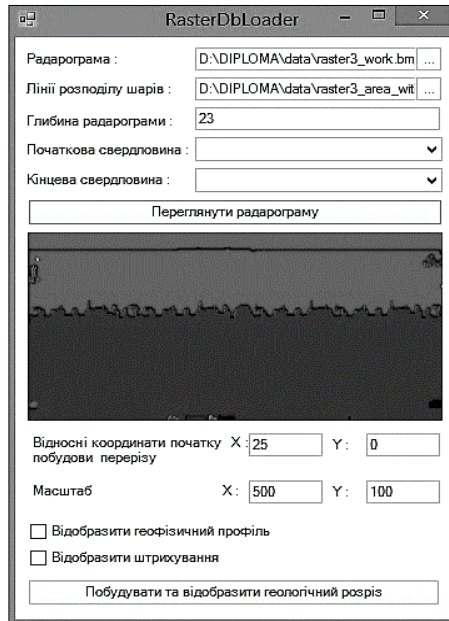


Рис. 5. Головне вікно плагіну для підготовки креслень

геологічного креслення потрібно, щоб прапорець «Відобразити штрихування» був відміченим. За замовчування цей прапорець вибрано.

Після введення вхідних даних користувач має змогу побудувати конструктивне креслення геологічного розрізу за допомогою кнопки «Побудувати та відобразити геологічний розріз». Приклад такого креслення показано на рис. 6.

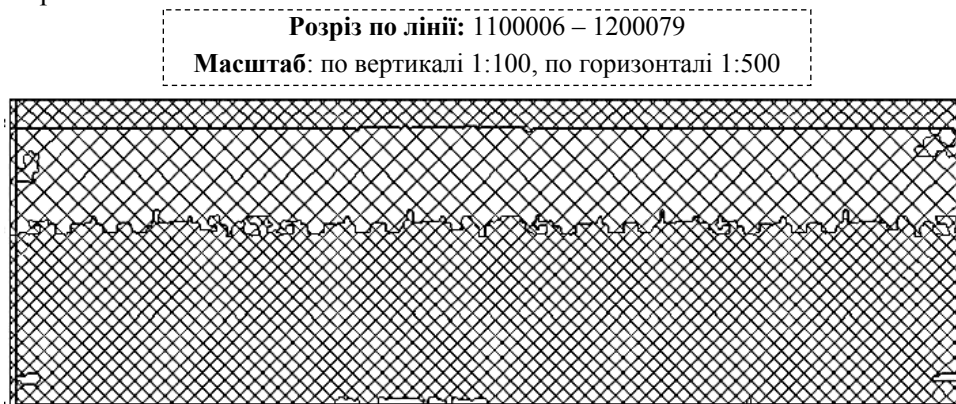


Рис. 6. . Конструктивне креслення геологічного розрізу

Після виконання програми користувач може редагувати креслення за допомогою стандартних засобів програмного середовища AutoCAD.

Застосування для створення користувацьких шаблонів штрихувань завантажується із середовища AutoCAD за допомогою команди APPLOAD. У вікні застосування (рис. 7) задаються параметри робочої ділянки креслення.

Далі в межах робочої ділянки креслиться зразок штрихування, який можна зберегти у форматі файла шаблону AutoCAD (*.pat).

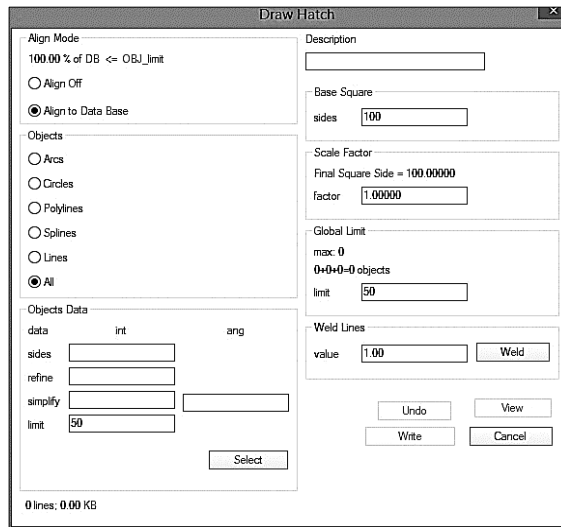


Рис. 7. Застосування для створення шаблонів штрихувань AutoCAD

ВИСНОВКИ

Натепер не втрачає актуальності науково-прикладна проблема автоматизації створення конструктивних креслень геологічних розрізів за результатами інтерпретації радарограм. З метою її розв'язання запропоновано підхід, що ґрунтується на використанні спеціальних інструментальних засобів, розроблених засобами .NET для роботи в середовищі AutoCAD, які забезпечують етапи побудови креслень свердловин, нанесення меж шарів ґрунтів, визначення і нанесення на креслення штрихувань типів ґрунтів, оформлення креслення відповідно до чинних вимог.

Створені інструменти є складовою частиною програмної системи автоматизованого моніторингу геологічного середовища в зоні впливу споруд АЕС, що розроблені згідно з планом наукових досліджень кафедри автоматизації проектування енергетичних процесів та систем науково-дослідними та дослідними конструкторськими роботами за держбюджетною тематикою «Автоматизація моніторингу геологічного середовища в зоні впливу споруд АЕС», № 2638.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Автоматизація моніторингу стану довкілля у зоні впливу атомних електростанцій* / С.О. Лук'яненко, С.І. Шаповалова, О.Ф. Шульженко та ін.; за заг. ред. С.О. Лук'яненка, С.І. Шаповалова. — К.: Видавничо-поліграф. підприємство «ТЕКСТ», 2013. — 206 с.
2. *Старовойтов А.В. Інтерпретація радіолакаціонних даних* / А.В. Старовойтов. — М.:Изд-во МГУ, 2008. — 192 с.
3. *Владимиров М.Л., Старовойтов А.В. Введение в георадиолокацию* / М.Л. Владимиров, А.В. Старовойтов. — М.: МГУ, 2004. — 153 с.
4. *Пособие по составлению и оформлению документации инженерных изысканий для строительства. Ч.2. Инженерно-геологические (гидрологические) изыскания (к СНиП II-9-78).*
5. *Первый опыт написания плагинов для Autocad на C#* [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://habrahabr.ru/post/148844/>.
6. *C# и AutoCAD. Некоторые приемы работы* [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://www.interface.ru/home.asp?artId=33874>.
7. *Create custom hatches in AutoCAD* [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://www.mladengradev.com/en/create-custom-hatches-in-autocad/>.

Надійшла 18.06.2015

СУЧАСНІ ТЕНДЕНЦІЇ В АВТОМАТИЗАЦІЇ ПРОМИСЛОВИХ КОМПЛЕКСІВ

В.А. СВЯТНИЙ, Д.Ю. БРОВКІНА

Досліджено перехід виробництва на новий етап розвитку, що зумовлено впровадженням у процес автоматизації новітніх комп'ютерних технологій, давно поширених у сфері послуг. Однією з характерних особливостей розвитку сучасної промисловості є інтеграція досягнень теорії і практики автоматизації, інформаційних технологій, робототехніки та систем «людина – автоматизований об'єкт». «Індустрію 4.0» було задумано як перспективний проект високих технологій під керівництвом федерального уряду Німеччини з акцентом на інформаційних і комунікаційних технологіях. Однак це поняття значно розширилося і стало збірним для європейської системи технологій і концепції організації ланцюга виробництва нового покоління. Розкрито сучасний зміст поняття «Індустрія 4.0» і узагальнено інформацію про основні ідеї та технології, які застосовуються для реалізації цієї концепції.

ВСТУП

На сучасному етапі розвитку промислової індустрії під автоматизацією виробництва розуміють не лише впровадження роботизованих пристроїв, призначених для звільнення людини від безпосередньої участі в технологічних процесах. В останні десятиліття загальна закономірність зрушень в автоматизації виробництва полягає в технічній модернізації промисловості та швидкому зростанні галузей сфери послуг. Із розвитком інформаційних технологій та зростанням їх впливу на всі сфери життя сучасного суспільства неминучим стає впровадження новітніх технологій, що вже давно поширились у сфері послуг, у процес автоматизації виробництва. Є поширеною думка, що суспільство перебуває на порозі четвертої промислової революції. У роботі розглянуто основні концепції і технології, що зумовлюють напрям розвитку автоматизації сучасної промисловості.

АРХІТЕКТУРА СИСТЕМ АВТОМАТИЗАЦІЇ

Для визначення архітектури систем управління виробничими операціями (Manufacturing Operations Management — MOM) зазвичай використовують п'ятирівневу модель університету Пердью (Purdue Reference Model — PRM) [1], яку згодом було покладено в основу стандарту ISA-95. У стандарті описано такі рівні:

- рівень 5 — бізнес-додатки;
- рівень 4 — рівень підприємства (ERP, MRP, MES);
- рівень 3 — управління виробничими операціями;
- рівень 2 — автоматизація машин та процесів;
- рівень 1 — контролери;
- рівень 0 — сенсори та виконавчі пристрої.

Існуючі системи автоматизації реалізують рівні з другого по п'ятий, використовуючи програмне забезпечення, що працює на неспеціалізованих комп'ютерах. На другому, третьому та четвертому рівнях зазвичай використовуються бази даних та комунікаційні інтерфейси, нагромаджується та синхронізується інформація між усіма рівнями. Наведена конфігурація є складною, вона залежить від вартості комп'ютерних технологій і пропускну здатності мереж і потребує постійних інвестицій протягом життєвого циклу продуктів автоматизованих виробництв. Стрімкий розвиток інформаційних технологій робить можливою більш ефективну і просту архітектуру систем автоматизації [2].

АВТОМАТИЗАЦІЯ ВИРОБНИЦТВА ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

На сучасному етапі розвитку промисловості інформаційні технології стають невід'ємною частиною системи автоматизації виробництва [3]. Деякі фахівці галузі називають застосування нових концепцій і технологій початком четвертої промислової революції — революції, яка змінить бізнес-моделі виробництва. Промислова автоматизація має свою історію застосування комерційних технологій, коли вони стають широко доступними. Наприклад, планшетні комп'ютери з Wi-Fi натеper широко використовують для поліпшення роботи та ефективності обслуговування. Інші основні технології з комп'ютерної індустрії також набули застосування у промисловості та її автоматизації. Серед таких технологій можна виокремити 3D-принтери, потужні вбудовані мікропроцесори, IP-комунікації, великі дані (big data), хмарні обчислення, відкриті стандарти зв'язку, відкриті стандарти обміну даними та самовідновувальні високонадійні мережі і т. ін. [3]. Подальше поєднання інформаційних та виробничих технологій створює потенціал, здатний дійсно змінити ланцюг від виробництва через постачальників до клієнтів на кожному етапі їх взаємодії. Це явище можна назвати «інформованим виробництвом» [5].

Ідея «інформованого виробництва» полягає у проведенні всіх операцій таким чином, щоб уся актуальна й узагальнена інформація стала доступною для задоволення всіх потреб (людей, процесів, продуктів та інфраструктури) у часі, просторі і в тому вигляді, у якому це необхідно по всьому ланцюгу виробництва та постачання. Таким чином, можна виділити чотири основні виробничі елементи, які об'єднуються в єдину структуру інформованого виробництва.

1. **Продукти.** Високорозвинені датчики, засоби автоматичного керування та прикладні програмні модулі працюють разом, щоб отримати і поділитися інформацією в режимі реального часу, поки продукція проходить шлях по виробничій лінії. «Інформовані продукти» дозволяють машинам виконувати автономні дії.

2. **Люди.** Об'єднуються люди всіх бізнес-функцій, незважаючи на їх географічне розташування, і їм надається відповідна інформація в режимі реального часу. «Інформовані люди» забезпечуватимуть інтелектуальний дизайн, експлуатацію і технічне обслуговування, а також високу якість послуг та безпеку.

3. **Процеси.** З огляду на двонаправлений обмін інформацією у межах глобального ланцюга виробництва — від постачальника до замовника —

«інформовані процеси» створюють гнучкий, здатний до адаптації ланцюг поставок.

4. Інфраструктура. Використовуючи компоненти розумної інфраструктури, які взаємодіють з мобільними пристроями, продуктами та людьми, «інформована інфраструктура» дозволить ефективніше керувати виробництвом товарів.

Упровадження нових інформаційних технологій на кожному етапі виробництва робить реалізацію цих ідей реальністю.

СТЕК SMAC, ВЕЛИКІ ДАНІ ТА ХМАРНІ ОБЧИСЛЕННЯ

Для допомоги виробникам у переході на нову бізнес-модель було розроблено концепцію SMAC (social, mobile, analytics and cloud) [6]. Концепція полягає в активному використанні чотирьох трендів: соціальних мереж і медіа, мобільних пристроїв та додатків, аналітики, хмарних обчислень. Поєднання цих технологій утворює стек SMAC.

Соціальні медіа призначено використовувати не тільки для обслуговування клієнтів, а і в тандемі з функціями продажу та маркетингу. Це своєю чергою дає змогу підприємству використовувати інформацію, отриману від окремих клієнтів, для ефективного обслуговування всього фонду клієнтів.

Мобільні пристрої змінили доступ користувачів до цифрового контенту. Смартфони і планшети принесли контент до рук споживачів. Мобільний банкінг став одним з найбільш інноваційних продуктів в індустрії фінансових послуг. Покупці дедалі частіше використовують свої мобільні пристрої для різних цілей — від простого перегляду до купівлі продуктів. Мобільні пристрої можуть застосовуватися на кожному етапі виробництва [7].

Щороку компанії і приватні особи генерують мільярди гігабайтів даних. Дані, належним чином проаналізовані та використані вчасно, можуть стати нездоланим фактором конкурентної переваги. Для аналітики важливе значення має також технологія великих даних.

Великі дані — це серія підходів, інструментів і методів оброблення структурованих і неструктурованих різних даних великих розмірів для отримання результатів, які легко сприймаються людиною, є ефективними в умовах неперервного приросту та розподілення між численними вузлами обчислювальної мережі [8]. Технологія великих даних здатна не лише обробляти великі обсяги даних. Вона дозволяє організаціям адаптувати продукти та послуги точно для задоволення потреб своїх клієнтів. Цей підхід добре відомий в маркетингу та в управлінні ризиками, але може бути революційним і в інших сферах. Для виробників можливості, забезпечувані технологією великих даних, можуть стимулювати підвищення продуктивності за рахунок підвищення ефективності виробництва та якості продукції. Підвищення ефективності виникає в ланцюгу виробництва за рахунок скорочення непотрібних ітерацій в циклах розвитку продукту до оптимізації процесу складання. Реальна вартість продукції збільшується внаслідок підвищення її якості, продукти більше відповідають потребам клієнтів [9].

Хмарні обчислення (Cloud Computing) — це модель забезпечення повсюдного та зручного доступу до спільного пулу обчислювальних ресурсів, що підлягають налаштуванню (наприклад, до комунікаційних мереж, серверів).

рів, засобів збереження даних, прикладних програм та сервісів). Ці ресурси можуть бути оперативно надані та вивільнені з мінімальними управлінськими затратами і зверненнями до провайдера [10]. Отже, технологія хмарних обчислень є базою для реалізації та поєднання інших трьох складових стеку.

Стек SMAC стає важливим технологічним набором інструментів для підприємств, що дає змогу залучати більше клієнтів і збільшувати можливість [11]. Хоча стек було розроблено передусім для використання ІТ-корпораціями, проте впровадження новітніх інформаційних технологій в систему автоматизації виробництва робить концепцію стеку SMAC основою для реалізації «інформованого виробництва».

ІНДУСТРІЯ 4.0

Наведені вище ідеї і технології лягли в основу концепції майбутнього виробництва під назвою «Індустрія 4.0» [12].

Термін «Індустрія 4.0» уперше використано на Ганноверській промисловій виставці-ярмарку (Hannover Messe) у 2011 р., коли на церемонії відкриття професор Вольфганг Вальстер, головний виконавчий директор Німецького дослідного центру зі штучного інтелекту, висловив думку про те, як бути успішним в умовах глобальної конкуренції. Він прокоментував, що людство стоїть на порозі четвертої промислової революції, якій задає темп інтернет.

«Індустрію 4.0» було задумано як перспективний проект високих технологій під керівництвом федерального уряду Німеччини з акцентом на інформаційних і комунікаційних технологіях [13], але сьогодні цей термін є збірним для технологій і концепцій організації ланцюга виробництва нового покоління, який будується на основі технологічних концепцій кіберфізичних систем, машино-машинної взаємодії, індустриального інтернету, інтернету речей та інтернету послуг. Згідно з новою концепцією завод, побудований на її принципах, можна назвати «розумним заводом» або «смарт-заводом» (Smart Factory).

В основу концепції «Індустрії 4.0» покладено шість основних принципів [12]:

1. **Інтероперабельність** — здатність кіберфізичних систем, людей і смарт-заводів до підключення і спілкування один з одним за допомогою інтернету речей та інтернету послуг.

2. **Віртуалізація** — створення віртуальної копії смарт-заводу через об'єднання даних датчиків (моніторингу фізичних процесів) з віртуальними моделями заводу та імітаційними моделями.

3. **Децентралізація** — здатність кіберфізичних систем смарт-заводів приймати рішення самостійно.

4. **Робота в режимі реального часу** — здатність збирати і аналізувати дані та надавати отримані висновки негайно.

5. **Орієнтація послуг** — пропозиція послуг (кіберфізичних систем, людей або смарт-заводів) за допомогою інтернету послуг.

6. **Модульність** — гнучке пристосування смарт-заводів до мінливих вимог шляхом заміни або розширення окремих модулів.

Для ґрунтового розуміння цих принципів необхідно розглянути, що собою являють технологічні концепції кібер-фізичних систем, машино-машинної взаємодії, індустриального інтернету, інтернету речей та інтернету послуг.

Кібер-фізичні системи [14–17] — це розумні мережеві системи із вбудованими датчиками, процесорами та приводами, призначеними для розпізнавання і взаємодії з фізичним світом (у тому числі з користувачем), а також підтримання гарантованої продуктивності в реальному часі. У таких системах сумісна робота кібер- і фізичних елементів має вирішальне значення — обчислення, керування, функціонування датчиків і мережі можуть бути глибоко інтегровані в кожному компоненті.

У праці [17] запропоновано п'ятирівневу архітектуру «5С» для реалізації кібер-фізичних систем. Її загальну структуру подано у вигляді таблиці.

П'ятирівнева архітектура реалізації кібер-фізичної системи

Рівень архітектури	Атрибути рівня
Рівень конфігурації	Самоналаштування для стабільної роботи. Саморегулювання у разі змін. Самооптимізування у випадку пошкоджень
Рівень розпізнавання	Інтегроване моделювання та синтез. Дистанційна візуалізація для людини. Сумісна діагностика та прийняття рішень
Кібер-рівень	Модель-близнюк для компонентів і машин. Time Machine для ідентифікації змін і пам'яті. Кластеризація подібностей при отриманні даних
Рівень перетворення даних на інформацію	Розумна аналітика для здоров'я машинних компонентів. Розумна аналітика для багатовимірної кореляції даних. Прогнозування деградації та продуктивності
Рівень «розумного» з'єднання	Plug & Play. Бездротовий зв'язок. Сенсорна мережа

Згідно з наведеною структурою на рівні конфігурації системи дані можуть бути безпосередньо виміряні за допомогою датчиків або отримані від контролера чи корпоративних виробничих систем; при цьому необхідно враховувати можливість різних типів даних (реалізацію функції Plug & Play), бездротовий та надійний зв'язок, можливість керувати процедурою збирання даних і передавання отриманих даних на центральний сервер.

На рівні розпізнавання значуща інформація повинна бути виведена з даних. Натепер існує багато інструментів і методологій для даних, наприклад, методи великих даних. На цьому рівні збирається вся важлива інформація для складання прогнозів та прийняття рішень.

Кібер-рівень діє як центральний інформаційний вузол в архітектурі, інформація передається до нього від кожної підімкненої машини, щоб сформувати мережу машин. На підставі отриманих даних формуються моделі для всіх компонент мережі, що дозволяє аналізувати та порівнювати їх параметри. Окрім збирання інформації на цьому рівні за допомогою спеціаль-

них програмних інструментів (Time Machine) виконується резервне копіювання даних.

На рівні розпізнавання формується загальна модель усієї системи, виконуються візуалізація всієї інформації для людини, сумісна діагностика і на підставі всієї отриманої інформації приймаються рішення.

Рівень конфігурації є зворотним зв'язком від кібер-простору до фізичного простору і діє як контрольний елемент, який забезпечує самоналаштування і самоадаптацію всіх машин системи.

Кібер-фізичні системи працюють у неконтрольованому середовищі, вони є самостійними, тому мають бути стійкими до несподіваних умов і адаптуватися до збоїв. Компоненти на будь-якому рівні абстракції повинні бути передбачуваними і надійними, якщо це технологічно можливо. Якщо це не так, то наступний рівень абстракції, вищий від цих компонентів, має компенсувати надійність [16].

Машино-машинна взаємодія [18, 19] — це сукупність технологій, які дозволяють реалізувати взаємодію між окремими машинами на першому рівні архітектури кібер-фізичної системи.

На базі машино-машинної взаємодії функціонує інтернет речей [20–22]. Інтернет речей — це концепція комунікаційної мережі фізичних або віртуальних об'єктів («речей»), які мають технології для взаємодії між собою та з навколишнім середовищем, а також можуть виконувати певні дії без втручання людини [20]. Інтернет речей дозволяє підключатися і обмінюватися даними з неживими предметами. Ця технологія також дозволяє збирати і передавати дані з датчиків, що підключені до живих об'єктів, таких як люди, тварини тощо. Інтернет речей поєднує все — від промислового устаткування до повсякденних об'єктів, які варіюються від медичних приладів до автомобілів, — в одну велику мережу. Інтернет речей дає змогу поділитися інформацією як із системами, так і з людьми.

Індустріальний інтернет [23–25] охоплює всі рівні архітектури кібер-фізичної системи «5С», поєднуючи в собі оброблення даних інструментами великих даних та можливості інтернету речей. Індустріальний інтернет містить усі описані вище технології, утворюючи єдину «розумну» мережу підприємства.

Ще однією важливою концепцією в рамках «Індустрії 4.0» є інтернет послуг [26, 27]. Інтернет послуг дозволяє пропонувати до використання і використовувати як внутрішні, так і крос-організаційні послуги, він об'єднує в одну мережу всіх учасників виробництва на кожному його етапі.

Ускладнення самої системи автоматизації і об'єднання всіх рівнів в єдину інформаційну структуру відкриває шлях до цілісної і адаптивної автоматизації. Цей шлях є логічним напрямом еволюції систем промислової автоматизації, що узгоджується із сучасними тенденціями інтернету речей і «Індустрії 4.0» і зробить виробництво більш ефективним.

ВИСНОВКИ

Характерною ознакою розвитку сучасної промисловості є інтеграція досягнень теорії і практики автоматизації, інформаційних технологій, робототехніки та систем «людина – атоматизований об'єкт». Стандартна п'ятирівнева модель університету Пердью для реалізації системи виробництва

замінюється п'ятирівневою архітектурою кібер-фізичних систем, яка дозволяє об'єднати всі елементи виробництва та всіх її учасників в єдину мережу виробництва.

У розробленні технологій «Індустрії 4.0» важливою є проблема ефективної модельної підтримки інноваційних проектів. Оскільки йдеться про реальні промислові проекти, то розробники математичних моделей цих технологій вимушені знаходити методи і засоби подолання складності цього класу об'єктів моделювання. Тому з настанням четвертої промислової революції поряд з проблемами реалізації кібер-фізичних систем актуальною є також проблема їх моделювання, що задає темп розвитку автоматизації виробництва майбутнього.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Purdue Enterprise Reference Architecture*. — Вікіпедія [Електронний ресурс]. — Режим доступу: http://en.wikipedia.org/wiki/Purdue_Enterprise_Reference_Architecture.
2. *Lydon Bill*. Simplifying Automation System Hierarchies [Електронний ресурс] / Bill Lydon. — Режим доступу: <http://www.automation.com/automation-news/article/simplifying-automation-system-hierarchies>.
3. *Дудкин Е.П.* Основы автоматизации и автоматизации: учеб. пособие / Е.П. Дудкин, Г.И. Коропальцев, А.А. Зайцев, И.Ю. Князев. — Часть 1: Элементы систем автоматизации. — СПб.: Петербург. гос. ун-т путей сообщения, 2008. — 64 с.
4. *Lydon Bill*. Is Industrial Automation evolving to IT? | Automation.com. 2015 | Automation.com [Електронний ресурс] / Bill Lydon. — Режим доступу: <http://www.automation.com/automation-news/article/is-industrial-automation-evolving-to-it>.
5. *Informed Manufacturing: The Next Industrial Revolution* [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://www.cognizant.com/InsightsWhitepapers/Informed-Manufacturing-The-Next-Industrial-Revolution.pdf>.
6. *Accelerate Your Transformation: Social, Mobile, and Analytics in the Cloud* [Електронний ресурс]. — Режим доступу: https://www.capgemini-consulting.com/resource-file-access/resource/pdf/cc_accelerate_your_transformation.pdf.
7. *Sripriya V*. Social Mobile Analytics and Cloud (SMAC) Technology [Електронний ресурс] / V. Sripriya, R.S. Sivaranjani. — Режим доступу: <http://www.ifet.ac.in/pages/extsymp14/exsymp14/papers/cse/CS%2016.pdf>.
8. *Big Data*. — Вікіпедія [Електронний ресурс]. — Режим доступу: https://uk.wikipedia.org/wiki/Big_Data.
9. *Nedelcu B*. About Big Data and its Challenges and Benefits in Manufacturing [Електронний ресурс] / B. Nedelcu. — Режим доступу: http://www.dbjournal.ro/archive/13/13_2.pdf.
10. *Хмарні обчислення*. — Вікіпедія [Електронний ресурс]. — Режим доступу: https://uk.wikipedia.org/wiki/Хмарні_обчислення.
11. *Manufacturing Trends that will Shape the Market in 2015* | Technology content from IndustryWeek [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://www.industryweek.com/technology/5-manufacturing-trends-will-shape-market-2015>.
12. *Industry 4.0*. — Вікіпедія [Електронний ресурс]. — Режим доступу: http://en.wikipedia.org/wiki/Industry_4.0.
13. *Lydon Bill*. — Industry 4.0 Gaining Momentum | Automation.com. 2015 | Automation.com [Електронний ресурс] / Bill Lydon. — Режим доступу: <http://www.automation.com/automation-news/article/industry-40-gaining-momentum>.

14. *Cyber-physical system*. — Вікіпедія [Електронний ресурс]. — Режим доступу: http://en.wikipedia.org/wiki/Cyber-physical_system.
15. *Edward A. Lee*. *Cyber Physical Systems: Design Challenges* / A. Lee. Edward // Electrical Engineering and Computer Sciences University of California at Berkeley, Technical Report No. UCВ/EECS-2008-8, January 23, 2008 [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://www.eecs.berkeley.edu/Pubs/TechRpts/2008/EECS-2008-8.pdf>.
16. *Cyber-Physical Systems (CPS)*, Vision Statement [Електронний ресурс]. — Режим доступу: [https://www.nitrd.gov/nitrdgroups/images/6/6a/Cyber_Physical_Systems_\(CPS\)_Vision_Statement.pdf](https://www.nitrd.gov/nitrdgroups/images/6/6a/Cyber_Physical_Systems_(CPS)_Vision_Statement.pdf).
17. *Lee Jay*. A Cyber-Physical Systems architecture for Industry 4.0-based manufacturing systems // *Manufacturing Letters* 3 (2015) 18–23 [Електронний ресурс] / Jay Lee, Behrad Bagheri, Hung-An Kao. — Режим доступу: http://www.researchgate.net/profile/Jay_Lee10/publication/269709304_A_Cyber-Physical_Systems_architecture_for_Industry_4.0-based_manufacturing_systems/links/549486890cf20f487d2c4523.pdf.
18. *M2M*. — Вікіпедія [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://uk.wikipedia.org/wiki/M2M>
19. *Machine-to-Machine communications (M2M); Functional architecture* // ETSI TS 102 690 V2.1.1 (2013-10) [Електронний ресурс]. — Режим доступу: http://www.etsi.org/deliver/etsi_TS/102600_102699/102690/02.01.01_60/ts_102690v020101p.pdf.
20. *Интернет речей*. — Вікіпедія [Електронний ресурс]. — Режим доступу: http://uk.wikipedia.org/wiki/Интернет_речей.
21. *An Introduction to the Internet of Things (IoT). Part 1. of “The IoT Series”* // Lopez Research, November 2013 [Електронний ресурс]. — Режим доступу: https://www.cisco.com/web/solutions/trends/iot/introduction_to_IoT_november.pdf.
22. *Building Smarter Manufacturing With The Internet of Things (IoT). Part 2. of “The IoT Series”* // Lopez Research, January 2014 [Електронний ресурс]. — Режим доступу: http://cdn.iotwf.com/resources/6/iot_in_manufacturing_january.pdf
23. *Industrial Internet*. — Вікіпедія [Електронний ресурс]. — Режим доступу: http://en.wikipedia.org/wiki/Industrial_Internet.
24. *Industrial Internet Insights report for 2015* // Accenture [електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://www.accenture.com/sitecollectiondocuments/pdf/accenture-industrial-internet-changing-competitive-landscape-industries.pdf>.
25. *Peter C. Evans and Marco Annunziata*. *Industrial Internet: Pushing the Boundaries of Minds and Machines* / C. Peter // GE, November 26, 2012 [Електронний ресурс]. — Режим доступу: http://www.ge.com/sites/default/files/Industrial_Internet.pdf.
26. *Terzidis Orestis*. *The Internet of Services and USDL* [Електронний ресурс] / Orestis Terzidis, Daniel Oberle, Kay Kadner. — Режим доступу: <http://www.w3.org/2011/10/integration-workshop/p/USDLPaper.pdf>.
27. *Nixon Lyndon*. *The Future of the Internet of Services for Industry: the ServiceWeb 3.0 Roadmap* [Електронний ресурс] / Lyndon Nixon, Graham Hench, Dave Lambert, Agata Filipowska, Elena Simperl. — Режим доступу: http://www.serviceweb30.eu/cms/index.php/resources/doc_download/103-the-future-of-the-internet-of-services-for-industry-the-serviceweb-30-roadmap.pdf.
28. *Sabo Filip*. *A comparison of the status in Europe and the USA* [Електронний ресурс] / Filip Sabo // *Industry 4.0*. — Режим доступу: http://www.marshall-plan.at/images/FHKufstein_SaboFilip.pdf.

Надійшла 24.08.2015

АНАЛІЗ ОСОБЛИВОСТЕЙ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОННИХ СХЕМ У ПРОГРАМНОМУ КОМПЛЕКСІ SIMULINK НА ПРИКЛАДІ ТРАНЗИСТОРНОГО ПІДСИЛЮВАЧА

І.В. МЕЛЬНИК

Розглянуто засоби моделювання програмного комплексу Simulink на прикладі моделі транзисторного підсилювача, який зібрано за схемою із загальним емітером. Показано, що для створення моделей компонент електронних схем найбільш важливими є математичні блоки, а для моделювання електричних з'єднань зручно використовувати моделі електричних та електронних компонент. Для моделювання складних електронних схем доцільно використовувати блочно-ієрархічний підхід. Показано, що засоби моделювання програмного комплексу Simulink є дуже ефективними для побудови моделей електронних схем і можуть становити реальну альтернативу засобам моделювання сучасних схемотехнічних систем автоматизованого проектування.

ВСТУП

Натепер існує велика кількість спеціалізованих систем автоматизованого проектування (САПР), призначених для моделювання простих та складних електронних схем. Серед них особливо слід відзначити САПР OrCAD, яка дозволяє аналізувати перехідні процеси в цифрових та аналогових електронних схемах на етапі їх проектування, а також їх часові, амплітудно-частотні та фазо-частотні характеристики. Схемотехнічні САПР можуть аналізувати чутливість схеми (реакцію на невеликі зміни вхідного сигналу та елементів схеми), спектри сигналів у будь-яких вузлах схеми та отримувати інформацію про інші важливі особливості роботи модельованої електронної схеми [1]. Іншою важливою відмітною рисою схемотехнічних САПР є те, що вони мають величезні бібліотеки різноманітних електронних компонентів, що значно спрощує їх використання під час проектування реальних електронних схем.

Проте варто відзначити, що використовувані засоби схемотехнічного проектування мають також низку істотних недоліків, серед яких насамперед необхідно відзначити такі:

- складність математичного опису моделей електронних компонент, які формуються;
- складність розвитку бібліотек (існуючі бібліотеки компонент не завжди влаштовують проектувальників);
- відсутність системного підходу до опису моделей електронних компонент.

У цілому зазвичай всі проекти схемотехнічних САПР мають описовий характер, а можливості використання в них ієрархічного підходу та сучасних засобів модульного програмування є вкрай обмеженими. Усі моделі компонент через відсутність у схемотехнічних САПР математичних блоків

описуються декларативно з використанням засобів лінгвістичного програмування, а сучасні засоби візуального програмування застосовуються лише для формування моделей електронних схем із моделей компонент. Указані недоліки дещо ускладнюють опис складних електронних схем та систем з використанням засобів сучасних схемотехнічних САПР.

ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ

Натепер існує велика зацікавленість у використанні для моделювання сучасних складних електронних схем програмних засобів, орієнтованих на системне моделювання, серед яких особливе місце посідає програмний комплекс Simulink [2–4]. Перевагою цього підходу є можливість опису логіки роботи складних схем та систем в ієрархічних проектах з використанням засобів модульного програмування через створення підсистем. Математичні моделі електронних компонент у Simulink можна легко створювати за допомогою блоків математичних бібліотек; для цього використовуються сучасні засоби візуального програмування.

Програмні комплекси, призначені для системного моделювання, мають спеціальні засоби, використовувані для експертної оцінки надійності та якості спроектованої електронної апаратури [2–4]. Важливою тут також є можливість використання апарату нечіткої логіки та подвійного моделювання, що дозволяє аналізувати роботу електронних схем як реакцію на конкретні події з урахуванням імовірності їх появи. Це дозволяє у динамічному режимі змінювати логіку програмування сучасних електронних схем з огляду на специфіку та особливості їх функціонування.

Проте можливості використання наявних засобів моделювання, програмного комплексу Simulink для аналізу та синтезу електронних схем дотепер ще не вивчені досконало.

Мета роботи — аналіз таких можливостей на прикладі побудови відносно простої моделі транзисторного підсилювача.

ОПИСАННЯ ЗАСОБІВ ПРОГРАМНОГО КОМПЛЕКСУ SIMULINK, ЯКІ ВИКОРИСТОВУЮТЬСЯ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ ЕЛЕКТРОННИХ СХЕМ

Головними блоками програмного комплексу Simulink, які можуть бути використані для моделювання електронних схем та систем, є такі [2–4]:

- блоки моделей сигналів;
- блоки моделей реєструвальних пристроїв;
- математичні блоки, які можуть бути використані для створення моделей нових компонентів;
- блоки нелінійних систем та дискретних сигналів, які містять моделі таких електронних пристроїв, як комутатор, мультиплексор, квантувальний пристрій, обмежувач сигналу та інших досить складних функціональних пристроїв, за допомогою яких будуються сучасні електронні схеми та системи;

- блоки математичної логіки для аналізу особливостей роботи цифрових електронних схем;
- блоки електронних таблиць для створення моделей електронних компонент за експериментальними або довідковими даними;
- блоки для аналізу перехідних процесів у системах керування;
- блоки електричних та електронних компонент.

Засоби програмного комплексу Simulink, призначені для моделювання електронних схем та систем, постійно розширюються. Зокрема, у нових версіях системи додано блоки аналізу сигналів та зображень, а також блоки для моделювання телекомунікаційних систем та систем надвисоких частот [2]. Із засобів проектування, які наявні у програмному комплексі Simulink, для опису електронних схем можна ефективно використовувати засоби створення підсистем [2–4].

Важливим є також установлення зв'язків між моделями сигналів та моделями електронних компонентів. Річ у тім, що безпосередньо подати сигнал на електричну або електронну схему у програмному комплексі Simulink неможливо, проте можна подати сформований засобами системного моделювання сигнал на джерело напруги або на джерело струму, яке керується сигналом. Саме ці блоки дозволяють у Simulink зв'язувати моделі сигналів із моделями компонент електричних та електронних схем. Крім цього, у Simulink не існує окремих моделей опору, ємності та індуктивності, проте їх можна легко створити на основі існуючих моделей послідовного та паралельного RLC-контурів. Наприклад, для створення моделі опору за допомогою паралельного контуру достатньо задати необхідне значення опору, значення ємності взяти нульовим, а значення індуктивності — рівним нескінченності. Така модель опору буде працювати як для постійної, так і для змінної напруги. Вікно програми Simulink для створення відповідної моделі показано на рис. 1 [2, 4].

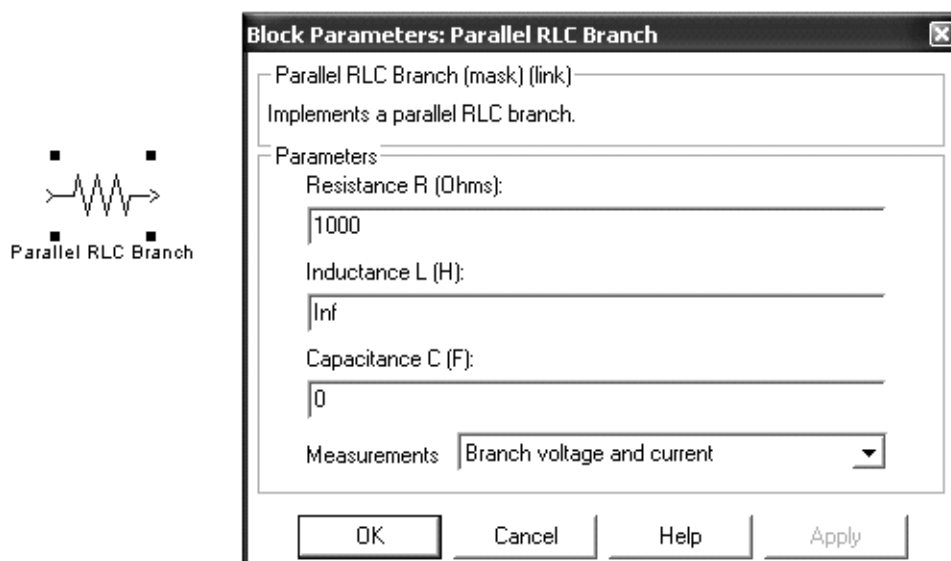


Рис. 1. Приклад створення моделі опору у програмному комплексі Simulink

Аналогічно створюються моделі ємності та індуктивності. Наприклад, вікно для створення моделі ємності показано на рис. 2.

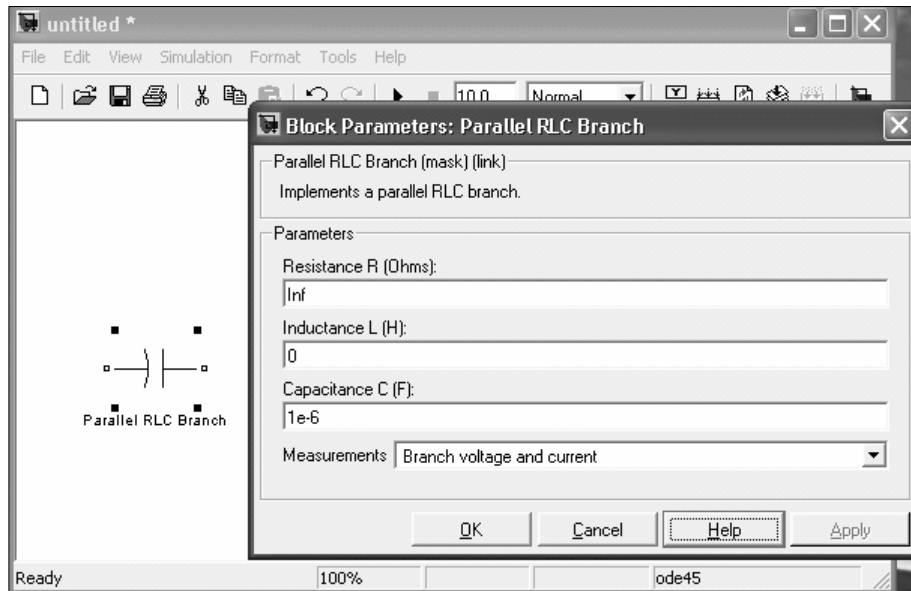


Рис. 2. Приклад створення моделі ємності у програмному комплексі Simulink

Для створення моделей нових компонент на основі їх математичного опису можуть бути використані математичні блоки та засоби візуального програмування. Для опису складних схем зручно використовувати моделі підсистем. Далі розглянуто приклад побудови за допомогою засобів програмного комплексу Simulink моделі транзисторного підсилювача, який складено за схемою із загальним емітером [5].

ОПИСАННЯ СХЕМИ, ЯКА МОДЕЛЮЄТЬСЯ, ТА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ БІПОЛЯРНОГО ТРАНЗИСТОРА

Принципову схему модельованого транзисторного підсилювача показано на рис. 3. Вхідний каскад підсилювача містить фільтрувальну ємність C_1 та подільник напруги R_1, R_2 для подавання зміщення на базу біполярного транзистора. Живлення підсилювача забезпечується через коло резисторів R_3, R_4 та ємність C_2 , яка призначена для фільтрування змінної складової у колі живлення транзистора. Навантаження підсилювача на схемі, зображений на рис. 3, показано у вигляді опору R_H та ємності C_H , тобто передбачається, що навантаження має резистивно-ємнісний характер.

Для формування моделі схеми, показаної на рис. 3, у програмному комплексі Simulink необхідно спочатку записати математичну модель для біполярного транзистора VT1. Ця модель має описувати залежність струму бази I_b від напруги на базі U_{be} та від напруги на колекторі U_{ce} . Для схеми, яка моделюється, скористаємося відомою моделлю Еберса–Мола, яка у загальному вигляді записується через систему рівнянь [5, 6]:

$$I_e = I'_{e0} \left(\exp\left(\frac{U_e}{\phi T}\right) - 1 \right) - \alpha_{0I} I'_{k0} \left(\exp\left(\frac{U_k}{\phi T}\right) - 1 \right);$$

$$I_k = \alpha_{0N} I'_{e0} \left(\exp\left(\frac{U_e}{\phi T}\right) - 1 \right) - I'_{k0} \left(\exp\left(\frac{U_k}{\phi T}\right) - 1 \right); \quad (1)$$

$$I_{\phi} = (1 - \alpha_{0N}) I'_{e0} \left(\exp\left(\frac{U_e}{\phi T}\right) - 1 \right) - (1 - \alpha_{0I}) I'_{k0} \left(\exp\left(\frac{U_k}{\phi T}\right) - 1 \right),$$

де I_{ϕ} — струм бази; I_e — струм емітера; I_k — струм колектора; I_{e0} — зворотний струм емітерного переходу транзистора; I_{k0} — зворотний струм колекторного переходу транзистора; α_{0N} — статичний коефіцієнт передавання струму для нормального ввімкнення транзистора; α_{0I} — статичний коефіцієнт передавання струму для інверсного ввімкнення транзистора; U_T — тепловий потенціал; I'_{e0} та I'_{k0} — теплові струми емітерного та колекторного переходів, які обчислюються таким чином [5, 6]:

$$I'_{e\phi 0} = \frac{I_{e0}}{1 - \alpha_{0N} \alpha_{0I}}; \quad I'_{k\phi 0} = \frac{I_{k0}}{1 - \alpha_{0N} \alpha_{0I}}. \quad (2)$$

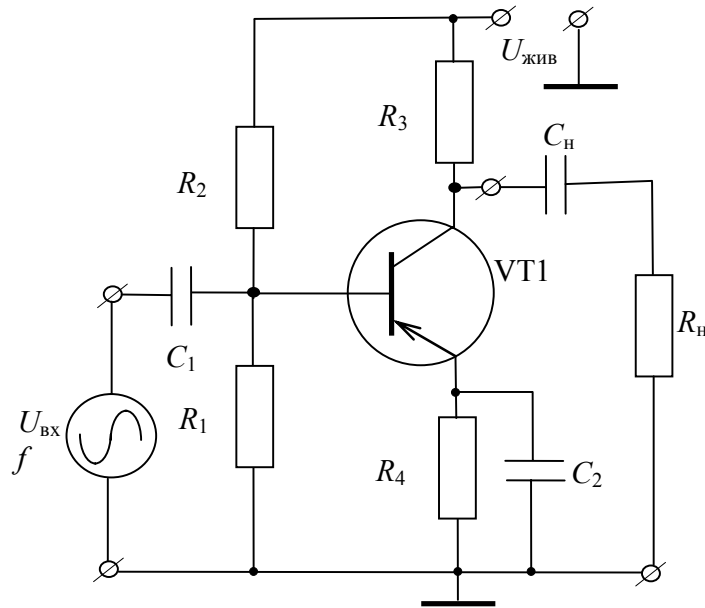


Рис. 3. Схема транзисторного підсилювача із загальним емітером

Недоліком системи рівнянь (1) і (2) щодо її практичного використання є складність обчислення коефіцієнтів α_{0N} та α_{0I} . Виходячи зі співвідношень (1), (2), можна записати спрощений вираз для струму бази I_{ϕ} , який використано у цій роботі для побудови моделі біполярного транзистора у системі Simulink [5]:

$$I_{\bar{6}} = I_e - I_k = I_{e0}(1 - \alpha) \left(\exp\left(\frac{U_{\bar{6}e} + h_{12}U_{ke}}{U_T}\right) - 1 \right) + I_{k0} \left(\exp\left(\frac{U_{\bar{6}e} - U_{ke}}{U_T}\right) - 1 \right), \quad (3)$$

де α — коефіцієнт передавання струму емітера; h_{12} — коефіцієнт зворотного зв'язку. Рівняння (3) записано на підставі третього рівняння системи (1).

У тому випадку, коли параметри транзистора α та h_{12} , задані у формулі (3), невідомі, проте відомі його перехідні характеристики, можна подати ці характеристики у вигляді таблиці та використати блоки апроксимації електронних таблиць програмного комплексу Simulink, які дозволяють знаходити прості аналітичні вирази для табульованих значень функції [2, 3].

ПОБУДОВА МОДЕЛІ БІПОЛЯРНОГО ТРАНЗИСТОРА У ПРОГРАМНОМУ КОМПЛЕКСІ SIMULINK

Будемо будувати модель біполярного транзистора за допомогою блоків математичних функцій. У цьому випадку головними блоками, які будуть використовуватися, є блоки елементарних математичних операцій, а саме: суматор, помножувач та подільник. Блоки додавання і множення у програмному комплексі Simulink є універсальними та багатофункціональними. Багатофункціональність цих блоків полягає у тому, що функцію віднімання можна виконати за допомогою суматора, а функцію ділення — за допомогою помножувача, якщо змінити призначення їх входів [2, 3]. Крім цих двох блоків, у моделі транзистора, яка формується, використано блок експоненціальної функції та блок підсилювача, який у цьому випадку виконує функцію множення сформованої функціональної залежності на задане число. Таке наочне подання математичних функцій у вигляді графічних зображень окремих блоків та встановлених між ними зв'язків називається візуальним програмуванням [2, 3]. Розглянемо головні переваги такого подання математичних функцій у вигляді графічних схем.

1. Наочність та простота формування математичних моделей на відміну від засобів лінгвістичного програмування.

2. Можливість використання блочно-системного та ієрархічного підходів для встановлення зв'язків між окремими блоками алгоритму, що у багатьох випадках спрощує аналіз обчислювальних особливостей алгоритму та прискорює формування графічного подання його обчислювальної схеми засобами програмного комплексу Simulink.

3. Програмний комплекс Simulink повністю інтегрований із системою науково-технічних розрахунків MatLab. Це дає можливість не обмежуватись спрощеними математичними моделями, а включати у проекти аналізу електронних схем складні математичні розрахунки, зокрема ітераційні. У цьому випадку складні математичні алгоритми можуть бути реалізовані засобами лінгвістичного програмування системи MatLab [2, 3].

4. Простота формування моделей однотипних компонент, наприклад діодів або транзисторів, через зміну параметрів їх математичної моделі.

Як впливає із сформульованих положень засоби візуального програмування програмного комплексу Simulink, призначені для формування математичних моделей, є дещо обмеженими. Тому для виконання більш складних обчислень часто доводиться використовувати більш розвинені засоби лінгвістичного програмування системи MatLab (у цьому випадку зв'язок між програмними комплексами Simulink та MatLab формується за допомогою відповідних блоків програмування [2, 3]). Проте в останніх версіях Simulink розробники ввели додаткові можливості для опису з використанням засобів візуального програмування розгалужених та циклічних обчислювальних процесів, що значно розширило інструментальні засоби Simulink, призначені для створення нових ускладнених математичних моделей методами візуального програмування. Тут особливо цікавими є засоби подійного моделювання StateFlow, які дозволяють описувати стани складної системи з використанням діаграм станів, теоретичним підґрунтям для яких є методи теорії ймовірностей та ланцюги Маркова [2, 3].

Узагальнену математичну модель біполярного транзистора, яка побудована за допомогою графічних засобів програмного комплексу Simulink, показано на рис. 4, а параметричну модель транзистора, побудовану на основі цієї узагальненої моделі з використанням математичних блоків програмного комплексу Simulink, — на рис. 5.

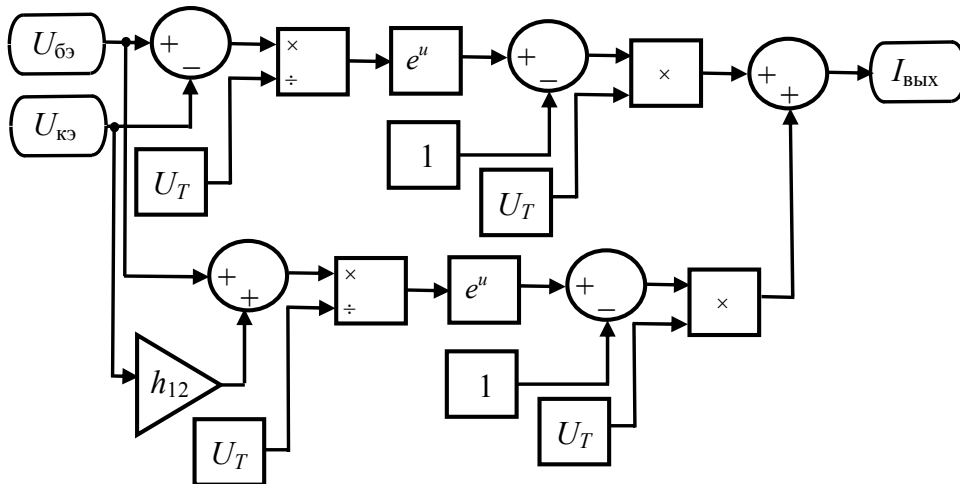


Рис. 4. Узагальнена математична модель біполярного транзистора

Відмітною рисою побудованої моделі біполярного транзистора є те, що її реалізовано у вигляді підсистеми, і її параметри легко змінити через діалогове вікно [2; 3]. Крім цього, модель електронних компонентів, яка реалізована у вигляді підсистеми, має входи та виходи (рис. 5), що значно спрощує побудову на її основі моделей електронних схем. Реальні параметри моделі, заданої співвідношенням (3), для використовуваного транзистора можна взяти із довідкової літератури. Для наведеного прикладу всі числові значення взято для транзистора КТ 361 А [7].

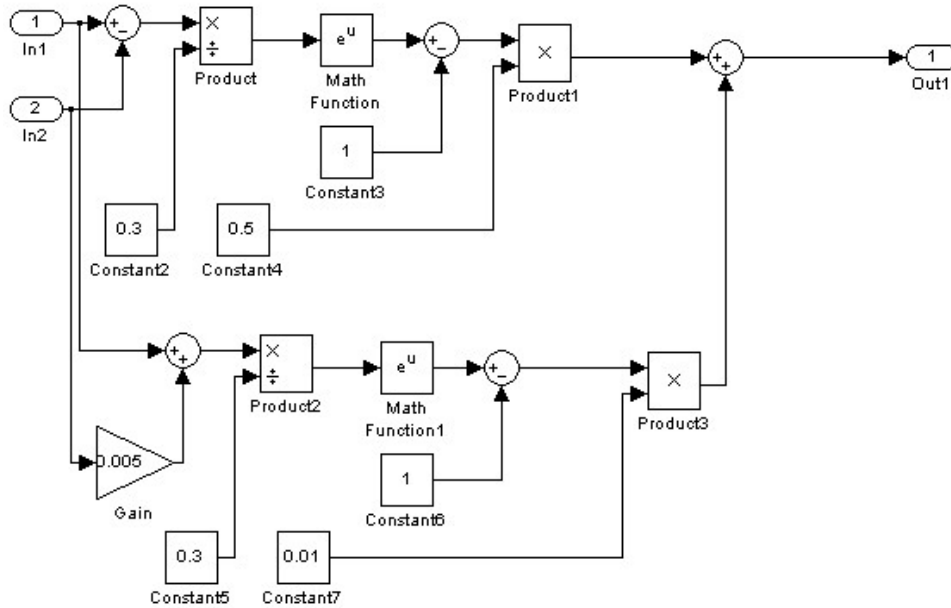


Рис. 5. Математична модель біполярного транзистора із заданими параметрами, яку побудовано з використанням засобів візуального програмування програмного комплексу Simulink

ПОБУДОВА МОДЕЛІ СХЕМИ ТРАНЗИСТОРНОГО ПІДСИЛЮВАЧА

Модель біполярного транзистора (рис. 5) може бути використано для побудови моделі схеми транзисторного підсилювача (рис. 3). Іншими елементарними моделями, які необхідно використати для побудови моделі схеми підсилювача, є моделі джерел постійної та змінної напруг, а також моделі блоків компонент електричних схем [2–4]. Описуючи схему підсилювача (рис. 3), варто мати на увазі, що на базу транзистора для встановлення його робочого режиму подається постійна напруга, яка обчислюється із співвідношення [5]:

$$U_{\text{бе}} = \frac{U_{\text{жив}} R_1}{R_1 + R_2}.$$

Вихідний каскад підсилювача можна подати у вигляді спрощеної еквівалентної схеми (рис. 6) [4].

Транзисторний підсилювач, схему якого показано на рис. 3, у програмному комплексі Simulink можна подати у вигляді графічної моделі (рис. 7).

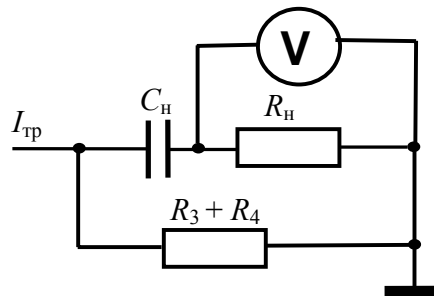


Рис. 6. Електрична модель вихідного каскаду транзисторного підсилювача

Розглянемо головні особливості побудови моделі, зображеної на рис. 7.

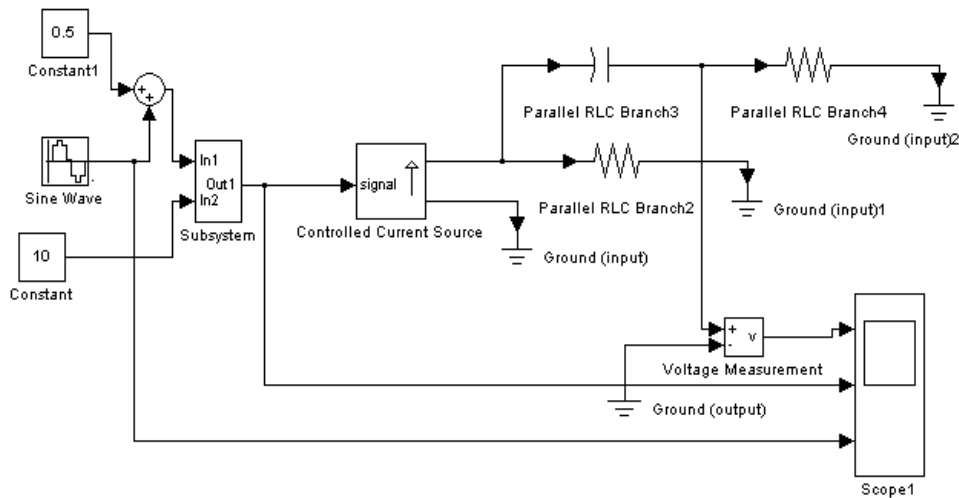


Рис. 7. Моделі транзисторного підсилювача, який побудовано за схемою із загальним емітером, створена у програмному комплексі Simulink

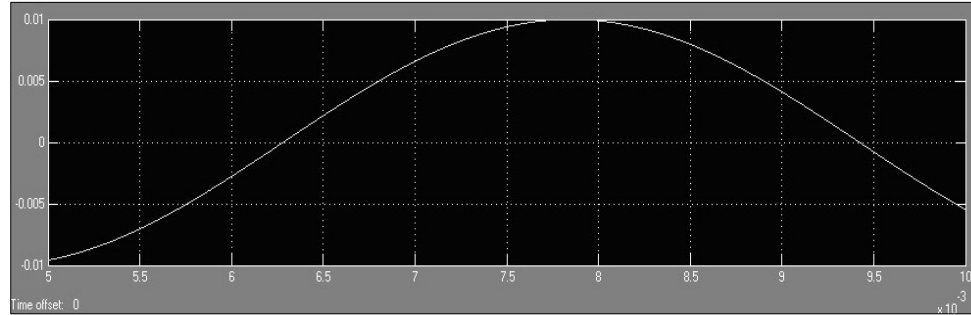
1. Напруга зміщення на базі та напруга живлення схеми задаються числовими константами у сигнальній моделі, а вхідний сигнал описується синусоїдальною залежністю [2, 3].
2. Модель транзистора, яку зображено на рис. 5, у цьому проекті, виконано у вигляді підсистеми. Це дозволяє зробити модель цього приладу досить універсальною, і її модель можна використовувати у різних проектах для різних типів транзисторів, змінюючи лише її параметри. Параметри моделі транзистора змінюються досить просто — через діалогове вікно користувача [2, 3].
3. Модель вихідного каскаду підсилювача виконано у вигляді еквівалентної схеми, показаної на рис. 6.
4. Для переходу від інформаційно-сигнальних моделей до моделей електричних компонент як перехідну ланку використано модель джерела струму, що керується сигналом [2].
5. Для спостереження сигналів у різних вузлах схеми та аналізу результатів моделювання використано блок вольтметра та блок осцилографа [2, 3].

АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ МОДЕЛЮВАННЯ

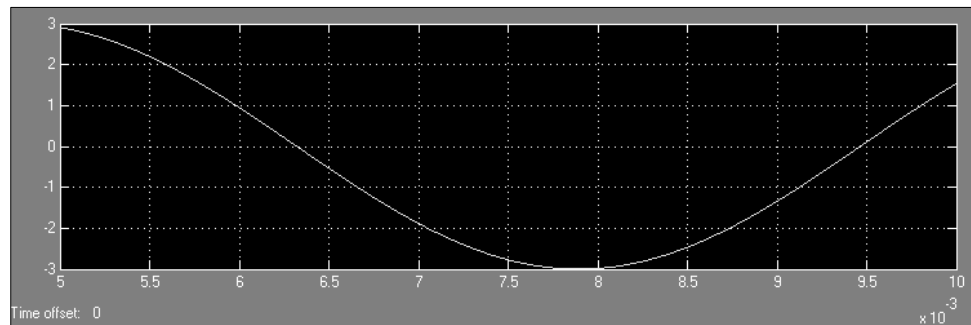
Результати моделювання транзисторного підсилювача подано на рис 8. Зрозуміло, що в обраному діапазоні робочої напруги немає спотворень сигналу, і в разі амплітуди вхідного сигналу 0,01 В напруга на виході підсилювача перевищує 2В. Зсув фази сигналу на виході зумовлено впливом ємності C_H та особливостями роботи підсилювача [5]. Розрахунки виконано для таких параметрів схеми: $U_{жив} = 10\text{ В}$, $R_1 = 100\text{ Ом}$; $R_2 = 1,9\text{ Ом}$; $R_3 = 400\text{ Ом}$; $R_4 = 600\text{ Ом}$; $C_H = 1\text{ мкФ}$; $R_H = 10\text{ кОм}$.

Із прикладу, який розглянуто у роботі, зрозуміло, що моделі електронних схем, побудованих у програмному комплексі Simulink, мають низку

переваг порівняно із моделями, побудованими з використанням засобів схемотехнічних САПР. Головною з цих переваг є можливість ефективної побудови та використання у робочих проектах математичних моделей компонент електронних схем. У тих випадках, коли засоби математичних бібліотек Simulink є недостатніми, можна використовувати більш розширені математичні бібліотеки програмного комплексу MatLab [2, 3].



а



б

Рис. 8. Часові залежності для вхідного (а) та вихідного (б) сигналів для модельованого транзисторного підсилювача

Іншою важливою перевагою засобів моделювання програмного комплексу Simulink є можливість побудови ієрархічних моделей з використанням підсистем. Ця функція пакета Simulink значною мірою розширює можливості для моделювання складних систем, особливо з урахуванням того, що внутрішні параметри моделей електронних компонент можна змінювати з використанням графічного інтерфейсу користувача.

Крім цього, можна користуватися готовими моделями електричних компонент бібліотеки SimPowerSystems [2–3]. У цьому разі для узгодження інформаційних моделей та моделей електричних сигналів використовуються моделі джерела напруги, керованого сигналом, та джерела струму, керованого сигналом [3, 4]. Моделі, які побудовано з використанням засобів візуального програмування програмного комплексу Simulink, є досить простими та зрозумілими для будь-якого інженера-проектувальника. У них вдало поєднано використання розвинутого математичного апарату, системний підхід і засоби моделювання електричних та електронних схем. Особливо ефективним є використання засобів моделювання програмного комплексу Simulink у разі проектування сучасних складних багатофункціональних електронних схем. Під час створення таких моделей необхідно об'єднувати описання

законів функціонування електронних схем та логічних алгоритмів, яким підпорядковується їх робота у складі системи. Зокрема, саме такий підхід до моделювання є дуже ефективним для описання роботи електронних пристроїв, побудованих на базі мікропроцесорів та мікроконтролерів.

ВИСНОВКИ

Розглянуті у цій роботі на прикладі моделювання транзисторного підсилювача засоби проектування електронних схем програмного комплексу Simulink є досить простими та універсальними. Основними їх перевагами є розвинені математичні бібліотеки, можливість використання блочно-ієрархічного системного підходу, а також наявність великої бібліотеки компонент електричних та електронних схем. Для побудови складних математичних моделей електронних компонент можна користуватися математичними бібліотеками та засобами програмування системи науково-технічних розрахунків MatLab, яка разом із Simulink є єдиним програмним комплексом. Засоби моделювання програмного комплексу Simulink досить прості та зрозумілі для інженерів-проектувальників, оскільки їх побудовано за технологією та методами візуального програмування. Для моделювання роботи цифрових схем у Simulink існують окремі бібліотеки. Особливо ефективним є використання програмного комплексу Simulink для проектування складних сучасних електронних схем із програмованою логікою, зокрема мікропроцесорних та мікроконтролерних систем.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Разевиг В.Д.* Система проектирования OrCAD 9.2 / В.Д. Разевиг — М.: Солон – Пресс, 2003. — 528 с.
2. *Дьяконов В.П.* Simulink 5/6/7: Самоучитель / В.П. Дьяконов. — М.: ДМК – Пресс, 2008. — 784 с.
3. *Дьяконов В.П.* MatLab 6/6.1/6.5 Simulink 4/5. Основы применения / В.П. Дьяконов. — М.: Солон – Пресс, 2002. — 768 с.
4. *Дьяконов В.П.* MatLab и Simulink в электроэнергетике: справ. / В.П. Дьяконов, А.А. Пеньков. — М.: Горячая линия, Телеком. — 2009. — 816 с.
5. *Тицше У.* Полупроводниковая схемотехника / У. Тицше, К. Шенк. — М.: Мир, 1982. — 736 с.
6. *Автоматизация проектирования БИС: практ. пособие.* — В 6 кн. Книга 5. Физико-топологическое моделирование структур элементов БИС / В.Я. Кремлёв под ред. Г.Г. Казеннова. — М.: Высш. шк., 1990. — 144 с.
7. *Транзисторы для аппаратуры широкого применения: справ.* / К.М. Брежнева, Е.И. Гантман, Т.И. Давыдова, Г.Г. Коровин; под ред. Б.Л. Перельмана. — М.: Радио и связь, 1981. — 656 с.

Надійшла 25.11.2014

СКЛАДАННЯ РОЗКЛАДУ ДЛЯ ГРАФІВ СИНХРОННИХ ПОТОКІВ ДАНИХ

А.М. СЕРГІЄНКО, В.П. СІМОНЕНКО

Розглянуто задачу складання розкладу для алгоритму, який заданий графом синхронних потоків даних (ГСПД). Запропоновано метод складання періодичного розкладу ГСПД з періодом L тактів, оснований на перетворенні його у просторовий ГСПД, вершини якого мають координати місця та моменту виконання відповідних операторів алгоритму. На координати просторового ГСПД накладено обмеження: оператори, які виконуються в одному процесорному елементі, не повинні мати однакові такти свого виконання, які взято за модулем L . Завдяки цьому ГСПД відображається у спеціалізованій обчислювач, який виконує алгоритм у конвеєрному режимі з оптимізованою завантаженістю ресурсів. Показано алгоритм пошуку субоптимального розкладу на основі просторового ГСПД.

ВСТУП

У персональних комп'ютерах, засобах мобільного зв'язку, пристроях цифрового оброблення сигналів та багатьох інших реалізовано програми і спецпроцесори, які виконують обчислювальні процеси, що повторюються з періодом, який збігається з інтервалом надходження вхідних даних. Ці процеси виконуються за алгоритмами, які обробляють дані, організовані у потоки. Такі алгоритми доцільно задавати на моделі графу потоків даних. Граф потоку даних — це напрямлений граф, вершини якого — актори — виражають операції, а дуги — потоки, через які передаються дані. У праці [1] запропоновано класифікацію різних моделей графу потоку даних, серед яких виділяються графи синхронних потоків даних (ГСПД, Synchronous Dataflow — SDF). У ГСПД кожним актором під час виконання алгоритму генерується і використовується кількість змінних, які є незмінними від циклу до циклу [2, 3].

Розрізняють однорідні ГСПД (homogeneous SDF) і неоднорідні ГСПД (multirate SDF). В останніх кількість змінних, які використані та згенеровані кожною вершиною протягом одного циклу, може бути більшою за одиницю, унаслідок чого вони мають більш компактну форму задання алгоритму [4]. Для спрощення аналізу неоднорідного ГСПД та на його основі синтезу обчислювальних пристроїв граф найчастіше перетворюють в еквівалентний однорідний ГСПД [4, 5]. У роботі розглядаються лише однорідні ГСПД.

Граф синхронних потоків даних має пряму аналогію з певним обчислювальним пристроєм. Логічні блоки такого пристрою відповідають вершинам

ГСПД, лінії зв'язку — дугам графу, а регістри операндів — затримкам у дугах. Тому ГСПД часто використовують для одиничного відображення алгоритму у структуру спеціалізованого обчислювального пристрою, яка часто буває неоптимальною. Для пошуку оптимального структурного або програмного розв'язку необхідно скласти розклад виконання алгоритму в моделі ГСПД. У роботі розглядається метод складання розкладу на основі просторового ГСПД, який забезпечує швидкий пошук як ефективного розкладу, так і структури обчислювального пристрою.

СКЛАДАННЯ РОЗКЛАДУ ДЛЯ ГСПД

Розглянемо приклад тестового алгоритму обчислення диференціального рівняння $y'' + bxy' + cy = 0$ [6,7]. Його розв'язують за алгоритмом:

```

i = 0;
while (xi < a) do
    xi+1 = xi + dx;
    ui+1 = ui - b*xi*ui*dx - c*yi*dx;
    yi+1 = yi + ui*dx;
    i = i + 1;
end;
    
```

(1)

де i — номер ітерації; a, b, c, dx — константи. Алгоритм зупиняється, тобто переривається запис у регістри змінних x_i, u_i, y_i із досягненням межі $x_i \geq a$.

Цей алгоритм зображено як ГСПД на рис. 1. На ньому знаками «+», «×», кружечком і товстою крапкою позначено вершини множення на коефіцієнт, додавання, подання $(i+1)$ -х та i -х змінних відповідно. Пунктирними стрілками позначено дуги міжітераційної залежності, які навантажені затримками, позначеними товстими відрізками.

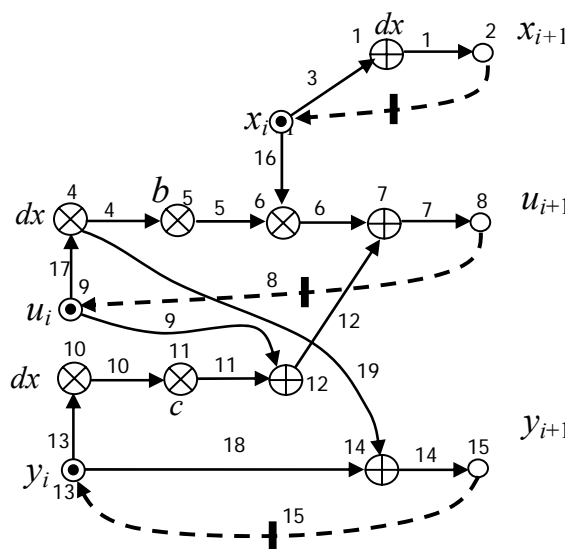


Рис. 1. Граф синхронних потоків розв'язання диференціального рівняння

Змінні у ГСПД позначаються мітками. Виконання алгоритму в ГСПД полягає у переміщенні міток уздовж дуг, спрацьованні вершин, якщо на їх входах є мітки, та видачі цих міток на виходи вершин. Мітка в дузі, яка навантажена затримками, затримується в ній на відповідну кількість ітерацій. Чергова ітерація закінчується в момент, коли мітки повертаються у початкові вершини, наприклад, позначені на рис. 1 порожнім кружечком.

За одиничного відображення ГСПД у структуру пристрою цикл виконання однієї ітерації дорівнює од-

ному такту. При цьому розклад виконання алгоритму визначається поведінкою ГСПД та затримками логічних схем, у які відображаються вершини графу. Але через велику довжину критичного шляху і великі апаратні витрати такий розклад не є раціональним. У цьому прикладі довжина критичного шляху дорівнює $T_C = 3t_M + t_A$, де t_M , t_A — затримки помножувача та суматора відповідно.

Пошук можливих розкладів виконання ГСПД є одним з етапів задачі синтезу конвеєрного обчислювального пристрою, який найчастіше розв'язують шляхом виконання, крім етапу розкладу, етапів вибору множини ресурсів, призначення операцій на ресурси, побудови структури обчислювача і його блока керування, а також вибору обчислювального пристрою, який є оптимальним за заданим критерієм.

Найбільш відомі та вживані методи складання розкладу, які мають обмеження на ресурси або час виконання з урахуванням ациклічного алгоритму, що виконується одноразово. У розгляданому випадку — це ациклічний підграф ГСПД. Це такі методи, як метод спискового планування [9], складання розкладу напрямленим зусиллям [10]. Для конвеєрних обчислювальних пристроїв у працях [11, 12] запропоновано методи, у яких після спискового складання розкладу призначаються оператори на конвеєрні ресурси з урахуванням циклічного характеру обчислень. Використовують також метод відображення гнізда циклів у неконвеєрний обчислювальний пристрій з подальшим перетворенням його у конвеєрний пристрій [13]. Розклад завантаження регістрів обчислювального пристрою ефективно складати згідно з евристикою Тсенга [14] та методом лівої межі (left-edge scheduling) [15].

Для урахування циклічності виконання алгоритму розклад часто складають з використанням інтервального графу з циклічними дугами [16]. Для спрощення розв'язання задачі планування використовують різні евристики [17, 18] та методи ресинхронізації (retiming) [18, 19]. У праці [20] запропоновано побудувати періодичний граф залежності за даними, розмістити його у багатовимірному просторі як напрямлений граф і знаходити розклад як проекцію графу на часову вісь.

Складність багатоетапного синтезу обчислювального пристрою полягає в тому, що різні аспекти синтезу і етапи розроблення обчислювального пристрою — етапи вибору множини ресурсів, складання розкладу і призначення операцій на ресурси — істотно залежать один від одного. Кожен з етапів проектування не може бути виконаний незалежно так, щоб не зменшити можливості глобальної оптимізації обчислювального пристрою. Наприклад, мінімізація апаратних витрат при виборі ресурсів суперечить мінімізації тривалості циклу алгоритму для складання розкладу. Крім того, якщо за одиничного відображення алгоритму в структуру складність синтезу обчислювального пристрою оцінюється поліномом, то при відображенні з уповільненням у L разів задача синтезу стає NP-повною [8].

ПРОСТОРОВИЙ ГСПД ТА ЙОГО РОЗКЛАД

Задання розкладу для ГСПД означає призначення його вершинам моментів спрацювання. Структуру обчислювального пристрою можна отримати шляхом гомоморфного перетворення ГСПД у граф структури. Таке перетворення

означає склеювання вершин, оператори яких виконуються в одному процесорному елементі (ПЕ) пристрою, але в різні моменти часу [20].

Гомоморфне перетворення графу виконують, призначивши вершинам теги з номерами вершин ПЕ, де вони будуть виконуватися. Тоді у вершину ПЕ склеюються вершини з однаковими номерами. Отже, вершина ГСПД повинна мати тег з номером ПЕ, а також з моментом виконання оператора та його типом.

Теги вершин зображаються цілочисловими багатовимірними векторами \mathbf{K}_i . При цьому момент спрацювання задається як номер такту. Тоді ГСПД буде поданий в багатовимірному цілочисловому просторі. Відображення алгоритму полягає у призначенні елементам матриці K цих векторів певних значень і побудові структури пристрою з обчисленням критерію його оптимальності. Тоді оптимізація обчислювального пристрою полягає в побудові множини матриць K і виборі найбільш пріоритетної матриці за критерієм оптимальності.

У праці [21] описано метод синтезу обчислювального пристрою, у якому ГСПД подано у тривимірному цілочисловому просторі у вигляді конфігурації алгоритму $K_G = (K, D, A)$, де K — матриця векторів-вершин \mathbf{K}_i , що відповідають операторам алгоритму; D — матриця векторів-дуг \mathbf{D}_j , які виражають безпосередні інформаційні зв'язки між операторами; A — матриця інцидентності ГСПД. У векторі-вершині $\mathbf{K}_i = (k_i, s_i, t_i)^T$ координати k_i, s_i, t_i відповідають типу оператора, номеру процесорного елемента, де виконується цей оператор, і такту, у якому записується в реєстр результат цього оператора. Отже, вектори \mathbf{K}_i являють собою теги, що кодують властивості вершин ГСПД, і такий граф називається *просторовим ГСПД*.

Просторовий ГСПД розщеплюється на *просторову конфігурацію* $K_{GS} = (K_S, D_S, A)$ і *конфігурацію подій* $K_{GT} = (K_T, D_T, A)$, яким відповідають структура обчислювача та розклад виконання операторів. При цьому вектори $\mathbf{K}_i = (k_i, s_i, t_i)^T$ розкладаються на вектори $\mathbf{K}_{S_i} = (k_i, s_i)^T$, що відповідають координатам ПЕ, і вектори $\mathbf{K}_{T_i} = t_i$, які означають моменти виконання відповідних операторів у ПЕ \mathbf{K}_{S_i} . Тоді часова складова $\mathbf{D}_{T_j} = t_j$ вектора залежності \mathbf{D}_j дорівнює затримці t_j пересилання або оброблення відповідної змінної. Розклад виконання алгоритму — конфігурація подій, а його пошук — знаходження значень \mathbf{K}_{T_i} .

Можна вважати, що матриця K кодує деякий допустимий розв'язок, оскільки матриця D обчислюється за рівнянням

$$D = KA. \quad (2)$$

Пошук оптимального структурного рішення полягає у знаходженні такої матриці K , яка мінімізує заданий критерій якості, наприклад, такий, як у праці [21]. Для цього спочатку задаються координати векторів матриці D_0 , що забезпечують умови мінімального значення T_C , а координати векторів \mathbf{K}_i знаходяться із співвідношення

$$\mathbf{K} = D_0 A_0^{-1}, \quad (3)$$

де D_O — матриця векторів-дуг; A_O — матриця інцидентності кістяка ГСПД.

Для пошуку ефективних структурних рішень необхідно керуватися такими закономірностями.

Просторовий ГСПД є *коректним*, якщо в матриці K немає двох однакових векторів, тобто

$$\forall \mathbf{K}_i, \mathbf{K}_j \ (\mathbf{K}_i \neq \mathbf{K}_j, \ i \neq j). \quad (4)$$

Розклад виконання алгоритму з тривалістю ітерації в L тактів є *коректним*, якщо оператори, які відображаються в один і той самий ПЕ, виконуються в різних тактах, тобто

$$\forall \mathbf{K}_i, \mathbf{K}_j \ (k_i = k_j, s_i = s_j) \Rightarrow t_i \not\equiv t_j \pmod{L}. \quad (5)$$

Причому наступний оператор виконується не раніше за попередній, тобто

$$\forall \mathbf{D}_j \neq \mathbf{D}_{D_j} \ (t_i \geq 0), \quad (6)$$

де \mathbf{D}_{D_j} — вектор-дуга межітераційної залежності $\mathbf{D}_{D_j} = (k_i, s_i, -wL)^T$, яка означає затримку на w циклів (ітерацій).

Однотипні оператори необхідно відображати в ПЕ одного й того самого типу, тобто

$$\mathbf{K}_i, \mathbf{K}_j \in K_{p,q} \ (k_i = k_j = p, s_i = s_j = q), \ |K_{p,q}| \leq L, \quad (7)$$

де $K_{p,q}$ — множина векторів-вершин операторів p -го типу, що відображаються в q -й ПЕ p -го типу ($q = 1, 2, \dots, q_{\max}^p$).

Дорівнювати нулю має також сума векторів-дуг \mathbf{D}_j , що входять у будь-який із циклів графу, включаючи дуги межітераційної залежності \mathbf{D}_{D_j} . Тоді для i -го циклу

$$\sum_j b_{i,j} \mathbf{D}_j = (0, 0, 0)^T, \quad (8)$$

де b_{ij} — елемент i -го рядка цикломатичної матриці ГСПД. Дуги межітераційної залежності $\mathbf{D}_{D_j} = (k_i, s_i, -wL)^T$ означають затримку на w циклів (ітерацій).

Отже, просторовий ГСПД являє собою об'єднання ациклічного графу, який виконує обчислення однієї ітерації, і множини дуг \mathbf{D}_{D_j} , які означають межітераційну затримку змінних на wL тактів.

У простому випадку кожен оператор алгоритму виконується за один такт. Такий випадок є натуральним у проектуванні конвеєрних обчислювальних пристроїв на рівні регістрових передач. Складні оператори можуть виконуватись за кілька тактів. Але, працюючи у конвеєрному режимі, відповідні їм ПЕ мають вигляд ланцюжка конвеєрних ступенів, кожний з яких виконує однократову затримку.

За цих умов пошук розкладу алгоритму полягає у такому. Необхідно призначити всім векторам-дугам $\mathbf{D}_i \in D_O$ координату $t_i = 1$, тобто встановити затримку в один такт і знайти K_T з відношення (3). Решту елементів матриці D_T знаходять з рівнянь (2) і (8). Якщо для деяких з них не справджується нерівність (6), то збільшують координату t_i певних векторів $\mathbf{D}_i \in D_O$ і повторюють пошук.

Решту координат векторів \mathbf{K}_i знаходять з умов (4)–(8). Таким чином, буде побудовано найбільш швидкий розклад, оскільки кожен оператор виконується за один такт і немає зайвих затримок. Якщо побудована матриця K не задовольняє критерій оптимальності, наприклад якихось ресурсів необхідно надто багато, то змінюють деякі вектори \mathbf{D}_i , які пов'язані з цими ресурсами або змінюють L і повторюють пошук розкладу.

Цілочислова оптимізація розкладу полягає в побудові ряду оптимізованих рішень та виборі найбільш переважного з них за заданим критерієм оптимальності. Кожне з таких рішень взаємно однозначно кодується матрицею K . Початкове оптимізоване рішення можна обчислити як розклад, отриманий за правилами, описаними вище. Решту оптимізованих рішень знаходять завдяки еквівалентним перетворенням просторового ГСПД, наприклад, за допомогою локальної перестановки векторів \mathbf{K}_i у просторі та взаємної перестановки таких векторів з урахуванням умов (4)–(8). Таким чином, відбувається сканування простору ефективних рішень. При цьому доречно використовувати відомі методи оптимізації, такі як метод гілок і меж, генетичний метод та ін.

ДОСКОНАЛИЙ КІСТЯК ГСПД

Під час формування розкладу ГСПД за методом просторового ГСПД під час пошуку решти векторів \mathbf{D}_{T_j} з рівняння (2) дуже ймовірна поява некоректного розкладу за умовою (6). Тому пошук розкладу залишається складною задачею комбінаторної оптимізації. Успішне складання розкладу за цим методом істотно залежить від вибору кістяка ГСПД. Щоб вибрати кістяк, який би забезпечував швидкий пошук оптимального розкладу, розглянемо фактори, що викликають появу некоректного розкладу.

По-перше, у графі може бути *стягувальна дуга*, тобто така, що замикає маршрут з кількох інших дуг, як наприклад, $\mathbf{D}_4 = \mathbf{D}_1 + \mathbf{D}_2 + \mathbf{D}_3$. При цьому, якщо стягувальна дуга входить у кістяк, можлива неприпустима ситуація, коли часові складові векторів-дуг, які з'єднує ця дуга, можуть бути від'ємними. Приклад такого випадку показано на рис.2, а, з якого видно, що якщо взяти вісь *ot* за вісь часу, то часова складова вектора \mathbf{D}_3 виявиться від'ємною.

По-друге, у графі є *поперечні дуги*, тобто такі дуги, які не є стягувальними, але додавання яких до кістяка утворює у графі контури, тобто вони не входять у кістяк за визначенням [23]. На рис. 2, б дуги \mathbf{D}_i , \mathbf{D}_k є альтернативними поперечними дугами. При цьому дуга \mathbf{D}_i входить до довшого марш-

руту. Якщо \mathbf{D}_i не входить до кістяка ГСПД, то після визначення розкладу за рівнянням (3) з виразу (2) випливає, що $\mathbf{D}_{T_i} < 0$, тобто такий розклад буде хибним. Отже, потрібно зважати на поперечні дуги, що входять у коротші маршрути, і вилучати їх з графу під час побудови кістяка.

Розглянемо такі поперечні дуги, наявність яких може призвести до хибного розкладу. Таку дугу назовемо *критичною поперечною дугою*. У графі можуть бути рівнозначні маршрути з однієї вершини в іншу, наприклад, як на рис. 2, в, де $\mathbf{D}_1 + \mathbf{D}_2 + \mathbf{D}_3 = \mathbf{D}_4 + \mathbf{D}_5 + \mathbf{D}_6$. Тут критичною поперечною дугою є така, що замикає рівнозначний маршрут в контур, тобто \mathbf{D}_3 або \mathbf{D}_6 . Також критичною поперечною дугою є така дуга, яка належить до контуру, котрий формує підграф з декількома вершинами-витоками. Типовий такий підграф зображено на рис. 1, з, для якого критичними дугами є всі дуги, які входять у стоки підграфу, тобто $\mathbf{D}_1, \dots, \mathbf{D}_4$.

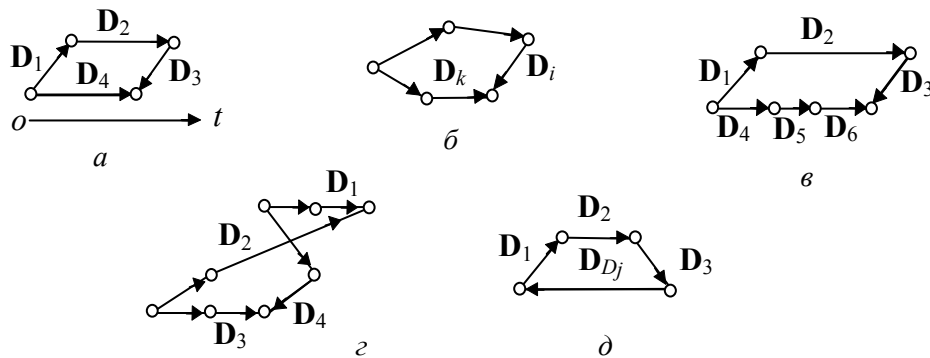


Рис. 2. Приклади підграфів для побудови кістяка

В обох випадках розглянуті підграфи належать до класу узгоджених графів. *Узгодженим графом* називають граф, у кожному циклі якого кількість дуг є парною, а сума цих векторів-дуг дорівнює нулю [20]. У кістяк необхідно включити повністю хоча б один з рівнозначних маршрутів. Тому, якщо в початковому графі відмітити всі критичні поперечні дуги, то частина їх обов'язково потрапить у результуючий кістяк, що може призвести до хибного розкладу. Тоді, щоб отримати коректний розклад, необхідно в кістяку відмітити вершини, у які заходять критичні поперечні дуги, і в процесі пошуку розкладу перевіряти і корегувати часові складові дуг, які заходять у відмічені вершини.

Критичні поперечні дуги ускладнюють задачу складання розкладу для ГСПД. Якщо у ГСПД немає таких дуг, то складність пошуку розкладу оцінюється трудністю обчислення формул (2) і (3), тобто як $O(n^2)$. Кожна додаткова критична поперечна дуга ускладнює цю задачу в середньому в $L/2$ разів, тобто за великої кількості таких дуг задача перетворюється у NP-повну. Для виконання комбінаторної оптимізації розкладу слід відмітити критичні поперечні дуги або вершини, у які вони входять.

По-третє, якщо алгоритм є циклічним, то цикли в ньому замикаються дугами міжітераційних залежностей \mathbf{D}_{D_j} , причому, наприклад, для графу, показаному на рис. 2, д, $\mathbf{D}_{D_j} = -(\mathbf{D}_1 + \mathbf{D}_2 + \mathbf{D}_3)$ і $\mathbf{D}_{DT_i} = -L$. Тобто для та-

кої дуги часова складова відома заздалегідь і вона не може бути змінена. Оскільки ця дуга замикає цикли, недоцільно залишати її у кістяку ГСПД.

Наведені фактори необхідно враховувати під час складання розкладу. Щоб таких урахувань було якомога менше, доцільно використовувати такий кістяк ГСПД, який спеціально підібраний для знаходження розкладу. Назвемо такий кістяк *досконалим*. Таким чином, можна сформулювати таке визначення.

Досконалий кістяк — це кістяк ГСПД, у якому: а) немає стягувальних дуг, б) немає дуг міжітераційних залежностей, в) дуги входять у найдовші маршрути, г) відмічені вершини, у які заходять критичні поперечні дуги.

У праці [23] запропоновано алгоритм побудови досконалого кістяка ГСПД і доведено такі твердження.

Твердження 1. До досконалого кістяка належить критичний шлях алгоритму.

Твердження 2. Розклад, побудований на основі досконалого кістяка і рівняння (3), належить до розкладу, складеного за принципом найшвидшого призначення операторам моментів виконання (ASAP).

ПРИКЛАД ПОШУКУ РОЗКЛАДУ ГСПД

Щоб оцінити дієвість методу, розглянемо пошук розкладу для ГСПД (див. рис. 1). У досконалому кістяку цього ГСПД (рис. 3) вектор-дуга D_B з'єднує початок системи координат з довільною вершиною. Вона штучно додана для того, щоб кількість дуг у кістяку збігалась з кількістю вершин. Це є умовою того, що рівняння (3) є невиродженим.

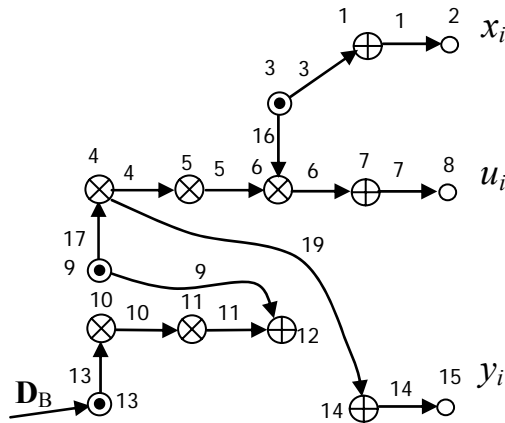


Рис. 3. Досконалий кістяк для ГСПД (див. рис. 1)

У цьому прикладі, як у тестовому, використовуються суматори, що мають затримку в один такт, та конвеєрні блоки множення із затримкою у два такти. З урахуванням цього складається матриця затримок дуг кістяка:

$$D_{OT} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 9 & 10 & 11 & 13 & 14 & 16 & 17 & 18 & B \\ x_1 & 2 & 2 & 2 & 1 & x_2 & 2 & 2 & x_3 & 1 & x_4 & x_5 & x_6 & 0 \end{pmatrix}^T,$$

де x_1, \dots, x_5 — невідомі величини, які залежать від векторів з рівнянь циклів (8), кількість яких дорівнює кількості дуг, які доповнюють кістяк до ГСПД. Тобто кожен цикл графу повинен мати принаймні одну змінну. У цьому ГСПД п'ять циклів і відповідно система складається з п'яти рівнянь:

$$\begin{cases} \mathbf{D}_1 + \mathbf{D}_2 + \mathbf{D}_3 = 0, \\ \mathbf{D}_4 + \mathbf{D}_5 + \mathbf{D}_6 + \mathbf{D}_7 + \mathbf{D}_8 + \mathbf{D}_{17} = 0, \\ \mathbf{D}_{14} + \mathbf{D}_{15} + \mathbf{D}_{18} = 0, \\ \mathbf{D}_4 + \mathbf{D}_5 + \mathbf{D}_6 - \mathbf{D}_{12} - \mathbf{D}_9 + \mathbf{D}_{17} = 0, \\ \mathbf{D}_{10} + \mathbf{D}_{11} + \mathbf{D}_{13} - \mathbf{D}_9 + \mathbf{D}_{17} + \mathbf{D}_{19} - \mathbf{D}_{18} = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Розв'язавши систему рівнянь (9), знаходимо $x_1 = 6$; $x_2 = 5$; $x_3 = 5$; $x_5 = 0$; $x_6 = 6$. Змінна $x_4 = 6$ вибирається довільно. Період алгоритму $L = 7$ вибирається як довжина критичного шляху:

$$\mathbf{D}_8 = -(\mathbf{D}_4 + \mathbf{D}_5 + \mathbf{D}_6 + \mathbf{D}_7 + \mathbf{D}_{17}).$$

За рівнянням (2) знаходимо матрицю K_T :

$$K_T = A_O \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 9 & 10 & 11 & 13 & 14 & 16 & 17 & 18 & B \\ 1 & 6 & 2 & 2 & 2 & 1 & 5 & 2 & 2 & 5 & 1 & 4 & 0 & 6 & 0 \end{pmatrix}^T = \\ = (8 \ 9 \ 2 \ 4 \ 6 \ 8 \ 10 \ 11 \ 4 \ 5 \ 7 \ 9 \ 0 \ 6 \ 7)^T.$$

Перевіряємо справедливість вимоги (5).

Решту координат матриці K отримуємо згідно з вимогою (4), беручи до уваги, що кількість вершин, розмішених в одному рядку, паралельному осі ox , для мінімізації апаратних витрат має прямувати до L :

$$K = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 1 & 1 & 2 & 3 & 4 & 1 & 1 & 2 & 4 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 3 & 2 & 2 & 2 & 1 & 4 & 3 & 2 & 2 & 1 & 3 & 1 & 4 \\ 8 & 9 & 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & 11 & 4 & 5 & 7 & 9 & 0 & 6 & 7 \end{pmatrix}.$$

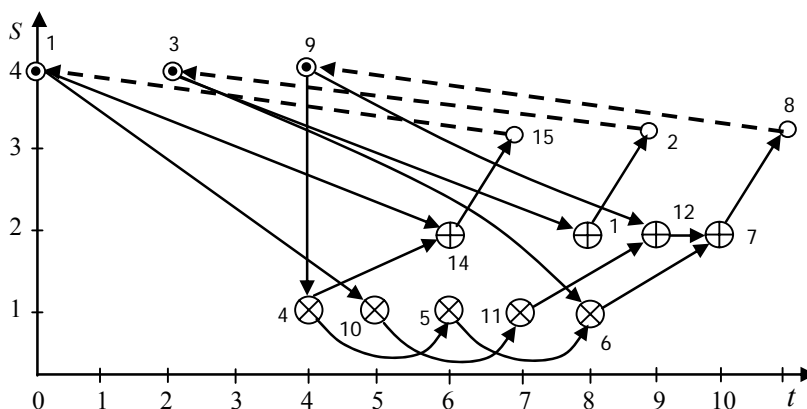


Рис. 4. Просторовий ГСПД, який обчислює рівняння (1)

Графічне зображення побудованого просторового ГСПД показано на рис. 4. За цим графом формальним чином за методикою, викладеною

у праці [24], можна скласти опис обчислювального пристрою мовою VHDL. Структуру відповідного пристрою показано на рис. 5.

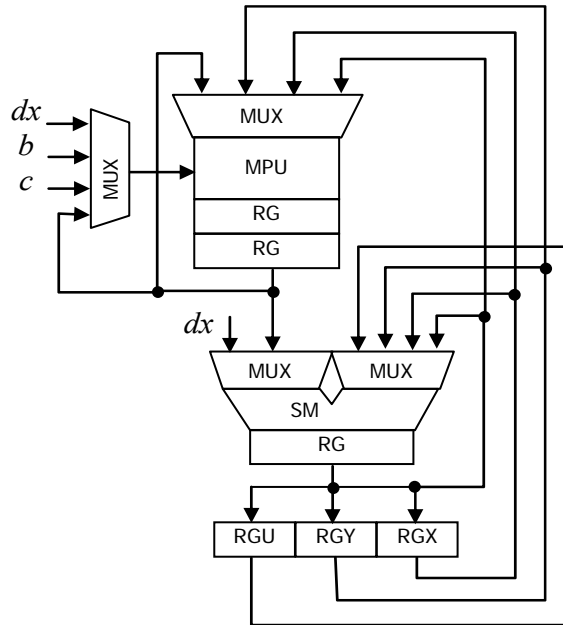


Рис. 5. Структура пристрою, що відповідає просторовому ГСПД (див. рис. 4)

Іншим тестовим прикладом є синтез хвильового рекурсивного фільтра п'ятого порядку [6]. У таблиці наведено результати такого синтезу з використанням простого та конвеєрного блоків множення із затримкою на два такти. Їх порівняння з відомими результатами, отриманими за іншими методами, показує, що запропонований метод дає мінімальні апаратні витрати у кількості блоків множення, суматорів та регістрів за рахунок збільшеної кількості мультиплексорів.

Результати синтезу обчислювального пристрою для обчислення еліптичного фільтра п'ятого порядку

Параметр	Просторовий ГСПД, блок множення		SPAID [25], блок множення			HAL[6], блок множення			
	простий	конвеєрний	простий	конвеєрний	простий	конвеєрний	простий	конвеєрний	
Блоки множення	2	1	1	3	2	2	3	2	1
Суматори	3	3	2	3	3	2	3	3	2
Входи мультиплексорів	55	41	36	37	35	24	36	37	28
Регістри	11	11	10	21	21	21	12	12	12
Період обчислень L	17	17	19	17	17	19	17	17	19

Цей метод був застосований для синтезу конвеєрних процесорів швидкого перетворення Фур'є, дискретного косинусного перетворення, рекурсивних фільтрів. Деякі з них як віртуальні модулі, що описані мовою Verilog,

зберігаються у спільноті `opencores.org` і є доступними для порівняння, як наприклад, рекурсивний фільтр високого порядку, що динамічно перебудовується [26].

ВИСНОВКИ

У роботі запропоновано формальний метод складання розкладу для графу синхронних потоків даних, який забезпечує синтез конвеєрних обчислювальних пристроїв з регламентовано великою пропускною здатністю та мінімізованими апаратними витратами.

Приклад розроблення пристрою для розв'язання диференціального рівняння свідчить, що для невеликих графів можливе знаходження точного розв'язку задачі синтезу. Досвід розроблення більш складних проектів, таких як процесори швидкого перетворення Фур'є, рекурсивні фільтри високого порядку, показує, що метод варто застосовувати з комбінаторною оптимізацією. Але така оптимізація менш складна, ніж з використанням інших методів через велику кількість обмежень, які накладаються на просторовий граф синхронних потоків даних.

Метод може бути застосований не тільки для розроблення конвеєрних спеціальних процесорів, але і для програмування паралельних мультипроцесорних систем.

ЛІТЕРАТУРА

1. Сергиенко А.М. Алгоритмические модели обработки потоков данных / А.М. Сергиенко, В.П. Симоненко // Электронное моделирование. — 2008. — Т. 30. — № 6. — С. 49–60.
2. Lee E.A. Synchronous Dataflow / E.A. Lee, D.G. Messerschmitt // Proc. IEEE. — 1987. — V. 75. — N 9. — P. 1235–1245.
3. Edwards S. Design of Embedded Systems: Formal Models, Validation, and Synthesis / S. Edwards, L. Lavagno, E.A. Lee, A. Sangiovanni-Vincentelli // Proc. IEEE. — 1997. — V. 85. — N 3. — P. 366–390.
4. Lee E.A. Static scheduling of synchronous data flow programs for digital signal processing / E.A. Lee, D.G. Messerschmitt // IEEE Trans. on Computers. — 1987. — V. 36. — N 1. — P. 24–35.
5. O'Neil T.W. Retiming synchronous data-flow graphs to reduce execution time / T.W. O'Neil, E.H.M. Sha // IEEE Trans. on Signal Processing. — 2001. — 49, N 10. — P.2397–2407.
6. Paulin P. G. HAL: A multi-paradigm approach to automatic data path synthesis / P.G. Paulin, J.P. Knight, E.F. Girczyc // Proc. 23-rd IEEE Design Automation Conf, Las Vegas, NV, July 1986. — 1986. — P. 263–270.
7. Chao L. Rotation scheduling: A loop pipelining algorithm / L. Chao, A. LaPaugh, E. Sha // Proc 30-th Design Automation Conf., DAC'93, June 1993. — 1993. — P. 566–572.
8. *The Synthesis Approach to Digital System Design* / Editors P. Micheli, U.Lauther, P. Duzy. — Kluwer Academic Pub, 1992. — 415 p.
9. *ЭВМ и теория расписаний* / Под ред. И.Г. Кофмана. — М.: Мир, 1979. — 460 с.
10. Paulin P.G. Force – Directed Sheduling for the Behavioral Synthesis of ASICs / P.G. Paulin, J.P. Knight // IEEE Trans. CAD. —1988. — 7, N 3. — P. 356–370.

11. *Park N.* Module Assignment and Interconnect Sharing in Register-Transfer Synthesis of Pipelined Data Paths / N. Park, F.J. Kurdahi // Proc. IEEE Int. Conf. on Computer Aided Design. — Santa Clara, Calif. — 1989. — P. 16–19.
12. *Hwang K. S.* Scheduling and hardware sharing in pipelined data paths / K.S. Hwang, A.E. Casavant, C.T. Chang, M.A. d'Abreu // Proc. Int'l Conf. on Computer Aided Design. — 1989. — P. 24–27.
13. *Catthoor F.* Application-specific architectural methodologies for high-throughput digital signal and image processing / F. Catthoor, H. De Man // IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing. — 1990. — **38**, N 2. — P. 339–349.
14. *Tseng C.* Automated Synthesis of Data Paths in Digital Systems / C. Tseng, D. Siewiorek // IEEE Trans. on Computer-Aided Design. — 1986. — N 7. — P. 379–395.
15. *Kurrdahi F.J.* REAL: A Program for Register Allocation / F.J. Kurrdahi, A.C. Parker // Proc. 24-th ACM/ IEEE Design Automation Conf. DAC-87. — 1987. — P. 210–215.
16. *Tucker A.* Coloring a family of circular arcs / A. Tucker // SIAM J. Appl. Math. — 1975. — **29**, N 3. — P. 493–502.
17. *Springer D.L.* Exploiting the Special Structure of Conflict and Compatibility Graphs in High-Level Synthesis / D.L. Springer, D.E. Thomas // Proc. Int. Conf. Computer Aided Design (ICCAD). — 1990. — P. 254–257.
18. *Robert Y.* Introduction to Scheduling / Y. Robert, F. Vivien – Ed-s. CRC Press, Taylor and Francis Group. — 2010. — 310 p.
19. *Lee E.A.* Static scheduling of synchronous data flow programs for digital signal processing / E.A. Lee, D.G. Messerschmitt // IEEE Trans. on Computers. — 1987. — **36**, N 1. — P. 24–35.
20. *Воеводин В.В.* Математические модели и методы в параллельных процессах / В.В. Воеводин. — М: Наука. — 1986. — 296 с.
21. *Сергієнко А.М.* Отображение периодических алгоритмов в программируемые логические интегральные схемы / А.М. Сергієнко, В.П. Сімоненко // Електронне моделювання. — 2007. — **29**, № 2. — С. 49–61.
22. *Евстигнеев В.А.* Применение теории графов в программировании / В.А. Евстигнеев; под ред. А.П. Ершова. — М: Наука, 1985. — 352 с.
23. *Сергієнко А.М.* Досконалий кістяк графе алгоритму / А.М. Сергієнко // Інформатика і обчислювальна техніка: зб. наук. праць. — 2007. — № 46. — С. 62–67.
24. *Сергієнко А.М.* VHDL для проектирования вычислительных устройств / А.М. Сергієнко. — К.: ДиаСофт, 2003. — 210 с.
25. *Haroun B.S.* SPAID: An Architectural Synthesis Tool for DSP Custom Applications / B.S. Haroun, M.I. Elmasry // Proc. IEEE Custom Integrated Circuits Conf. — Rochester, N.Y. — May 16–19. — 1988. — P. 14.4/1–14.4/5.
26. *Sergiyenko A.* Low-Pass IIR Filter / A. Sergiyenko, O. Uzenkov. — 2010. — Available at http://opencores.org/project,lp_iir_filter

Надійшла 25.08.2015

**ПОШУК ЗАКОНОМІРНОСТЕЙ ДИНАМІКИ
АРТЕРІАЛЬНОГО ТИСКУ НА ОСНОВІ АПРОКСИМАЦІЇ
ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДАНИХ
ЗА КРИТЕРІЄМ ГЛАДКОСТІ**

Д.В. ГАНЧУКОВА, В.М. ПОДЛАДЧІКОВ

Щоб відтворити тенденції досліджуваного процесу, необхідно зменшити варіабельність вихідних даних, тобто згладити, провести більш плавну, гладку криву, яка має бути максимально близькою до експериментальних точок. Для підвищення ефективності апроксимації експериментальних даних запропоновано використовувати комплексний критерій, що включає мінімізацію середнього квадрата похибки апроксимації із застосуванням умов гладкості апроксимуючої кривої на основі аналізу її других похідних. Виконано порівняльний аналіз запропонованого підходу з методом рухомого середнього, широко застосовуваного для згладжування процесів в умовах апіорної невизначеності. Запропоновані методики застосовано для згладжування даних моніторингу артеріального тиску. Показано, що оптимальні згладжені залежності забезпечують достатню гладкість для виділення короткострокових коливань середнього артеріального тиску, виявлення стійких закономірностей їх динаміки, що має важливе значення для прогнозування функціонального стану людини.

ВСТУП

Окрім близькості до експериментальних даних природною вимогою до алгоритмів апроксимації є згладжування, очищення наявних даних від спотворювальних шумів. Тому, щоб відтворити тенденції досліджуваного процесу, необхідно зменшити варіабельність (скачкоподібність) вихідних даних, тобто згладити, провести більш плавну, гладку криву, яка повинна бути максимально близькою до експериментальних точок.

Дані спостережень, як правило, спотворені вимірювальними шумами. За високої флуктуації вимірювань можливості аналізу відновлюваних закономірностей процесу обмежені. У цих умовах на етапі попереднього аналізу доцільно використовувати процедуру згладжування експериментальних даних для зменшення впливу вимірюваних шумів, пошуку стійких закономірностей. Процедура згладжування уможливує наближення до істинного процесу, на основі якого приймаються рішення.

Методи оптимального згладжування найбільш ефективні з точки зору строгої теорії, але потребують виконання ряду умов для успішного застосування. Необхідним є передусім точний опис моделі процесу. Оптимальні точні методи оцінювання часто гублять практичну цінність через нестійкість до незначних змін умов функціонування фізичної системи, неадекватність математичної моделі фізичному процесу, велику розмірність та складність алгоритмів, що реалізуються. Тому одночасно з оптимальними методами оцінювання розвивалися робастні квазіоптимальні методи, які

принципово застосовуються незалежно від того, чи описано математично точно закономірності процесу, чи ні. Часто виявляється більш доцільним виконувати квазіоптимальне згладжування даних, застосовуючи вагові коефіцієнти досить простого виду аналогічно використанню квазіоптимальних операторів рухомого середнього, запропонованих Є. Слущким [3]. Ці методи не пов'язані з ризиком розбіжності результатів оцінювання, тобто зі зростанням похибок згладжування у процесі оброблення експериментальних даних. Тому часто на практиці не беруть до уваги припущення, за яких можна застосовувати робастні квазіоптимальні методи.

У цій роботі пропонується для підвищення ефективності апроксимації експериментальних даних використовувати комплексний критерій, що включає мінімізацію середнього квадрата похибки апроксимації із застосуванням умов гладкості апроксимуючої кривої на основі аналізу її других похідних [5]. Цей критерій, окрім близькості до експериментальних даних, ураховує вимогу до зменшення варіабельності вихідних даних.

Проводиться порівняльний аналіз запропонованого підходу з методом рухомого середнього [3], який широко застосовується для згладжування процесів в умовах апріорної невизначеності.

Запропонована методика застосовується для згладжування даних моніторингу артеріального тиску, дозволяє виявляти стійкі закономірності цього процесу.

ЗГЛАДЖУВАННЯ НА ОСНОВІ РУХОМОГО СЕРЕДНЬОГО

Рухома середня, рухоме середнє — загальна назва для сім'ї функцій, значення яких у кожній точці визначення дорівнюють середньому значенню вихідної функції за попередній період. Рухомі середні зазвичай використовуються з даними часових рядів для згладжування короткострокових коливань і виокремлення основних тенденцій та циклів. Математично рухоме середнє є одним з видів згортки, і тому його можна розглядати як фільтр низьких частот, що використовуються для оброблення сигналів.

Рухомі середні використовуються:

- у статистиці та економіці для згладжування числових рядів (передусім часових);
- у техніці для оброблення сигналів, аналізу систем;
- у технічному аналізі як самостійний технічний індикатор або у складі інших інструментів.

У загальному випадку зважені рухомі середні обчислюють за формулою

$$WWM A_t = \sum_{i=0}^{n-1} w_{t-i} p_{t-i} , \quad (1)$$

де $WWM A_t$ — значення зваженої рухомої середньої в точці t ; n — кількість значень вихідної функції для розрахунку рухомої середньої; w_{t-i} — нормо-

вана вага (ваговий коефіцієнт) $t-i$ -го значення вихідної функції; p_{t-i} — значення вихідної функції в момент часу, віддалений від поточного на i інтервалів.

Нормування вагових коефіцієнтів означає, що

$$\sum_{t=0}^{n-1} w_{t-i} = 1.$$

Формулу (1) з довільними значеннями вагових коефіцієнтів можна переписати у вигляді

$$WMA_t = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} w_{t-i} p_{t-i}}{\sum_{i=0}^{n-1} w_{t-i}}, \quad (2)$$

де WMA_t — значення зваженої рухомої середньої в точці t ; n — кількість значень вихідної функції для розрахунку рухомої середньої; w_{t-i} — вага (ваговий коефіцієнт).

Вагові коефіцієнти у формулах (1) і (2) співвідносяться як

$$w_{t-i} = \frac{W_{t-i}}{\sum_{i=0}^{n-1} W_{t-i}}.$$

Часто як вагу використовують або формулу (1) (для простого рухомого середнього — SMA), або формальні ряди, наприклад, арифметичну прогресію (WMA) або експоненціальну функцію (EMA). Але як ваговий коефіцієнт може бути також значення зв'язаного часового ряду. Наприклад, для зважування біржових цін за обсягами угоди (VMA) p_{t-i} слід розглядати ціну угоди за інструментом, а $W_{t-i} = V_{t-i}$ — обсяг у момент часу $t-i$:

$$VMA_t = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} V_{t-i} p_{t-i}}{\sum_{i=0}^{n-1} V_{t-i}}.$$

ЗГЛАДЖУВАННЯ НА ОСНОВІ АНАЛІЗУ ДРУГИХ ПОХІДНИХ

Нехай p_i — значення деякої функції, яку необхідно згладити, і заданої на множині рівновіддалених точок: $i = \overline{1, N}$; g_i — значення згладженої функції, які необхідно визначити; $x_i = p_i - g_i$ — різниця між вихідною та згладженою функціями, що визначає відхилення вихідної функції від згладженої; $\Delta_i = g_{i+1} - g_i$, $i = \overline{1, N-1}$ — перша різниця згладженої функції; $\delta_i = \Delta_i^2 = \Delta_{i+1} - \Delta_i = g_{i+2} - 2g_{i+1} + g_i$, $i = \overline{1, N-2}$ — друга різниця згладженої функції.

Щоб згладжена функція була досить гладкою і мало відрізнялась від згладжуваної функції, необхідно шукати такі значення g_i , які мінімізують функціонал:

$$J = \rho \sum_i x_i^2 + \sum_j \delta_j, \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, N-2},$$

де ρ — коефіцієнт згладжування. За великих значень ρ шукана функція проходить поблизу вихідної функції, а за малих ρ більше від неї відхиляється, але стає більш гладкою;

$$J = \rho \sum_i (p_i - g_i)^2 + \sum_j (g_j - 2g_{j+1} + g_{j+2})^2, \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, N-2}. \quad (3)$$

Перший доданок у формулі (3) визначає внесок у критерій вимогу близькості згладженої кривої до експериментальних даних. Другий доданок враховує вимогу до її гладкості. Коефіцієнт ρ визначає чутливість апроксимуючої кривої до вимоги її близькості до вимірювань. Значення цього коефіцієнта потрібно обрати, виходячи з цілей та умови задачі. Зі збільшенням ρ згладжена крива наближається до вихідних даних. У разі зменшення ρ процедура згладжування послаблює шуми, згладжена крива, навпаки, віддаляється, але стає більш гладкою.

Якщо обчислити похідні виразу (3) за g_i ($i = 1, \dots, N$) і дорівняти похідні до нуля, то отримаємо систему N нормальних рівнянь з N невідомими, які у векторно-матричній формі записують таким чином:

$$AG = \rho P. \quad (4)$$

Тут A — п'ятидіагональна стрічкова матриця розмірності $N \times N$, яка має вигляд:

$$A = \begin{bmatrix} 1+\rho & -2 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -2 & 5+\rho & -4 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -4 & 6+\rho & -4 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 1 & -4 & 6+\rho & -4 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & -4 & 5+\rho & -2 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & -2 & 1+\rho \end{bmatrix};$$

$G = [g_1 \ g_2 \ \dots \ g_N]^T$ — N -вимірний вектор згладжених значень;

$P = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_N]^T$ — N -вимірний вектор, компонентами якого є вихідні вимірювання.

Система рівнянь (4) є системою лінійних рівнянь з п'ятидіагональною стрічковою матрицею. Таким чином, алгоритм згладжування зводиться до знаходження розв'язку цієї системи.

Якщо розв'язати рівняння (4) відносно невідомого вектора G , то буде знайдено набір згладжених значень:

$$G = \rho A^{-1} P.$$

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Аналіз закономірностей процесу зміни артеріального тиску в сучасних умовах стає одним із вирішальних елементів організації досліджень діагностики та лікування серцево-судинної системи, оскільки значущість прийнятих рішень більшою мірою визначається їх майбутніми наслідками. Виявлення цих закономірностей є визначальним фактором для його прогнозування. Добре відомо, що артеріальний тиск здорової людини характеризується значними змінами протягом доби, що пов'язано з рухливою та психічною активністю, а також з біологічною дією природних, техногенних та геомагнітних електромагнітних полів на людський організм. Інші закономірності не такі очевидні і для їх виявлення необхідно проводити спеціальні дослідження, нагромаджувати велику кількість інформації.

Одноразове та однодобове вимірювання тиску не є діагностичним тестом, яке може використовуватися для визначення закономірностей його зміни та порушення функціонування організму людини, профілактики та лікування захворювань, зумовлених артеріальною гіпертензією та перспективами її лікування. З метою теоретичного вивчення загальних закономірностей та відмінностей рівнів синхронізації ритмів показників серцево-судинної системи категорій більш молодих та більш похилих досліджуваних Російським університетом дружби народів проводився тривалий семидобовий 24-годинний моніторинг артеріального тиску. Реєстрація артеріального тиску була проведена за допомогою амбулаторного автоматичного апарата TM2421 (A&D Co., Японія). Пристрій налаштовували так, щоб знімати дані з 30-хвилинними інтервалами з 6:00 до 22:00, та з 60-хвилинними інтервалами з 22:00 до 6:00. Під час проведення експерименту спостерігалися відхилення від режиму вимірювань, хоча в середньому заданий режим роботи виконувався.

Середній артеріальний тиск

$$MAP = \frac{SBP + 2DBP}{3},$$

де SBP — систолічний тиск, DBP — диастолічний тиск.

Дані вимірювань середнього артеріального тиску чотирьох піддослідних, двох молодих чоловіків 24-х та 32-х років, чоловіка 54-х та жінки 57-ми років подано на рис. 1.

Аналіз даних вимірювань MAP (рис. 1) показує наявність значної флуктуаційної складової, що залежить від вікової групи досліджуваних. Утім у зміні MAP проявляється регулярна добова відтворюваність варіації артеріального тиску. Максимум значень амплітуди досягається у період від 10-ї до 17-ї години дня. Причому, як видно з рис. 1, у денний час спостерігається два максимуми артеріального тиску. Мінімум спостерігається від 3-ї до 7-ї години ранку. Для старшої вікової групи характерна висока варіабельність, скачкоподібність зміни MAP , зумовлена здебільшого наявністю непередбачуваних збоїв, порушень процесів регуляції організму, що істотно деформують досліджуваний процес.

На рис. 2 подано дані вимірювань середнього артеріального тиску (пунктирна крива) та згладжені на основі принципу рухомого середнього значення для одного з досліджуваних 24-річного пацієнта (суцільна крива)

за різної кількості значень вихідної функції для розрахунку рухомої середньої $n = 3$, $n = 9$ та $n = 21$.

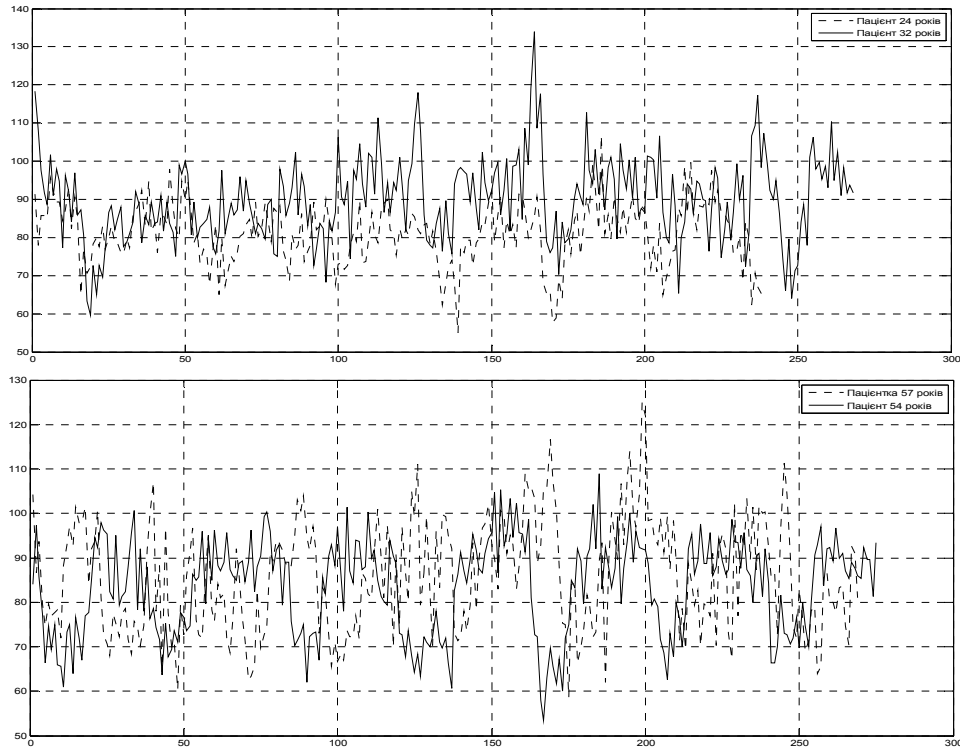


Рис. 1. Виміряні значення MAP для пацієнтів різного віку

Зі збільшенням точок для згладжування крива, що згладжена рухомих середнім, стає більш гладкою і більш явно виявляє добову відтворюваність варіації артеріального тиску, проте більше відхиляється від вимірюваних значень.

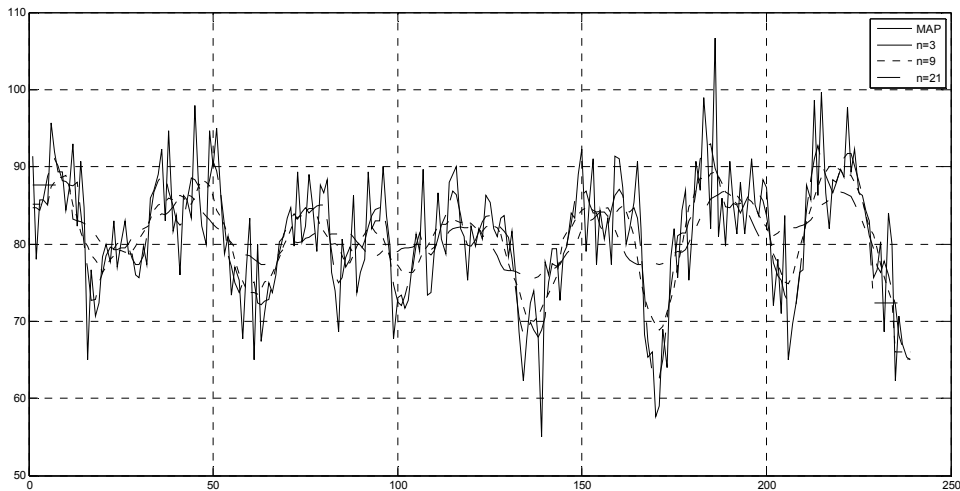


Рис. 2. Результати згладжування даних вимірювань пацієнта віком 24 роки

Апроксимуючі циклічні криві можна умовно поділити на інтервали зростання (фаза зростання) та спадання (спадна фаза) та інтервали варіацій

максимальних значень близько 15-ї години та мінімальних о 3-й годині ранку. Методичні помилки згладжування поточного значення *MAP* збільшуються зі зростанням нестабільності зміни швидкості у фазі підвищення або спадній фазі.

У всіх випадках отримані таким чином оцінки можна розглядати як характеристики середнього значення *MAP* на інтервалі часу декілька годин, динаміка яких відображає закономірності функціонування людського організму.

На рис. 3 подано дані вимірювань середнього артеріального тиску (пунктирна крива) та згладжені за комплексним критерієм значення g_i для одного з досліджуваних пацієнтів віком 24 роки для коефіцієнтів згладжування $\rho = 0,01$, $\rho = 0,08$ і $\rho = 0,008$. Як видно з рис. 3, за меншого значення коефіцієнта згладжування ρ відстань між згладженими значеннями та даними вимірювань збільшується, але апроксимуюча крива стає більш гладкою.

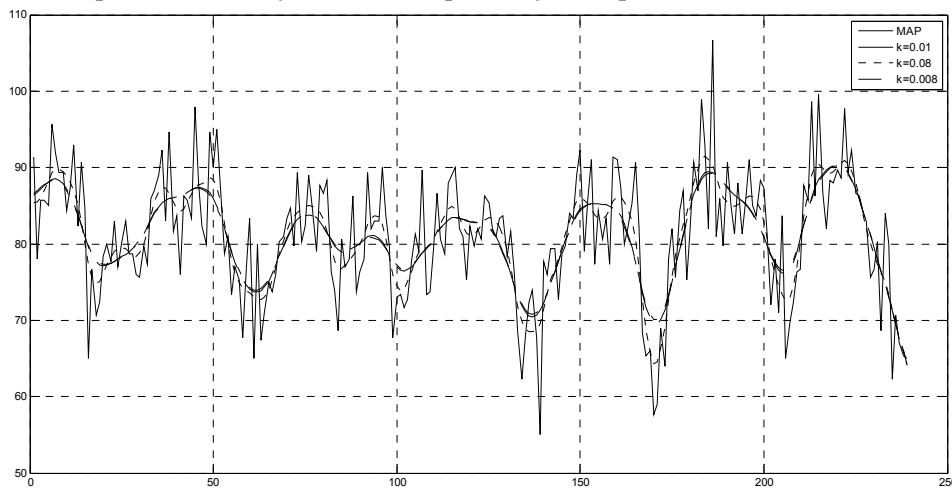


Рис. 3. Результати згладжування даних вимірювань пацієнта 24 років

Порівняння переваг комплексного критерію ілюструють рис. 2 і 3.

Згладжування за обома способами є близькими до експериментальної кривої, але крива, згладжена з використанням комплексного критерію, є більш гладкою, ніж крива, згладжена рухомих середнім.

Близькість до експериментальних даних та гладкість апроксимуючих кривих якісно оцінено для рухомого середнього та запропонованого методу.

Розраховані значення суми квадратів відхилень вихідної кривої від згладженої, яка визначає, наскільки згладжена крива близька до вихідної (на прикладі 24-річного пацієнта), подано на рис. 4. Вісь ординат — значення суми квадратів відхилень, вісь абсцис — значення коефіцієнта згладжування з використанням комплексного критерію. Як видно з рис. 4, значення суми квадратів відхилення змінюються залежно від коефіцієнта згладжування та кількості точок для згладжування. Найбільше наближеною до експериментальних даних виявляється згладжена крива по 3 точках для згладжування (із використанням рухомого середнього). По 9 точках вона вже не так близько розміщена і по 21 точках для згладжування міститься далеко від експериментальних значень. При цьому згладжена крива з використанням критерію

рію гладкості за найменшого із взятих коефіцієнтів згладжування (0,008) є приблизно такою ж близькою, як і по 9 точках для згладжування рухомим середнім, а в разі найбільшого коефіцієнта згладжування (0,08) є настільки близькою, як і по 3 точках для згладжування рухомим середнім.

Розраховані значення суми квадратів других різниць значень згладженої кривої, яка визначає гладкість кривої після процедури згладжування (на прикладі 24-річного пацієнта), ілюструє рис. 4. Вісь ординат — значення суми квадратів других різниць, вісь абсцис — значення коефіцієнта згладжування з використанням комплексного критерію. Із рис. 5 бачимо, як змінюються значення суми квадратів других різниць залежно від коефіцієнта згладжування та кількості точок для згладжування; апроксимуюча крива з використанням комплексного критерію за будь-якого коефіцієнта згладжування стає більш гладкою, ніж згладжена крива рухомим середнім.

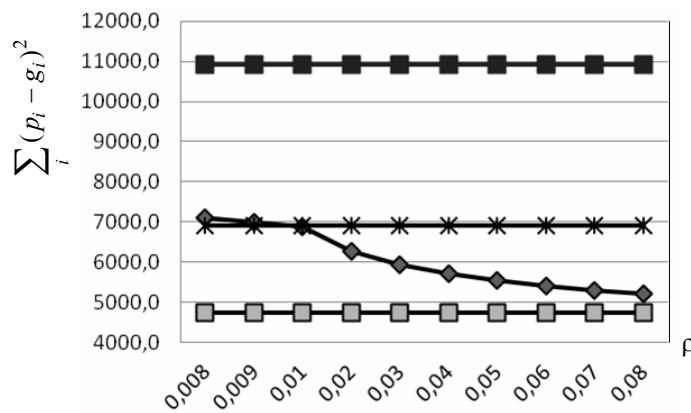


Рис. 4. Сума квадратів відхилень: —◆— згладжування за допомогою комплексного критерію; —✱— згладжування рухомим середнім по 9 точках для згладжування; —■— згладжування рухомим середнім по 21 точках для згладжування; —□— згладжування рухомим середнім по 3 точках для згладжування

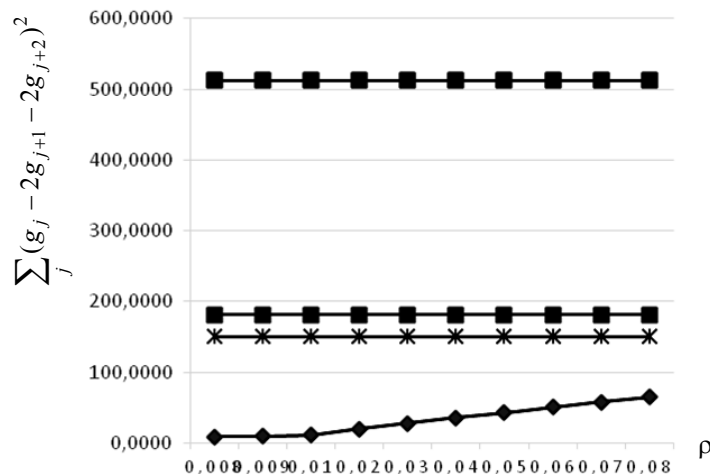


Рис. 5. Сума квадратів других різниць: —◆— згладжування за допомогою комплексного критерію; —✱— згладжування рухомим середнім по 9 точках для згладжування; —■— згладжування рухомим середнім по 21 точках для згладжування; —□— згладжування рухомим середнім по 3 точках для згладжування

Таким чином, згладжування з використанням критерію гладкості дає кращий результат (більш гладкий, але при цьому зберігає «корисні» значення), ніж згладжування за допомогою рухомого середнього. Тому комплексний критерій згладжування забезпечує більше можливостей для виявлення прихованих закономірностей досліджуваного процесу та визначення більш точної оцінки амплітуди добового коливання артеріального тиску, часу досягнення максимуму і мінімуму та інтервалу часу між ними. Аналогічні результати і висновки маємо для інших трьох пацієнтів.

ВИСНОВКИ

Будь-яка математична модель спирається на деякі вихідні припущення або передумови. Ефективність моделі може бути знижена через недостовірні вихідні припущення або обмежені можливості отримання необхідної інформації. Недостовірні вихідні припущення спричиняють методичну похибку, яка може значно спотворити опис процесу та призвести до хибних висновків.

У цій роботі розглянуто методи апроксимації експериментальних даних, що дозволяють уникнути похибок через недостовірні вихідні припущення про модель, оскільки вони не потребують припущень, що впливають на побудову та використання моделей.

Запропоновано алгоритм згладжування, оптимальний за критерієм, що не залежить від моделі процесу, який включає вимоги гладкості шуканої кривої та її близькості до експериментальних даних. Як критерій оптимальності алгоритму пошуку апроксимуючої кривої незалежно від моделі процесу взято мінімум зважених сум: суми квадратів відхилень вихідних даних від шуканої кривої та суми квадратів других різниць цієї кривої. Перша сума визначає внесок у критерій вимоги близькості шуканої кривої до вихідних даних. Друга сума враховує вимогу до гладкості шуканої кривої, оскільки «ламаність» (варіабельність) апроксимуючої кривої визначається її другими різницями.

Запропонований алгоритм згладжування даних вимірювань з традиційним згладжуванням в умовах невизначеності за допомогою рухомого середнього. Дослідження проводилося за експериментальними даними, отриманими у результаті моніторингу артеріального тиску пацієнтів.

Показано, що статистично оптимальна техніка згладжування за критерієм, що включає вимогу гладкості апроксимуючої залежності, демонструє істотні переваги порівняно з рухомих середнім, яке зазвичай використовується. Запропонований підхід не лише точніше відтворює динаміку артеріального тиску, але й забезпечує більшу гладкість апроксимуючої кривої, і таким чином уможливує виявлення прихованих закономірностей досліджуваного процесу.

Оптимальні згладжені залежності забезпечують достатню гладкість для виокремлення короткострокових коливань середнього артеріального тиску та виявлення стійких закономірностей їх динаміки, що мають важливе значення для прогнозування функціонального стану людини.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Мінцер О.П.* Інформаційні технології в охороні здоров'я і практичній медицині: у 10 кн. Кн. 5. Оброблення клінічних і експериментальних даних у медицині: навч. посіб. / О.П. Мінцер, Ю.В. Вороненко, В.В. Власов. — К.: Вища шк., 2003. — 350 с.
2. *Сейдж Э.* Теория оценивания и ее применение в связи и управлении / Э. Сейдж, Дж Мелс: [пер. с англ; под ред. проф. Б. Р. Левина]. — М.: Связь, 1976. — 496 с.
3. *Метод скользящих средних* [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://www.ievbras.ru/ecostat/Kiril/Library/Book2/Content222/Content222.htm>
4. *Чибисов С. М.* Оценка и прогноз результатов мониторингования среднего артериального давления у различных возрастных групп [Электронный ресурс] / С.М. Чибисов, Т.В. Подладчикова, Д.Г. Стрелков, М.В. Рагульская // Науч. труды VIII Междунар. конгресса «Здоровье и образование в XXI веке. Концепции болезней цивилизации» (14–17 нояб. 2007 г.). — М.: РУДН. — С. 731–742. — Режим доступа: <http://www.chronobiology.narod.ru/chibisovpodladchikova.html>
5. *Глухов Г.Н.* Алгоритм цифрового сглаживания [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://www.gkr.su/images/Algorithm.pdf>
6. *Панкратова Н.Д.* Квазиоптимальное сглаживание как инструментальный анализа сложных слабоструктурированных динамических процессов [Электронный ресурс] / Н.Д. Панкратова, Т.В. Подладчикова, Д.Г. Стрелков // Кибернетика и системный анализ. — 2009. — № 6. — С. 79–87. — Режим доступа: <http://dspace.nbuv.gov.ua/bitstream/handle/123456789/44485/09-Pankratova.pdf?sequence=1>
7. *Подладчикова Т.В.* Долгосрочное мониторингование и математическое моделирование хронобиологических изменений среднего артериального давления у различных возрастных групп [Электронный ресурс] / Т.В. Подладчикова, М.В. Рагульская, С.М. Чибисов, Д.Г. Стрелков // Науч. журн. «Успехи современного естествознания». — 2008. — № 2. — С. 20–31. — Режим доступа: <http://www.rae.ru/use/pdf/2008/2/2.pdf>

Надійшла 17.09.2015

ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ КОМПЛЕКСНОГО АНАЛІЗУ ТА ОЦІНЮВАННЯ ЕКОЛОГІЧНОСТІ ПРИРОДНО-ТЕХНОГЕННИХ ОБ'ЄКТІВ

Т.В. КОЗУЛЯ, Д.І. ЄМЕЛЬЯНОВА

Запропоновано комплексний підхід до оцінювання стану природно-техногенних об'єктів з позицій сталого розвитку на різних рівнях дослідження природно-техногенних об'єктів. Виконано комплексну оцінку екологічності на основі MIPS-аналізу і ризик-оцінки стану економічної, екологічної та соціальної складових об'єктів з метою підвищення якості прийняття рішень щодо зниження ступеня небезпеки у стані природно-техногенних систем. Подано алгоритмічне забезпечення для реалізації комплексної методики оцінювання відповідності вимогам екологічної якості за еколого-соціально-економічними аспектами досліджених систем.

ВСТУП

Аналіз існуючої системи показників комплексної екологічної оцінки природно-техногенних комплексів (ПТК) виявив такі проблемні питання зі встановлення узагальнювальної характеристики об'єкта для прийняття зваженого обґрунтованого рішення щодо врегулювання екологічної ситуації: відсутність єдиної узгодженої сукупності індикаторів, здатних відображати як стан системи, так і рівень прояву процесів у ній, що стабілізують чи підтримують дестабілізаційний зовнішній вплив; неможливість відстеження характеру змін зв'язків між об'єктом і навколишнім природним середовищем (НПС) на різних рівнях дослідження ПТК; неузгодженість одиниць вимірювання характеристик стану систем за еколого-соціально-економічними аспектами сталого розвитку (відповідно до завдань сталого розвитку об'єкт дослідження розглядається як соціально-еколого-економічна система).

З огляду на напрям подальшого розвитку методичного забезпечення комплексної оцінки стану ПТК доречним є звернення до формування системи методик для системного дослідження сукупності економічної, екологічної і соціальної складових в їх узгодженості відповідно до реального розвитку об'єкта; аналізу системи показників «соціально-економічна діяльність – природне середовище», «техногенний об'єкт – НПС – людина» у розрізі досліджень «стан – процес» щодо ідентифікації факторів дестабілізації [1].

ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ

Мета роботи — розвиток теорії і методів комплексного аналізу рівня небезпеки складних природно-територіальних систем на основі взаємоузгодження характеристик процесів і явищ у них на підставі MIPS-аналізу і ризик-оцінки.

Для розв'язання основного завдання дослідження поставлено такі питання:

- 1) сформулювати систему показників оцінювання стану ПТК відповідно до еколого-соціально-економічних аспектів сталого розвитку з урахуванням специфіки дослідження поведінки системних об'єктів вигляду «стан – процес»;
- 2) установити складові екологічної оцінки для системи «вплив – навантаження – стан – реакція» з визначенням інформаційного забезпечення для комплексної характеристики об'єктів НПС на різних рівнях їх дослідження;
- 3) подати алгоритмічне забезпечення системи комплексного оцінювання стану ПТК і процесів у них з урахуванням прояву глобального, макро- і мікрорівня екологічної безпеки в об'єктах НПС.

МАТЕРІАЛИ ДОСЛІДЖЕНЬ

Формування методичного оцінювання екологічності об'єктів НПС розглядалося з позицій універсализації дослідження на глобальному, макро- і мікрорівнях з урахуванням прояву соціально-еколого-економічних аспектів систем відповідно до синергетики процесів самоорганізації. Стан ПТК у комплексному сенсі оцінюється послідовною реалізацією трьох рівнів дослідження системного об'єкта [2]:

- 1) глобального — оцінювання загального стану виробничих систем через визначення природно-ресурсного потенціалу техногенно-навантажених територій за *MIPS*-аналізом;
- 2) макрорівня — загальна характеристика екологічності природних і техногенних систем відповідно до результатів *MIPS*-аналізу і ризик-оцінки;
- 3) мікрорівня — установлення конкретних факторів і процесів порушень стаціонарності систем дослідження відповідно до ризик-аналізу відхилень за функцією відповідності вимогам екологічної безпеки (рис. 1).

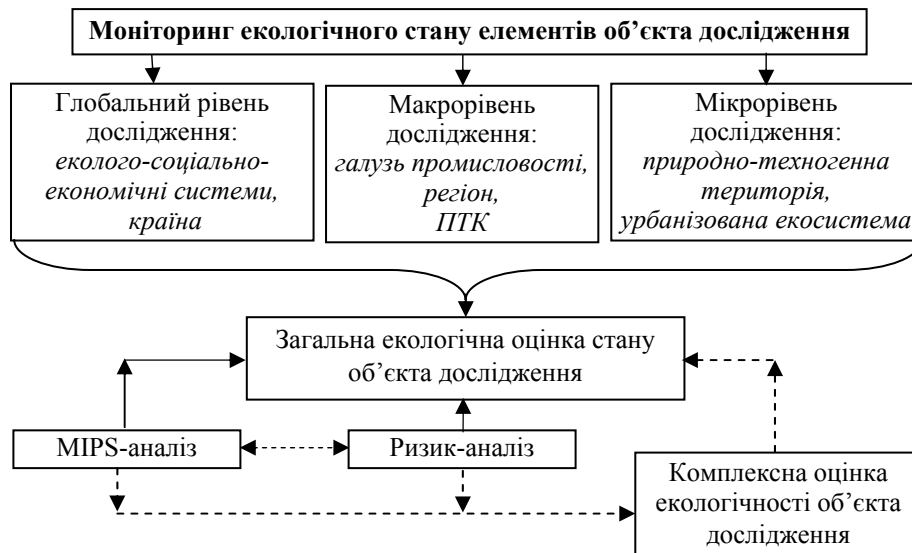


Рис. 1. Структурна схема багаторівневого аналізу: —► — інформаційно-керувальні зв'язки в систем-системному об'єкті; ----► — інформаційна узгодженість

На відміну від багатьох підходів до аналізу природно-техногенних систем, які передбачають визначення стану локальних складових і подання узагальненого результату, пропонується за поданою схемою аналізу системних об'єктів (рис. 1) перехід від глобального до мікрорівня дослідження системних об'єктів. Узагальнена оцінка за *MIPS*-аналізом дозволяє сконцентрувати увагу на вивченні системи з метою встановлення відповідності функціональності техногенного об'єкта вимогам природної стаціонарності природно-територіальних комплексів, визначенні факторів дестабілізації техногенного і природного характеру для отримання висновку про можливість загалом існування такої системи та заміни її на аналогічну більш екологічно досконалу.

На макро- і мікрорівнях дослідження (використання методів *MIPS*- і ризик-аналізу) визначаються елементи і фактори змін у системному об'єкті з метою встановлення процесів порушення стаціонарності системи і процесів її стабілізації. Системний аналіз виявлення дестабілізаційних станів в об'єкті дослідження дозволяє першочергово ідентифікувати фактори порушень, які треба нейтралізувати, і фактори стабілізації, які треба активізувати (рис. 2).

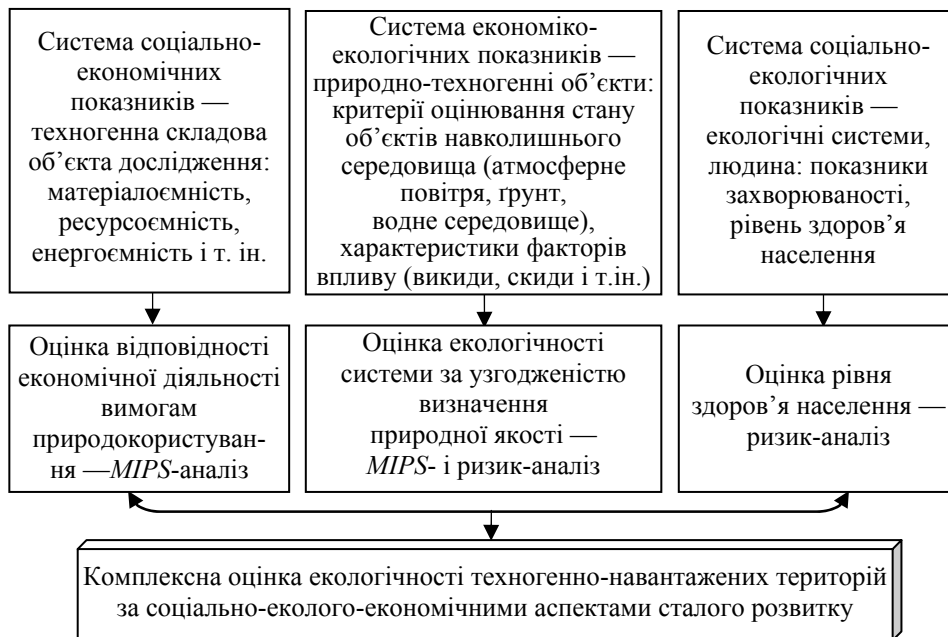


Рис. 2. Загальні показники комплексної оцінки стану ПТК

На глобальному рівні дослідження передбачено визначення відповідності наявності ресурсів в екологічній системі з урахуванням обсягів вилучення, стійкості та наслідків змін її природного стану від техногенного навантаження територій у вигляді ентропійного зсуву ΔS :

$$MI_s = \Delta S / Q \text{ або } MI_s = \Delta S / \Delta Q. \quad (1)$$

Коефіцієнт екологічності об'єкта (ε_n) визначається як відношення «умов збереження природного середовища» від виробництва продукції

(чистий корисний ефект $(Q - P_B)$) до кількості витрачених природних ресурсів (R_{Π}) з урахуванням ресурсозабезпечення:

$$\varepsilon_{\Pi} = \frac{Q - P_B}{R_{\Pi}} = \frac{1 - L}{R_{\Pi P}} = \frac{1 - MI_s}{R_{\Pi P}}, \quad (2)$$

де $R_{\Pi P}$ — питоме споживання даного виду природного ресурсу на одиницю готової продукції; L — величина шкідливих впливів на НПС у розрахунку на одиницю корисної продукції чи послуги (показник екологічності процесу).

Таким чином, екологічна відповідність виробленої продукції з врахуванням збитку від впливу на НПС перевищує екологічну відповідність виготовленої продукції, якщо коефіцієнт $\varepsilon_{\Pi} > 1$. Об'єкти, для яких умова не виконується, тобто $\varepsilon_{\Pi} < 1$, є екологічно неефективними, оскільки чиста віддача від використання природних ресурсів не зіставна з їх цінністю.

Якість і безпечність ПТК за MIPS-аналізом на макрорівні визначаються на основі MI -чисел і показників кількості продукції. MI -числа є характеристиками загальної кількості природної сировини (у кілограмах або тоннах), яка необхідна для виробництва або утилізації 1 кг (т) основного продукту:

$$MIPS_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^n MI_i C_i x_j}{S_j} = \frac{MI_{\text{заг}}}{S_j}, \quad (3)$$

де MI_i — матеріальна інтенсивність i -ї забруднювальної речовини для компонента НПС (установлена константа); C_i — концентрація i -ї забруднювальної речовини в j -й системі в кількості x_j , яка має продуктивність S_j — кількість виготовленої продукції тощо [3].

Узагальнена MIPS-оцінка визначає негативні фактори впливу на ПТК за трьома складовими: екологічною (ресурси), економічною (технологія), соціальною (вплив на людину).

Методика оцінювання екологічного ризику на макрорівні (державному рівні) передбачає ідентифікацію регіонів (областей) України високого рівня небезпеки на підставі аналізу стану компонентів довкілля, установлення пріоритетності проблем порушення природної якості навколишнього середовища з метою ефективного усунення ризикових факторів впливу на об'єкти НПС, науково-практичне обґрунтування заходів збереження та підтримання природної функціональності компонентів і систем природного середовища [4].

Екологічний ризик (P) на макрорівні як імовірність порушення стійкості об'єктів довкілля залежить від існуючого стану екосистеми (K_i) і впливу сучасного або потенційного антропогенного навантаження (H_i) на територіальні комплекси визначається узагальненою функцією $P = f_i(K_i, H_i)$.

Імовірність порушення екологічної стійкості та розвитку деградаційних процесів i -ї складової ПТК за наявності негативних факторів розраховується за формулою [5]

$$P = 1 - \prod_{i=1}^k (1 - P_i), \quad (4)$$

де P_i — імовірність порушення стійкості екосистем, i -ї складової ПТК.

Екологічний ризик $Risk$ для розглянутого стану i -го компонента НПС оцінюється за ймовірнісною характеристикою невідповідності:

$$Risk_i = -P_i \ln(P_i). \quad (5)$$

Застосування принципів управління безпекою передбачає раціональний розподіл ресурсних витрат на зниження різних видів ризику із забезпеченням досягнення такого рівня якості природного середовища, який гарантований у даному суспільстві розвитком економічних, соціальних стандартів і техніко-технологічних можливостей.

Для врахування випадкового, стохастичного, імовірнісного характеру переходу систем, який на макрорівні за умови прояву негативної реакції процесів може бути прихований середніми значеннями загальних показників, проводиться аналіз екологічного стану об'єктів на мікрорівні.

На мікрорівні (локальному) за методикою оцінювання екологічного ризику передбачається аналіз технологічних та економічних аспектів роботи підприємства з реалізації заходів, спрямованих на мінімізацію небезпеки з урахуванням імовірності реалізації дії ідентифікованих негативних факторів. Для встановлених умов мінімального прийняттого ризику приймається рішення щодо регулювання ситуації з метою повернення природної стабільності систем і об'єктів навколишнього середовища в межах екологічного управління.

Прямі збитки від техногенного явища визначаються як ризик-оцінка вигляду $Risk = M(x)$, де $M(x)$ — математичне сподівання негативного явища [5].

Загальна модель обчислення екологічного ризику на мікрорівні встановлює невідповідність аналізованого компонента чи системи вжитим заходам (стандартам, обмеженням) і має вигляд ступеня невпорядкованості (ентропії):

$$Risk = - \frac{C_i}{ГДК_i} \ln \left(\frac{C_i}{ГДК_i} \right), \quad (6)$$

де C_i — концентрація i -ї забруднювальної речовини; $ГДК_i$ — граничнодопустима концентрація i -ї забруднювальної речовини. Значення ГДК як стандартно прийняті обмеження небезпеки отримують з бази даних IRIS (Integrated Risk Information System), яка створена міжнародним агентством з охорони навколишнього середовища (ЕРА) [6].

Для оцінювання безпечності ПТК доцільно використовувати системний аналіз багатофакторних ризиків для i -х компонентів НПС в узагальненій інформаційній формі з їх конкретизацією при розв'язанні задач для певних об'єктів і умов їх функціонування.

Кожний j -й показник складової системи x_{ij} q_p -го фактора ризику визначається інформаційним вектором I_{ipj} [7]:

$$I_{ij} = \{x_{ij} \mid x_{ij} = \langle x_{jq} \mid q = 1, n_{ij} \rangle; x_{ijk} \in Z_{ijk}; j \in N_p\}. \quad (7)$$

Екологічний фактор ризику q_p загалом характеризується показником антропогенного навантаження H_p і природними факторами.

Антропогенне навантаження як причина порушення стійкості екологічних систем установлюється відповідно до значень j -х показників h_{pj} :

$$H_p = \{h_{pj} \mid p \in N; j = 1, n_p\}, \quad N \in [1, n], \quad (8)$$

де H_p — сучасний рівень антропогенного навантаження на i -й компонент НПС, що викликає p -й вид ризику появи негативних наслідків для екологічної системи; N — кількість факторів ризику p -го виду впливу антропогенного навантаження на i -й компонент об'єкта природного середовища.

Екологічні ризики характеризуються стохастичністю, невизначеністю процесів у природно-техногенних об'єктах, невизначеністю уповільнених реакцій, самоорганізацією термодинамічних ефектів на підставі моделі «первинний стан системи – умови середовища всередині системи – невизначене ініціювання процесів – розвиток процесів – нові умови у системі – кінцевий стан системи» [8].

Зменшення ризиків на техногенних об'єктах досягається за рахунок конкурентоспроможності екологічних виробництв на основі:

- 1) відповідності вимогам концепції сталого розвитку;
- 2) заощадження за рахунок зменшення відшкодування збитків при запровадженні засад екологічного менеджменту на підприємстві;
- 3) прибутку в економічному сенсі за рахунок збільшення продукції, атестованої і сертифікованої за рівнем відповідності екологічній якості.

Комплексне використання *MIPS*-аналізу та визначення ризик-параметрів впливу на об'єкти НПС з установленням небезпечних факторів дестабілізації на кожній стадії дослідження ПТК здійснюються за алгоритмом, показаним на рис. 3.

Методичне забезпечення для запропонованого алгоритму спрямоване на екологічні критерії оцінювання системи «об'єкт – навколишнє середовище», управлінське рішення щодо стабілізації системи дослідження визначається з урахуванням економічних і соціальних критеріїв.

Економічні критерії за змістом відповідають за втрату екологічної цінності господарської діяльності; екологічні збитки оцінюються за формулою

$$Y = \sum_{k=1}^n \gamma M_k, \quad (9)$$

де γ — економічна оцінка одиниці умовного навантаження впливу k -го фактора на НПС у вартісному вираженні. Значення цього коефіцієнта визначається якісними і кількісними характеристиками техногенного об'єкта та ступенем його впливу на стан природних систем [9].

Економічний критерій характеризує, з одного боку, економічну вигоду від функціонування на розглянутій території об'єктів природокористування, а з другого боку, економічні втрати, яких зазнає навколишнє середовище від забруднення. Такий збиток визначається потребами суспільства в їх зіставленні з витратами, необхідними для запобігання негативному впливу діяльності людини на навколишнє середовище і її відновлення. Значення економічного критерію розраховують за таким відношенням [10]:

$$K_{ек} = \frac{Y_a + Y_b + Y_r}{Z_{зап} + Пл + E_{еф}}, \quad (10)$$

де Y_i (Y_a, Y_b, Y_r) — економічний збиток від забруднення відповідного компонента НПС; $Z_{зап}$ — витрати, спрямовані на попередження забруднення навколишнього середовища; Пл — плата природокористувача за забруднення НПС; $E_{еф}$ — економічна ефективність (вигода) від функціонування об'єктів природокористування, що включає податки, платежі та інші відрахування в міський бюджет.

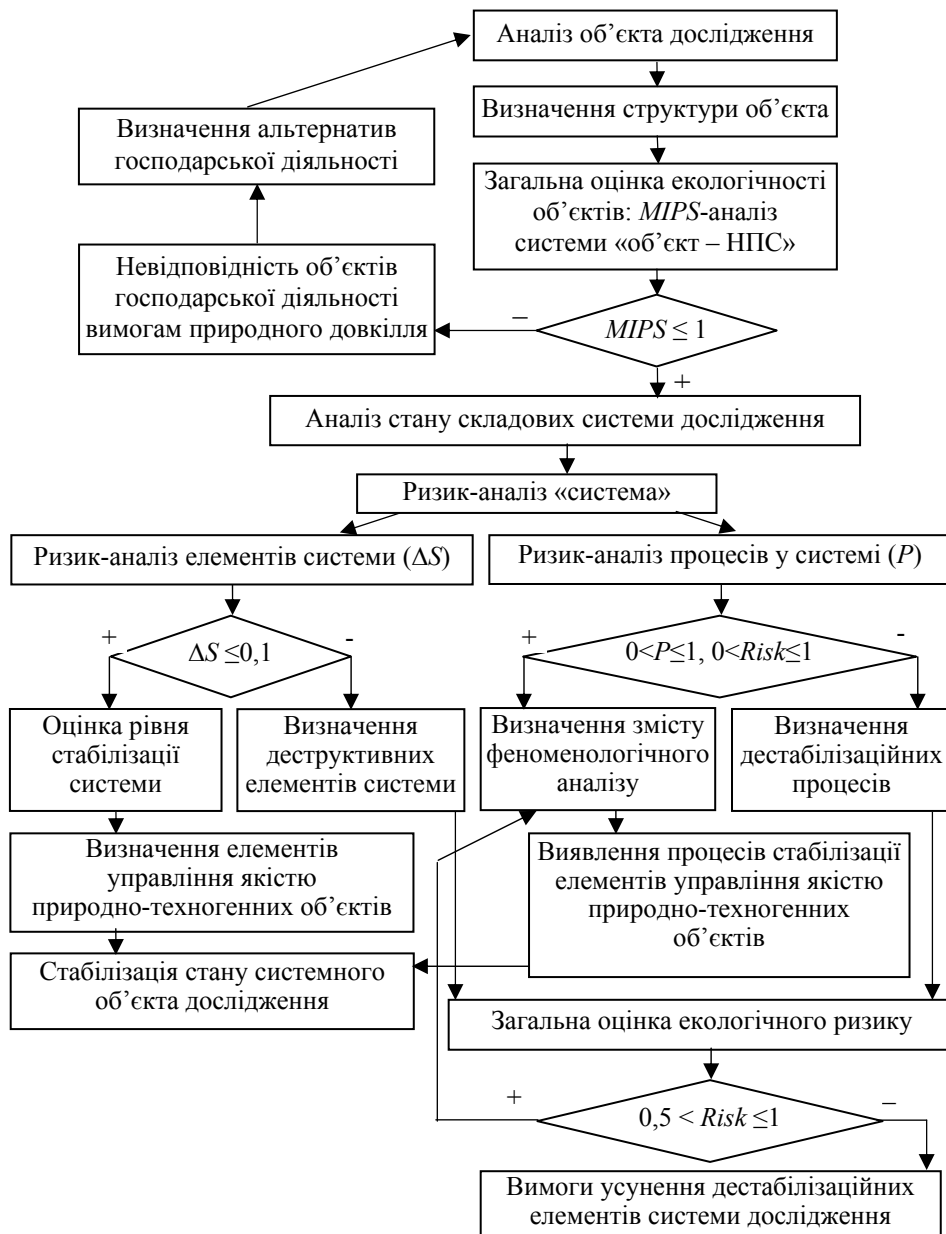


Рис. 3. Алгоритм комплексної оцінки екологічності системних природно-техногенних об'єктів

Соціальний критерій оцінювання стану об'єкта дослідження ідентифікує рівень стану здоров'я населення, що перебуває під впливом об'єктів НПС:

$$K_{\text{соц}} = P(A_{\text{комф}} / B_{\text{зах}}) P(B_{\text{зах}}), \quad (11)$$

де $B_{\text{зах}}$ — показник i -ї захворюваності населення; $A_{\text{комф}} / B_{\text{зах}}$ — показник умов (забруднення навколишнього середовища), що визначає i -й вид захворювання.

Для практичної реалізації методики комплексної еколого-економічної оцінки техногенно-навантаженої території необхідно:

- 1) звести критерії комплексної оцінки екологічності до показників, що мають однакову розмірність та інтервал можливих значень;
- 2) порівняти кожен з показників з його граничнодопустимим значенням;
- 3) об'єднати всі показники в єдину комплексну оцінку.

Для зменшення економічного критерію слід збільшувати витрати, спрямовані на попередження негативного забруднення $Z_{\text{зап}}$, екологічні та соціальні вигоди $E_{\text{еф}}$, до яких віднесені податки, платежі, відрахування та інші виплати в місцевий бюджет, інвестиційні зобов'язання, спрямовані на розвиток соціальної сфери та інфраструктури регіону і т. ін.

Збільшення соціального показника досягається шляхом зменшення соціального критерію:

$$\Pi_{\text{соц}} = 1 - e^{(1/K_{\text{соц}})}. \quad (12)$$

Для збільшення соціального критерію необхідно зменшувати ймовірність несприятливих факторів, які впливають на захворюваність $A_{\text{комф}} / B_{\text{зах}}$, і ймовірність захворюваності населення $B_{\text{зах}}$, що досягається усуненням причин виникнення захворювань, запровадженням заходів профілактики.

Таким чином, математичне забезпечення комплексної оцінки безпечності техногенно-навантажених територій містить результати послідовного аналізу показників екологічності стану об'єктів на різних рівнях дослідження (рис. 4).

Застосування поданої системи оцінювання на техногенному об'єкті дозволить зрівноважити співвідношення екологічного, економічного та соціального критеріїв між собою і досягти певного рівня урегулювання екологічності виробництва і таким чином зменшити вплив на природні складові навколишнього середовища.

Методика комплексної оцінки безпечності ПТК апробована на прикладі визначення екологічної доцільності роботи виробництва з утилізації шламів, що передбачає повторне використання фільтрату (очищеної води) у технологічному процесі. Розрахунки, виконані за даними екологічного моніторингу «перероблення шламів – стан НПС» згідно з алгоритмом оцінювання рівня екологічності дослідженої системи «вилучення шламів – оброблення шламів – вплив на НПС» (рис. 4).

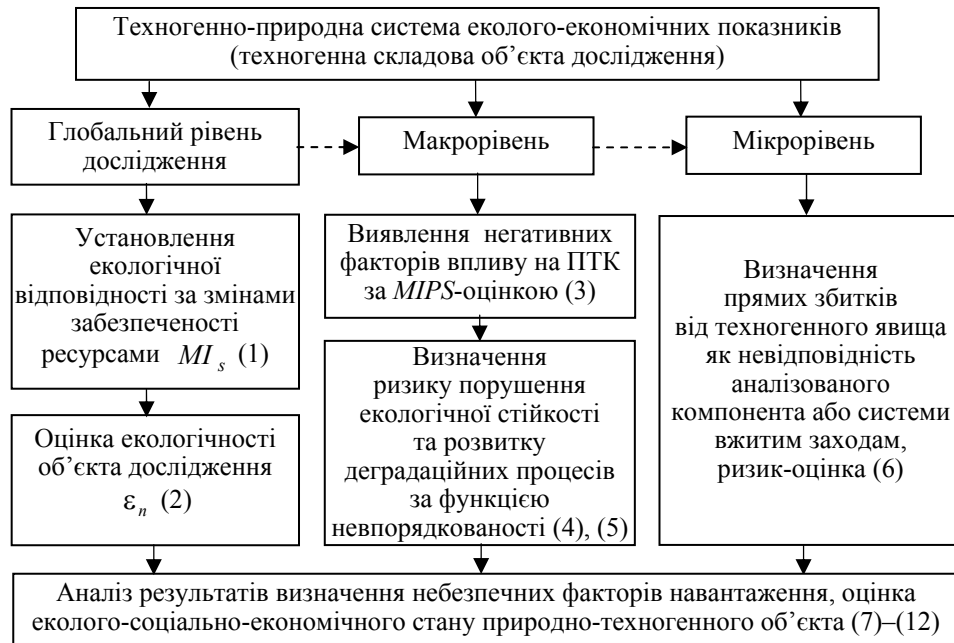


Рис. 4. Послідовність визначення показників комплексної оцінки стану природно-техногенних об'єктів

Надана методика є альтернативою визначення безпечності виробничого процесу за процедурою екологічної оцінки проекту і експертизи. Послідовність системного аналізу (рис. 3, 4) дозволяє виявити фактори екологічної дестабілізації і встановити умови безпечної роботи потенційного джерела навантаження.

Вилучення шламів розглядається як позитивний екологічний фактор, який надалі порівнюється з негативним впливом виробничого процесу їх оброблення за MIPS-числами (3) і ризик-аналізом. Результати оцінювання відповідності технології вилучення шламів вимогам безпеки НПС отримані за MIPS-аналізом шламів, шламових вод, застосованих реагентів за їх складом C_i , з урахуванням такого: дослідний зразок – 32 г, отриманий розчин – 200 мл, NaOH – 2,5 мл; флокулянт – 3 мл; Na₂SO₄ – 1мл (x_j) і 90% – вихід готової продукції – очищеної води для розбавлення шламів для флокуляції (S_j) (табл. 1, 2).

Таблиця 1. MIPS-оцінка екологічності вилучених шламів

№ з/п	Складові шламу	MI-числа [11]	C_i	$MI_{\text{заг}}$	$MIPS_1$
1	Al ₂ O ₃	3,43	17	58,31	10,37
2	SiO ₂	1,4	40	56	9,96
3	Fe ₂ O ₃	6,7	3,6	24,12	4,29
4	CaO	5,6	0,7	3,92	0,7
5	MgO	1,6	1,2	1,92	0,34
6	Na ₂ O	2,3	0,41	0,943	0,17
7	K ₂ O	5,69	0,6	3,414	0,6
8	TiO ₂	40,7	0,84	34,188	6,08
Сумарне MIPS ₁ -число*					4,06

*MIPS₁ > 1 — за умови вилучення з НПС визначається як позитивний фактор.

Таблиця 2. Оцінка екологічності процесів оброблення шламів*

№ з/п	Речовина	MI- числа	C_i	$MI_{заг}$	$MIPS_2$
Шламівий розчин					
1	Хлориди	1,84	30	55,2	0,28
2	Сульфати	2,1	40	84	0,42
3	Феноли	18,7	0,005	0,0935	0,00047
4	Марганець	40,2	0,1	4,02	0,02
5	Алюміній	7,43	0,35	2,6005	0,013
6	Мідь	85,5	0,01	0,855	0,004
7	Кадмій	–	0,0002	–	–
8	Свинець	15,6	0,004	0,0624	0,0003
Реагенти					
9	NaOH+флокулянт+ Na ₂ SO ₄	23,78	6,5	55,2	0,119
Сумарне $MIPS_2$ -число*					0,85

*Процеси флокуляції шламів залишків за певною технологією ТОВ «Науково-технічний центр «ЕКОМАШ»; $MIPS_1 > MIPS_2$, отже, встановлено низький ризик-фактор виробництва — ситуація екологічної безпеки [11].

Негативний фактор за результатами дослідження системи розглядається як кінцевий вплив на НПС процесу оброблення шламів і оцінюється за величиною ризику, отриманою при порівнянні вимірюваних показників з ГДК. Нормативна міра ГДК допускає обмежене коливання у дестабілізації системи, тобто мова йде про прийнятну «ціну» навантаження на природне середовище і людину (формули (5) і (6)) (табл. 3).

Таблиця 3. Оцінка впливу на об'єкти НПС (ущільнений залишок, осад)

№ з/п	Речовина згущеного залишку (10% від початкового об'єму)	MI- числа	C_i	$MIPS_3$	ГДК	$\frac{C_i}{ГДК_i}$	Risk
Шламівий розчин							
1	Хлориди	1,84	3	0,028	300	0,01	0,046
2	Сульфати	2,1	4	0,042	500	0,008	0,039
3	Феноли	18,7	0,0005	0,000047	0,01	0,05	0,15
4	Марганець	40,2	0,01	0,002	0,2	0,05	0,15
5	Алюміній	7,43	0,035	0,0013	0,5	0,07	0,19
6	Мідь	85,5	0,001	0,00043	0,02	0,05	0,15
7	Кадмій	–	0,00002	–	0,005	0,004	0,02
8	Свинець	15,6	0,0004	0,00003	0,06	0,007	0,033
Реагенти							
9	NaOH + флокулянт + Na ₂ SO ₄	23,78	0,6	0,01	7,5	0,08	0,2
Сумарне $MIPS_3$ -число*				0,074<<1			0,29<1

*Узагальнений вплив на об'єкти НПС за складом осаду від флокуляції [11].

За отриманими розрахунками складається оцінка екологічної доцільності даного виду діяльності із зіставленням даних комплексного аналізу для об'єктивного обґрунтування:

– $MIPS_{\text{шл}} < MIPS_{\text{вир}}$ — висока за значенням ризик-оцінка — ситуація екологічної небезпеки в разі запровадження виробництва;

– $MIPS_{\text{шл}} > MIPS_{\text{вир}}$ — низький ризик-фактор складових виробництва – ситуація екологічної безпеки.

Таким чином, комплексування методик не тільки визначає екологічність за різними аспектами, але дає змогу додатково підтвердити отримані дані, установити небезпечність факторів впливу на НПС. Методичне забезпечення комплексної оцінки екологічності на основі MIPS- і ризик-аналізу дозволяє порівняти позитивний ефект від кінцевої мети з перероблення шламів і екологічні ризики, які при цьому виникають (див. табл. 1, 3).

ВИСНОВКИ

У роботі обґрунтовано теоретико-методичні основи комплексного аналізу стану техногенно-навантажених територій і природно-техногенних об'єктів за змістовністю сталого розвитку на основі системи оцінювання екологічної відповідності за MIPS- і ризик-аналізом з ідентифікацією негативних порушень у системі «техногенний об'єкт – НПС – людина» і отримано таке.

1. Екологічність природно-техногенного об'єкта є відповідністю гомеостазу для його складових систем до вимог екологічної безпеки за такими показниками: економічним — максимізація ефективності виробництва і мінімізація потоку із системи (викидів, скидів, утворення відходів); екологічним — підтримка на оптимальному природному рівні біологічної продуктивності екосистем; соціальним — максимізація до економічно досягнутої величини суспільного здоров'я людини (рис. 1, 2, рівняння (1)–(4)).

2. Методичні пропозиції наданої послідовності аналізу екологічності ПТК передбачають урахування оцінки процесів у об'єктах дослідження при управлінні якістю НПС (рис. 4).

3. Надане математичне забезпечення оцінки екологічності стану ПТК (рівняння складових оцінки (4)–(12)) дозволяє встановити відповідність регулювання якості досліджених об'єктів за соціально-еколого-економічними аспектами вимогам управління безпекою з урахуванням загальнопоширеної концепції прийняттого ризику (6).

ЛІТЕРАТУРА

1. Згуровский М.З. Глобальное моделирование процессов устойчивого развития в контексте качества и безопасности жизни людей / М.З. Згуровский, А.Д. Гвишиани. — К.: Політехніка. 2008. — 331 с.
2. Ємельянова Д.І. Методично-інформаційне забезпечення комплексної оцінки природно-техногенних комплексів / Д.І. Ємельянова // «Эколого-правовые и экономические аспекты техногенной безопасности регионов»: матеріали VIII міжнар. наук.-практ. конф. — Х.: ХНАДУ, 2013. — С. 112–117.
3. Козуля Т.В. Комплексна екологічна оцінка природно-техногенних комплексів на основі MIPS- і ризик-аналізу / Т.В. Козуля, Д. І. Ємельянова,

- М.М. Козуля // Восточноевроп. журн. передовых технологий. — Х., 2014. — № 3 (69). — С. 8–14.
4. Козуля Т.В. Використання МІ-чисел при формуванні комплексної оцінки екологічності виробництва і ПТК / Т.В. Козуля, Д.І. Ємельянова // Системний аналіз та інформаційні технології: матеріали 15 Міжнар. наук.-техн. конф. SAIT. — К.: ННК «ІПСА» НТУУ «КПІ», 2013. — С. 115–116.
 5. Звягінцева Г.В. Принципи оцінки екологічних ризиків при забрудненні навколишнього природного середовища / Г.В. Звягінцева // Зб. тез доп. учасників III Всеукр. наук.-практ. конф. «Охорона навколишнього середовища промислових регіонів як умова сталого розвитку України». — Запоріжжя: Фінвей, 2007. — С. 156–159.
 6. *Integrated Risk Information System*. — Режим доступу: <https://www2.epa.gov/iris>.
 7. Коваленко Г.Д. Екологічний ризик погіршення стану навколишнього природного середовища України при збереженні існуючих тенденцій антропогенного навантаження / Г.Д. Коваленко, Г.В. Півень, О.В. Рибалова // Екологічна безпека: проблеми і шляхи вирішення : зб. наук. праць Міжнар. наук.-практ. конф. — Х., 2009. — Т. 1. — С. 52–56.
 8. Лисиченко Г.В. Методологія оцінювання екологічних ризиків / Г.В. Лисиченко, Г.А. Хміль, С.В. Барбашев. — Одеса: Астропринт, 2011. — 368 с.
 9. Козуля Т.В. Теоретико-практичні основи методології комплексної оцінки екологічності територіальних і об'єктових систем / Т.В. Козуля, Н.В. Шаронова, Д.І. Ємельянова, М.М. Козуля // Проблеми інформаційних технологій. 2012. — № 01 (011). — С. 37–45.
 10. Беспалов В.И. Методические основы социо-эколого-экономической оценки состояния окружающей среды территорий промышленных зон крупных городов / В.И. Беспалов, Е.В. Котлярова // «Строительство 2011»: материалы Междунар. науч.-практ. конф. — Ростов н/Д: Рост. гос. строит. ун-т, 2011. — С. 57–64.
 11. Ritthoff M. Calculating MIPS – Resource Productivity of Products and Services / M. Ritthoff, H. Rohn, C. Liedtke. — Wuppertal, 2003. — Режим доступу: www.mips.online.info.

Надійшла 02.07.2015

PROBLEM OF FUZZY PORTFOLIO OPTIMIZATION AND ITS SOLUTION WITH APPLICATION OF FORECASTING METHODS

YURI ZAYCHENKO, INNA SYDORUK

The novel theory of investment portfolio optimization under uncertainty is presented based on fuzzy set theory and efficient forecasting methods. The direct problem of fuzzy portfolio optimization and dual problem are considered. In the direct problem structure of a portfolio is determined which provides the maximum profitableness at the given risk level. In dual problem the portfolio structure is determined which provides the minimum risk level at the set level of critical profitableness. For estimation of stocks profitableness in future moment the application of forecasting method- Fuzzy Group Method of Data Handling (FGMDH) is suggested. This method enables to construct fuzzy forecasting models by experimental data almost automatically. The experimental investigations of the suggested theory were carried out and comparison with classical portfolio model was performed.

INTRODUCTION

Historically, the first and the most common way to take account of uncertainty is the use of probability theory. The beginning of modern investment theory was in the article H. Markowitz, "Portfolio Selection", which was released in 1952. In this article mathematical model of optimal portfolio of securities was first proposed. Methods of constructing such portfolios under certain conditions are based on theoretical and probabilistic formalization of the concept of profitability and risk. For many years the classical theory of Markowitz was the main theoretical tool for optimal investment portfolio construction, after which most of the novel theories were only modifications of the basic theory. However, the global market crisis of recent years has shown that the existing theory of investment portfolio optimization and forecasting stock indices exhausted itself and a revision of the basic theory of portfolio management is strongly needed.

New approach in the problem of investment portfolio construction under uncertainty is connected with fuzzy sets theory. Fuzzy sets theory was created about half a century ago in the fundamental work of Lotfi Zadeh [1]. By using fuzzy numbers in the forecast parameters decision- making person was not required to form probability estimates.

The application of fuzzy sets technique enabled to create a novel theory of fuzzy portfolio optimization under uncertainty and risk deprived of drawbacks of classical portfolio theory by Markovitz.

The main source of uncertainty is changing stock prices of securities at the stock market as the decision on portfolio is based on current stock prices while the implementation of portfolio is performed in future and portfolio profitability depends on future prices which are unknown at the moment of decision making. Therefore in order to raise the reliability of decision concerning portfolio and cut possible risk it's needed to forecast future prices of stocks. For this the application of inductive modeling method, so-called Fuzzy Group Method of Data Handling (FGMDH) seems to be very perspective.

The goals of this work are to review the main results in fuzzy portfolio optimization theory, to consider and analyze so-called direct and dual problem of portfolio optimization, to estimate the application of FGMDH for stock prices forecasting and to carry out experimental investigations for estimation of the efficiency of the elaborated theory.

PROBLEM STATEMENT

Let us consider a share portfolio from N components and its expected behavior at time interval $[0, T]$. Each of a portfolio component $i = 1, \dots, N$ at the moment T is characterized by its financial profitability r_i (evaluated at a point T as a relative increase in the price of the asset for this period) [2, 3]. The holder of a share portfolio – the private investor, the investment company or mutual fund – operates the investments, being guided by certain reasons. On one hand, the investor tries to maximize the profitability. On the other hand, he fixes maximum permissible risk of an inefficiency of the investments.

Assume the capital of the investor be equal 1. The problem of share portfolio optimization consists in a finding of a vector of share prices distribution in a portfolio $x = \{x_i\}$, $i = \overline{1, N}$ maximizing the income at the set risk level.

In process of practical application of Markovitz model its drawbacks were detected:

The hypothesis about normality of profitability distributions in practice does not prove to be true.

Stationarity of price processes is not always confirmed in practice.

At last, the risk of stocks is considered as a dispersion i.e. a decrease in profitability of securities in relation to the expected value, and profitability increase in relation to an expected value are estimated in this model absolutely all the same. While for the proprietor of securities these events are absolutely different. These weaknesses of Markovitz theory determine necessity of essentially new approach of definition of an optimum investment portfolio.

Let's review the **main principles and ideas of a fuzzy portfolio optimization method**.

The risk of a portfolio is not its volatility, but possibility that expected profitability of a portfolio will appear below some pre-established planned value.

Correlation of stock prices in a portfolio is not considered and not accounted.

Profitability of each security is not random but a fuzzy number. Similarly, restriction on extremely low level of profitability can be both usual scalar and fuzzy number of any kind.

Profitability of a security on termination of ownership term is expected to be equal r and lies in a settlement range.

For i -th security denote:

\bar{r}_i — the expected profitableness of the i -th security;

r_{1i} — the lower border of profitableness of the i -th security;

r_{2i} — the upper border of profitableness of the i -th security.

$r_i = (r_{1i}, \bar{r}_i, r_{2i})$ — profitableness of i -th security is a triangular fuzzy number.

Then profitableness of a portfolio:

$$r = \left(r_{\min} = \sum_{i=1}^N x_i r_{1i}; \bar{r} = \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i; r_{\max} = \sum_{i=1}^N x_i r_{2i} \right),$$

where x_i is the weight of the i -th security in a portfolio (its ratio), and

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1, x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N}. \quad (1)$$

Critical level of profitableness of a portfolio at the moment of T may be fuzzy triangular number $r^* = (r_1^*; \bar{r}^*; r_2^*)$ or non-fuzzy number.

To define structure of a portfolio which will provide the maximum profitableness at the set risk level, it is required to solve the following problem [6]:

$$\{x_{\text{opt}}\} = \{x\} \mid r \rightarrow \max, \quad \beta = \text{const}, \quad (2)$$

where r is a portfolio profitableness, β is a desired risk, vector x satisfies (1).

MATHEMATICAL MODEL OF FUZZY PORTFOLIO OPTIMIZATION PROBLEM

Let us consider a risk estimation of portfolio investments. On fig. 1 membership function of r and criterion value r^* are shown.

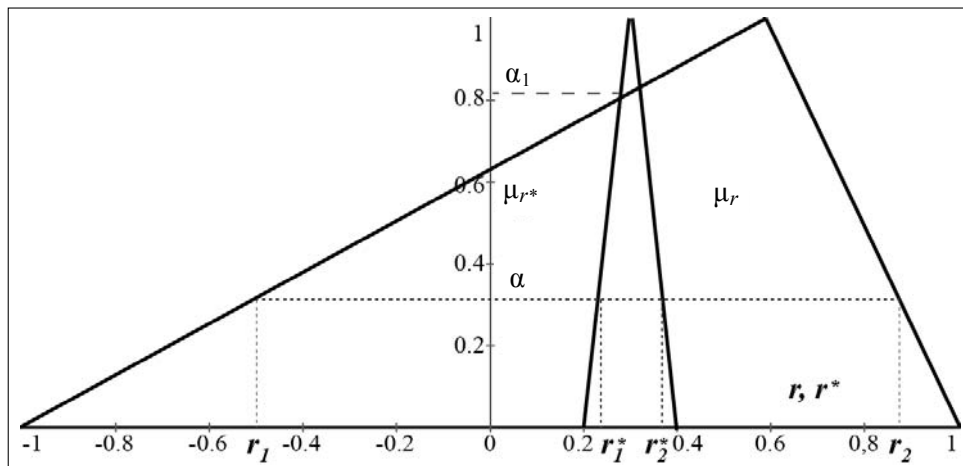


Fig. 1. Membership functions of r and r^*

Point with ordinate α_1 is the crossing point of two membership functions. Let us choose any level of membership α and define corresponding intervals

$[r_1, r_2]$ and $[r_1^*, r_2^*]$. At $r_1 > r_2^*$, intervals are not crossed, the risk and inefficiencies level equal to zero. Level α_1 is upper border of risk zone. At $0 \leq \alpha \leq \alpha_1$ intervals are crossed.

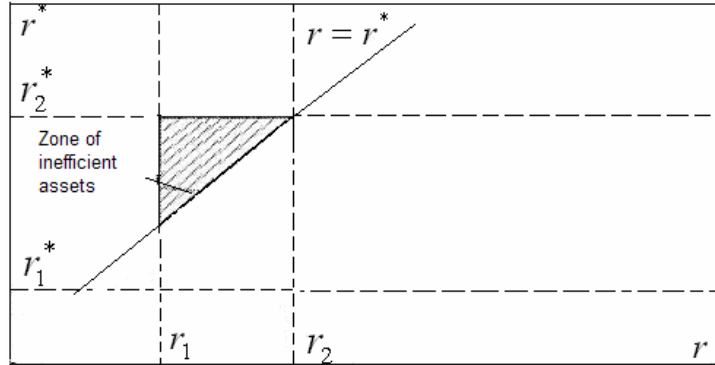


Fig. 2. Phase space (r, r^*)

$$S_\alpha = \begin{cases} 0, & \text{if } r_1 \geq r_2^*, \\ \frac{(r_2^* - r_1)^2}{2}, & \text{if } r_2^* > r_1 \geq r_1^*, r_2 \geq r_2^*, \\ \frac{(r_1^* - r_1) + (r_2^* - r_1)}{2} (r_2^* - r_1^*), & \text{if } r_1 < r_1^*, r_2 > r_2^*, \\ (r_2^* - r_1^*) (r_2 - r_1) - \frac{(r_2 - r_1^*)^2}{2}, & \text{if } r_1 < r_1^* \leq r_2; r_2 < r_2^*, \\ (r_2^* - r_1^*) (r_2 - r_1), & \text{if } r_2 \geq r_1^*, \end{cases} \quad (3)$$

where S_α are shaded areas of the phase space.

Since all realizations (r, r^*) at set membership level $\varphi(\alpha)$ are equally possible, so the degree of inefficiencies risk $\varphi(\alpha)$ is geometrical probability of event to drop into any point (r, r^*) in the zone of inefficient distribution of the capital [5]:

$$\varphi(\alpha) = \frac{S_\alpha}{(r_2^* - r_1^*) (r_2 - r_1)}.$$

Then total value of risk level of portfolio inefficiency is equal to:

$$\beta = \int_0^{\alpha_1} \varphi(\alpha) d\alpha.$$

When the criterion of efficiency is defined as non-fuzzy level r^* limiting transition at $r_2^* \rightarrow r_1^* \rightarrow r^*$ we obtain:

$$\varphi(\alpha) = \begin{cases} 0, & \text{if } r^* < r_1, \\ \frac{(r^* - r_1)}{(r_2 - r_1)}, & \text{if } r_1 \leq r^* \leq r_2, \alpha \in [0, 1], \\ 1, & \text{if } r^* > r_2. \end{cases}$$

The most expected value risk degree of a portfolio is defined so [2]:

$$\beta = \begin{cases} 0, & \text{if } r^* < r_{\min}, \\ R \left(1 + \frac{1-\alpha_1}{\alpha_1} \ln(1-a_1) \right), & \text{if } r_{\min} \leq r^* \leq \bar{r}, \\ 1 - (1-R) \left(1 + \frac{1-\alpha_1}{\alpha_1} \ln(1-a_1) \right), & \text{if } \bar{r} \leq r^* < r_{\max}, \\ 1, & \text{if } r^* \geq r_{\max}, \end{cases} \quad (4)$$

where

$$R = \begin{cases} \frac{r^* - r_{\min}}{r_{\max} - r_{\min}}, & \text{if } r^* < r_{\max}, \\ 1, & \text{if } r^* \geq r_{\max}, \end{cases} \quad (5)$$

$$\alpha_1 = \begin{cases} 0, & \text{if } r^* < r_{\min}, \\ \frac{r^* - r_{\min}}{\tilde{r} - r_{\min}}, & \text{if } r_{\min} \leq r^* < \tilde{r}, \\ 1, & \text{if } r^* = \tilde{r}, \\ \frac{r_{\max} - r^*}{r_{\max} - \tilde{r}}, & \text{if } \tilde{r} < r^* < r_{\max}, \\ 0, & \text{if } r^* \geq r_{\max}. \end{cases}$$

Taking into account also that profitableness of a portfolio is equal to:

$$r = \left(r_{\min} = \sum_{i=1}^N x_i r_{1i}; \bar{r} = \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i; r_{\max} = \sum_{i=1}^N x_i r_{2i} \right),$$

where $r_i = (r_{1i}, \bar{r}_i, r_{2i})$ is the profitableness of i -th security, we obtain the following direct portfolio optimization problem [6]:

$$\bar{r} = \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i \rightarrow \max, \quad (6)$$

$$\beta = \text{const}, \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1, \quad x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N}. \quad (8)$$

At a risk level variation β 3 cases are possible. Consider in detail each of them.

- $\beta = 0$.

From (3) it is evident, that this case is possible when $r^* < \sum_{i=1}^N x_i r_{1i}$.

Then we receive the following problem of linear programming:

$$\bar{r} = \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i \rightarrow \max, \tag{9}$$

$$\sum_{i=1}^N x_i r_{1i} > r^*, \tag{10}$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1, \quad x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N}. \tag{11}$$

The solution of the problem (9)–(11) — vector $x = \{x_i\}$, $i = \overline{1, N}$ determines a required structure of the optimum portfolio for the given risk level.

- $\beta = 1$.

From (3) it follows, that this case is possible when $r^* \geq \sum_{i=1}^N x_i r_{2i}$. Then we get the following problem

$$\bar{r} = \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i \rightarrow \max,$$

$$\sum_{i=1}^N x_i r_{2i} \leq r^*, \quad \sum_{i=1}^N x_i = 1, \quad x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N}.$$

- $0 < \beta < 1$.

From (3) it is evident, that this case is possible when $\sum_{i=1}^N x_i r_{1i} \leq r^* \leq \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i$, or when $\sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i \leq r^* < \sum_{i=1}^N x_i r_{2i}$.

a) Let be $\sum_{i=1}^N x_i r_{1i} \leq r^* \leq \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i$. Then using (4)–(5) the problem (6)–(8) is reduced to the following nonlinear programming problem :

$$\bar{r} = \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i \rightarrow \max, \tag{12}$$

$$\frac{1}{\sum_{i=1}^N x_i r_{2i} - \sum_{i=1}^N x_i r_{1i}} \left(\left(r^* - \sum_{i=1}^N x_i r_{1i} \right) + \left(\sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i - r^* \right) \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i - r^*}{\sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i - \sum_{i=1}^N x_i r_{1i}} \right) \right) = \beta, \tag{13}$$

$$\sum_{i=1}^N x_i r_{1i} \leq r^*, \tag{14}$$

$$\sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i > r^*, \tag{15}$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1, \quad x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N}. \quad (16)$$

b) Let $\sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i \leq r^* < \sum_{i=1}^N x_i r_{2i}$. Then the problem (6)–(8) is reduced to the following nonlinear programming problem:

$$\bar{r} = \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i \rightarrow \max, \quad (17)$$

$$\frac{1}{\sum_{i=1}^N x_i r_{2i} - \sum_{i=1}^N x_i r_{1i}} \times \left(\left(r^* - \sum_{i=1}^N x_i r_{1i} \right) - \left(r^* - \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i \right) \ln \left(\frac{r^* - \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i}{\sum_{i=1}^N x_i r_{2i} - \sum_{i=1}^N x_i r_{1i}} \right) \right) = \beta, \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i r_{2i} > r^*, \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i \leq r^*, \quad (20)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1, \quad x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N}. \quad (21)$$

The R-algorithm of minimization of not differentiated functions was suggested to find the solution of problems (12)–(16) and (17)–(21).

Let both problems: (12)–(16) and (20)–(24) be solvable. Then to the structure of a required optimum portfolio will correspond such vector $x = \{x_i\}$, $i = \overline{1, N}$ — the solution one of the problems (12)–(16), (17)–(21) whose the criterion function value will be greater.

IV. ANALYSIS AND COMPARISON OF EXPERIMENTAL RESULTS OBTAINED BY MARKOVITZ AND FUZZY PORTFOLIO MODELS

For the comparative analysis of investigated methods of a share portfolio optimization real data on share prices of the companies RAO» EES (EERS2) and Gazprom (GASP), were taken from February, 2000 till May, 2006 [6, 7].

In Markovitz model expected profitableness of a share is calculated as a mean $m = M\{r\}$ and risk of an asset is considered as a dispersion of the profitableness value $\sigma^2 = M[(m - r)^2]$ i.e. level of variability of expected incomes.

In the fuzzy-sets model obtained from a situation at the share market we conclude:

- the profitableness of EERS2 shares lies in a settlement corridor $[-1,0:3,9]$, the most expected value of profitableness is 2,1 % ;

- the profitableness of GASP shares lies in a settlement corridor $[-4,1: 5,7]$, the most expected value of profitableness is 4,8 % .

Let critical profitableness of a portfolio be 3,5 % i.e. portfolio investments which bring the income below 3,5 %, are considered as the inefficient.

Expected profitableness of the optimum portfolios received by Markovitz model, is higher, than profitableness of optimum portfolios, received by the fuzzy-set model because in Markovitz model the calculation of expected share profitableness is based on indicators for the preceeding periods and the situation in the share market at the moment of decision-making is not accounted by the investor. As profitableness of shares EERS2 and GASP in 2000- 2005 years was much more higher than at the present moment, Markovitz model gives unfairly high estimate.

In the fuzzy-set model the profitableness of each asset is a fuzzy number. Its expected value is calculated not from statistical data, but by analysis of the market at the moment of decision- making by the investor. Thus, in the considered case, the expected profitableness of a portfolio is not too high.

The structures of an optimum portfolio which we get as a result of use of both methods for the same risk levels are quite different too. To find out the reason of this we consider following dependences obtained for both models (Fig. 3) Dependence of expected profitableness on risk degree of the portfolio is presented in Fig. 3.

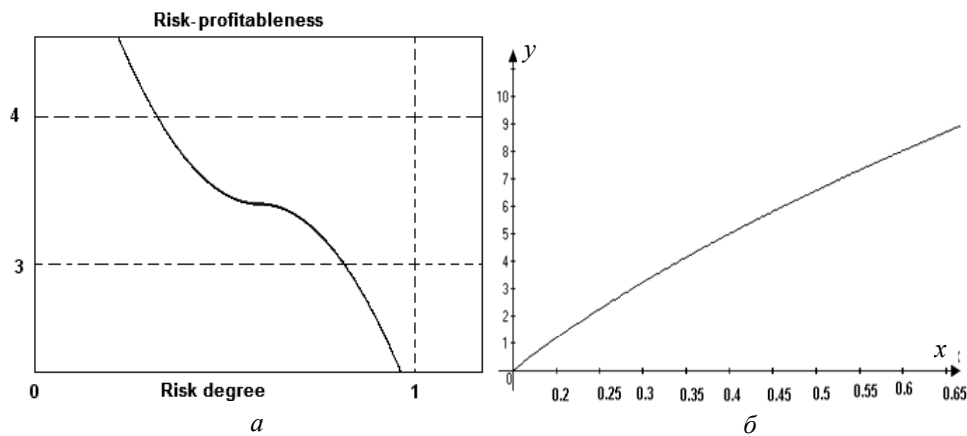


Fig. 3. Dependences of expected profitableness on degree of risk of the portfolio: a — Fuzzy portfolio model; b — Markovitz model

The dependencies “optimal profitableness-risk” received by the above specified methods, are practically opposite. The reason of such result is the various understanding of a portfolio risk.

In the fuzzy-set method the risk is recognized as a situation when expected profitableness of a portfolio falls below the critical level, so with decrease of expected profitableness, risk of the real portfolio profitableness to be less than the critical value, increases .

In Markovitz model the risk is considered as the degree of expected income variability of a portfolio, in both cases of smaller and greater income that contra-

dicts common sense. The various understanding of portfolio risk level is also the reason of difference of a portfolio structure, received by different methods.

From the point of view of the fuzzy-set approach, the greater is the portion of GASP shares in a portfolio, the less is the risk of that efficiency of share investments will appear below the critical level which is in our case 3,5 %.

From the point of view of Markovitz model, average mean deviation from average value for GASP shares is great enough, therefore with growth of this share portion the risk of a portfolio increases. It leads to that portion of highly profitable assets in the share portfolio received by Markovitz model, is unfairly small.

According to Markovitz model, thanks to correlation between assets it is possible to receive a portfolio with a risk level less than volatility of the least risk security.

In this research after investing 96 % of the capital in EERS2 shares and 4 % in GASP shares, the investor received portfolio with expected profitableness of 2,4 % and degree of risk 0,19. However investments with expected profitableness of 2,4 % in our fuzzy-set model are considered as the inefficient. If to set critical value of expected portfolio profitableness equal to 2,4% the risk of inefficient investments will decrease, too.

DUAL PORTFOLIO OPTIMIZATION PROBLEM

Now consider the portfolio optimization problem dual to the problem (6)–(8) [2, 10]:

$$\min \beta(x), \quad (22)$$

under conditions

$$\bar{r} = \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i \geq r_{\text{set}} = r^*, \quad (23)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1, \quad x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N}. \quad (24)$$

In the paper [3], it was proved that the risk function $\beta(x)$ is convex where

$$\beta(x) = \left(A(x) + B(x) \ln \frac{B(x)}{C(x)} \right) D(x),$$

where

$$A(x) = r^* - \sum_{i=1}^N x_i r_{1i}; \quad B(x) = \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i - r^*;$$

$$C(x) = \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i - \sum_{i=1}^N x_i r_{1i}.$$

So the dual portfolio problem (22)–(24) is convex programming problem. Taking into account that constraints (23) are linear compose Lagrangian function:

$$L(x, \lambda, \mu) = \beta(x) + \lambda \left(r^* - \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i \right) + \mu \left(\sum_{i=1}^N x_i - 1 \right).$$

The optimality conditions by Kuhn–Tucker are such [3]:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial \beta(x)}{\partial x_i} - \lambda \bar{r}_i + \mu \geq 0, \quad i = \overline{1, N},$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = - \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i + r^* \leq 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu} = \sum_{i=1}^N x_i - 1 = 0,$$

and conditions of complementary slackness

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} x_i = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = \lambda \left(- \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i + r^* \right) = 0, \quad x_i, \lambda \geq 0, \quad i = \overline{1, N},$$

where $\lambda \geq 0$ and μ are indefinite Lagrange multipliers.

This problem may be solved by standard methods of convex programming, for example method of feasible directions or method of penalty functions.

THE APPLICATION OF FGMDH FOR STOCK PRICES FORECASTING AND EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS

The profitableness of leading companies at NYSE in the period from 03.09.2013 to 17.01.2014 were used as the input data in experimental investigations. The companies included: Canon Inc. (CAJ), McDonald's Corporation (MCD), PepsiCo, Inc (PEP), The Procter & Gamble Company (PG), SAP AG (SAP).

For forecasting we have used Fuzzy GMDH method [5, 2] with triangular membership functions, linear partial descriptions, training sample of 70 and forecasting for 1 step. The next profitableness values on date 17.01.2014 were obtained (table 1).

Table 1. The profitableness of shares on date 17.01.2014, %

Companies	Profitableness				MAPE test sample	MSE test sample
	Real value	Low bound	Forecasted value	Upper bound		
CAJ	-1,270	-1,484	-1,246	-1,008	2,2068	0,0295
MCD	-0,105	-0,347	-0,118	0,111	2,5943	0,0091
PEP	0,206	0,001	0,242	0,483	3,0179	0,0177
PG	0,162	0,041	0,170	0,299	1,6251	0,0197
SAP	0,843	0,675	0,867	1,059	2,3065	0,0164

Let the critical profitableness level be 0,7%. Varying the risk level we obtain the following results at the end of 2-nd week (17.01.2014) for triangular MF. The results are presented in the tables 2, 3 and the Fig. 4.

Table 2. Distribution of components of the optimal portfolio for triangular MF with critical level $r^* = 0,7\%$

CAJ	MCD	PEP	PG	SAP
0,05482	0,00196	0,0027	0,00234	0,93818
0,06145	0,00113	0,00606	0,0039	0,92746
0,0698	0,00577	0,00235	0,00219	0,91989
0,06871	0,00228	0,0057	0,00244	0,92087
0,07567	0,00569	0,00106	0,00094	0,91664
0,07553	0,00002	0,0029	0,00208	0,91947
0,06774	0,00121	0,006	0,00234	0,92271
0,0764	0,001	0,00612	0,00464	0,91184
0,09072	0,00849	0,00655	0,0039	0,89034

Table 3. Parameters of the optimal portfolio for triangular MF with critical level $r^* = 0,7\%$

Low bound	Expected profitableness	Upper bound	Risk level
0,55133	0,74591	0,94049	0,2
0,53462	0,72954	0,92446	0,25
0,51544	0,71084	0,90624	0,3
0,51894	0,71431	0,90968	0,35
0,5045	0,70018	0,89587	0,4
0,50877	0,70425	0,89973	0,45
0,522	0,71731	0,91262	0,5
0,50197	0,69752	0,89308	0,55
0,46358	0,66014	0,8567	0,6

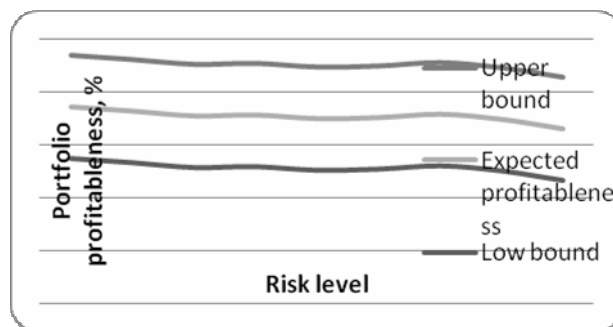


Fig. 4. Dependence of the expected portfolio profitableness versus risk level for triangular MF

As we can see on fig. 4, the dependence profitableness — risk has descending type, the greater risk the lesser is profitableness which is opposite to classical probabilistic method by Markovitz . It may be explained so that at fuzzy approach by risk is meant the situation when the expected profitableness happens to be less than the given criteria level. When the expected profitableness decreases, the risk grows.

The profitability of the real portfolio is 0,7056%. This value falls in calculated corridor of profitability for optimal portfolio [0,5346, 0,7295, 0,9245] built with application of forecasting method FGMDH, indicating the high accuracy of the forecast.

Now consider the same portfolio using Gaussian MF (table 4, fig. 5).

Table 4. Parameters of the optimal portfolio for Gaussian MF with critical level $r^* = 0,7\%$

Low bound	Expected profitability	Upper bound	Risk level
0,6833	0,87551	1,06772	0,2
0,66972	0,86178	1,05384	0,25
0,66955	0,86161	1,05368	0,3
0,66468	0,85682	1,04896	0,35
0,64944	0,8415	1,03356	0,4
0,65975	0,85185	1,04394	0,45
0,63439	0,8266	1,0188	0,5
0,63184	0,82389	1,01594	0,55
0,62452	0,81666	1,0088	0,6

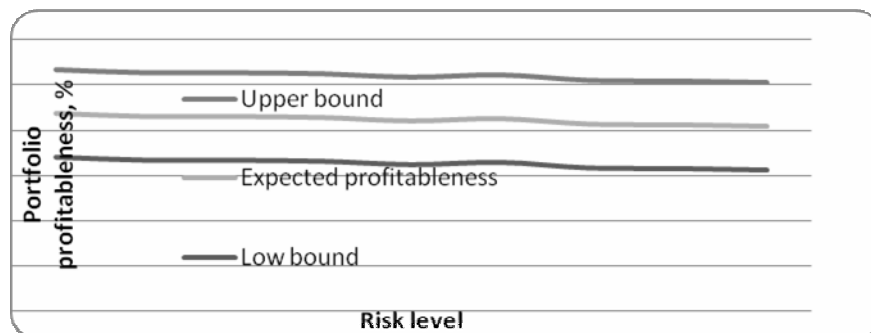


Fig. 5. Dependence of expected portfolio profitability versus risk for Gaussian MF

The profitability of the real portfolio is 0,8316%. This value falls in calculated corridor of profitability for optimal portfolio [0,6833; 0,8756; 1,0677].

In the above results the optimal portfolio corresponds to the first row of tables. As it can be seen from these data, the profitability obtained using Gaussian and bell-shaped MF is higher than the profitability obtained using triangular MF.

The optimal portfolio obtained with different MF actually have the same structure, the main portion falls on the company SAP shares, due to high rates of return as compared with other companies.

Let's consider the results obtained by solving the dual problem using triangular MF. In this case, the investor sets the rate of return, and the problem is to minimize the risk.

The optimal portfolio is presented in tables 5, 6 and Fig. 6.

Table 5. Distribution of components of the optimal portfolio (dual task)

CAJ	MCD	PEP	PG	SAP
0,01627	0,02083	0,02226	0,02231	0,91833
0,01112	0,02085	0,02391	0,02383	0,92029
0,00333	0,01992	0,02517	0,02476	0,92682
0,0021	0,01579	0,02457	0,02344	0,9341
0,00004	0,00921	0,02423	0,02135	0,94517
0,00224	0,00144	0,01825	0,01095	0,96712
0,00044	0,00682	0,02508	0,02058	0,94708
0,0011	0,00917	0,02448	0,02039	0,94486
0,00294	0,01206	0,02533	0,02154	0,93813

Table 6. Parameters of the optimal portfolio (dual task)

Low bound	Expected profitableness	Upper bound	Risk level	Critical rate of return
0,58944	0,78264	0,97584	0,00025	0,6
0,59846	0,79141	0,98437	0,01468	0,65
0,61478	0,80735	0,99991	0,04973	0,7
0,6229	0,81531	1,00772	0,13347	0,75
0,63606	0,82822	1,02037	0,26399	0,8
0,64945	0,84181	1,03417	0,49937	0,85
0,63712	0,82933	1,02153	0,72631	0,86
0,63382	0,82612	1,01843	0,8333	0,87
0,62559	0,81805	1,01052	0,91214	0,88

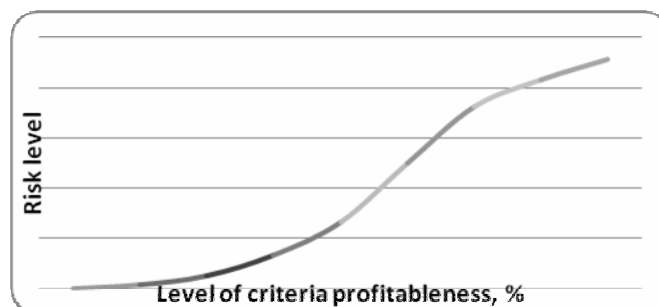


Fig. 6. Dependence of the risk level on a given critical return

From these results one can readily see that the curve “dependence risk — given critical level of profitability” has an ascending character, because with the growth of the critical value of profitability increases the probability that the expected return would be lower than a given critical value.

CONCLUSION

1. The problem of optimization of the investment portfolio under uncertainty is considered in this paper. We suggested and explored the fuzzy-set approach for solving the direct and dual portfolio optimization problems. In the direct problem we used triangular, bell-shaped and Gaussian membership functions. The results of solving the tasks were presented.

2. The optimal portfolios for the five assets at NYSE stock market were constructed and analyzed.

3. The problem of stock prices forecasting for portfolio optimization was also investigated. The fuzzy GMDH was proposed for its solution.. The fuzzy GMDH allows to construct forecasting model using experimental data automatically without participation of an expert. Besides, it may work under uncertainty conditions with fuzzy input data or data given as intervals. The fuzzy GMDH was applied for stocks profitableness forecasting at NYSE stock market in the problem of fuzzy portfolio optimization. The application of fuzzy GMDH enabled to decrease risk of the wrong decisions and to raise the groundness of decisions concerning portfolio content.

4. After analysis of the direct problem experiments it was detected that the **dependence “profitableness – risk” has descending type**, the greater risk the lesser is profitableness that is opposite to classical probabilistic methods.

5. The **dependence “risk versus given critical level of profitability” has ascending type**, because as the value of the critical level of profitability increases the probability that the expected return appears to be lower than a given critical value also grows.

6. As the main result of this research the **theory of fuzzy portfolio optimization under uncertainty was developed** based on fuzzy set approach and forecasting method FGMDH.

REFERENCES

1. Zadeh L.A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility [Електронний ресурс] / L.A. Zadeh — Режим доступу: <http://portal.acm.org/citation.cfm?id=310820>
2. Зайченко Ю.П. Нечеткие модели и методы в интеллектуальных системах [Текст]: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / Ю.П. Зайченко. — К.: Слово, 2008. — 341с.
3. Згуровский М.,З, Основы вычислительного интеллекта / М.З. Згуровский, Ю.П. Зайченко. — М.: Наук. думка, 2013. — 406 с.
4. Недосекин А.О. Нечетко-множественный анализ риска фондовых инвестиций [Электронный ресурс] / А.О. Недосекин. — Режим доступа: logic-bratsk.ru/radio/fuzzy/nedosek/book23.pdf
5. Зайченко Ю.П. Нечіткий метод групового врахування аргументів та його застосування в задачах прогнозування макроекономічних показників[Текст] / Ю.П. Зайченко, О.Г. Кебкал, В.Ф. Крачковський// Наукові вісті НТУУ «КПІ». — 2000. — № 2. — С. 18–26.
6. Зайченко Ю.П. Анализ и сравнение результатов оптимизации инвестиционного портфеля при применении модели Марковица и нечетко-множественного метода // XIII-th International Conference KDS-2007. — SOFIA, 2007.— Vol. 1.— P.278–286.
7. Зайченко Ю.П. Оптимизация инвестиционного портфеля в условиях неопределенности // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2008. — № 2. — С. 59–76.
8. Зайченко Ю.П. Анализ инвестиционного портфеля на основе прогнозирования курсов акций // Інформатика, управління та обчислювальна техніка: Вісн. нац. техн. ун-ту України «КПІ». — К.: ТОО «ВЕК+». — 2007. — № 47. — С. 168–179.
9. Зайченко Ю. Исследование двойственной задачи оптимизации инвестиционного портфеля в нечетких условиях. Natural and Artificial Intelligence. ITHEA. Sofia, Bulgaria . — 2010. — P. 115–128.
10. Zaychenko Y. Direct and dual problem of investment portfolio optimization under uncertainty // International Journal «Information Technologies & Knowledge». — 8, N 3. — 2014. — P. 225–242.

Received 12.11.2015

ІДЕНТИФІКАЦІЯ НЕЛІНІЙНИХ СТАТИЧНИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ З ДИНАМІКИ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Д.К. ЗІМЕНКОВ, А.М. СІЛЬВЕСТРОВ, О.М. СКРИННИК

Розглянуто застосування методу побудови нелінійних статичних залежностей в нелінійних динамічних електротехнічних об'єктах з метою оптимізації режимів їх функціонування. Метод побудови містить дві складові: 1) визначення непараметричної моделі статичної нелінійності з довільної динаміки об'єкта з подальшою кусково-аналітичною її ідентифікацією; 2) об'єднання часткових моделей у повну з використанням аналітичних у всьому діапазоні селективних функцій замість неаналітичних сигнум-функцій. Наведено ряд прикладів використання запропонованої методики для ідентифікації та оптимізації електротехнічних об'єктів: генератора і двигуна постійного струму як ланки системи автоматичного керування та сонячної батареї.

ВСТУП

Спираючись на фундаментальні властивості об'єктів реального світу, а саме на закон взаємозв'язку всього з усім, можна стверджувати про відсутність ідеально-лінійної залежності між змінними стану реальних об'єктів, оскільки коефіцієнти зв'язку між ними через загальний взаємозв'язок елементів матеріального світу, будучи матеріальними, безпосередньо чи опосередковано залежатимуть від змінних стану об'єкта. Ця нелінійність разом з природною нестационарністю, невизначеністю та неавтономністю об'єктів матеріального світу суттєво ускладнює класичну задачу їх ідентифікації [4] і, як наслідок, задачу оптимального функціонування електротехнічних систем «об'єкт – підсистема керування». Як приклад деякі електротехнічні системи та задачі їх оптимізації подано в таблиці.

Електротехнічні системи та задачі їх оптимізації

№ з/п	Об'єкт управління	Мета керувальної підсистеми
1	Генератор постійного струму	Інваріантність напруги $U_{\text{я}}$ генератора постійного струму до збурення, яке змінює струм якоря $I_{\text{я}}$
2	Електродвигун постійного струму	Інваріантність швидкості Ω обертання вала електродвигуна постійного струму до зміни моменту $M_{\text{н}}$ навантаження
3	Сонячна батарея	Забезпечення режиму максимальної потужності сонячної батареї в умовах нестационарності сонячної інтенсивності

Для вирішення завдань, наведених в таблиці, необхідно побудувати нелінійні залежності «вхід–вихід» об'єктів керування, визначити зворотні моделі «вихід–вхід», які дають змогу лінеаризації системи керування і, отже, спростити задачу оптимізації функціонування цих систем.

Мета роботи — урахувавши властивості реальних об'єктів [1], необхідно на основі методів ідентифікації нелінійних об'єктів [1; 2] побудувати їх прями та інверсійні математичні моделі і використати їх у задачі лінеаризації характеристик системи «об'єкт–регулятор» та оптимізації режиму їх роботи.

Розв'язання задачі. Розв'язання поставлених в таблиці задач досягається на підставі трикрокового алгоритму:

- 1) із довільної динаміки об'єкта визначається непараметрична оцінка моделі статичної нелінійності [1; 3];
- 2) визначається кусково-аналітична нелінійна залежність;
- 3) кусково-аналітична нелінійність перетворюється в аналітичну у всьому діапазоні змінних об'єкта [2].

ВИЗНАЧЕННЯ ГЛАДКОЇ СТАТИЧНОЇ НЕЛІНІЙНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ З ДОВІЛЬНОЇ ДИНАМІКИ ОБ'ЄКТА

Подамо динаміку нелінійного електротехнічного об'єкта моделлю Гамерштейна [4]:

$$\sum_{k=0}^n a_{n-k} \frac{d^{n-k} y(t)}{dt^{n-k}} = f[x(t)], \quad (1)$$

де $f[x(t)]$ — статична нелінійна залежність від будь-якого вхідного сигналу $x(t)$.

Задача полягає у згладжуванні зашумлених вимірювань виходу $\hat{y}(t_k)$ і отриманні оцінки $\hat{f}(x)$ невідомої статичної нелінійності $f(x)$. Для визначення непараметричної моделі $\hat{f}[x(t)]$ гладкої статичної нелінійності $f[x(t)]$ визначаємо скомпенсований вихід об'єкта $y_{\text{ск}}$, наприклад, для $n = 2$, у такому вигляді:

$$y_{\text{ск}}(t) = \hat{y}(t) - \beta_1 \frac{d\hat{y}(t)}{dt} - \beta_2 \frac{d^2\hat{y}(t)}{dt^2}, \quad (2)$$

де параметри β_1, β_2 визначаються за умови мінімуму критерію гладкості [3], тобто мінімуму середнього квадрата r -ї похідної від $\hat{y}(t)$ за x :

$$(\beta_1, \beta_2) = \arg \min \sum_{k=1}^N \left(\frac{d^r y_{\text{ск}}(t_k)}{dx^r} \right)^2. \quad (3)$$

Для дискретних вимірювань $\hat{y}(t_k)$ вихідної змінної замість r -ї похідної за x використовуємо відповідну різницю дискретної послідовності $x(t_k)$, яка вимірюється зі сталим кроком у часі Δt і перетворюється у послідовність зі сталим прирощенням Δx , але вже зі змінним кроком у часі. Для цього згладжуємо шуми у вхідній та вихідній послідовностях вимірювань, упорядковуємо значення вхідної змінної $x(t_k)$ за зростанням. Далі для визначення значень t_j , які відповідають значенням вхідної змінної, що змінюються зі сталим кроком, виконаємо інтерполяцію отриманої послідовності за допомогою сплайнів:

$$S_2(t) = x_k + m_k(t - t_k) + c_k(t - t_k)^2, \quad t \in [\bar{t}_k, \bar{t}_{k+1}], \quad x \in [t_k, t_{k+1}].$$

Значення t_{jk} , які відповідають $j\Delta x$:

$$t_{jk} = t_k + \frac{1}{2c_k} \left(-m_k + \sqrt{m_k^2 + 4jc_k\Delta x} \right), \quad j = \overline{1, l_k}, \quad l_k = [x(t_{k+1}) - x(t_k)].$$

Після визначення усіх t_{jk} обчислюємо значення $\hat{y}(t_{jk}), d\hat{y}(t_{jk})/dt$ і $\frac{d^2\hat{y}(t)}{dt^2}$. Замість похідних за x використовуємо скінченні різниці:

$$\Delta^r y_{\text{ск}} = \Delta^r \left[\hat{y}(t) - \beta_1 \frac{d\hat{y}(t)}{dt} - \beta_2 \frac{d^2\hat{y}(t)}{dt^2} \right]. \quad (4)$$

Так, для $r = 2$

$$\Delta^2 y_{\text{ск}} = [y_{\text{ск}}(t_{k+2}) - 2y_{\text{ск}}(t_{k+1}) + y_{\text{ск}}(t_k)] / (\Delta x)^2.$$

Мінімізація (3) за β_1, β_2 функціонала (4) приводить до системи нормальних рівнянь методу найменших квадратів (МНК):

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^N \left[\Delta^r \hat{y}(t_k) - \Delta^r \frac{d\hat{y}(t_k)}{dt} \beta_1 - \Delta^r \frac{d^2\hat{y}(t_k)}{dt^2} \beta_2 \right] \Delta^r \frac{d\hat{y}(t_k)}{dt} = 0, \\ \sum_{k=1}^N \left[\Delta^r \hat{y}(t_k) - \Delta^r \frac{d\hat{y}(t_k)}{dt} \beta_1 - \Delta^r \frac{d^2\hat{y}(t_k)}{dt^2} \beta_2 \right] \Delta^r \frac{d^2\hat{y}(t_k)}{dt^2} = 0. \end{cases} \quad (5)$$

За визначенням із системи рівнянь (5) МНК-оцінок параметрів β_1, β_2 непараметричну модель гладкої статичної нелінійності визначаємо за формулою

$$\hat{f}[x(t)] = \hat{y}(t) - \beta_1 \frac{d\hat{y}(t)}{dt} - \beta_2 \frac{d^2\hat{y}(t)}{dt^2}, \quad (6)$$

де права частина рівняння (6) — це $y_{\text{ск}}(t)$ у виразі (2).

ПОБУДОВА АНАЛІТИЧНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ $f(x)$ ДЛЯ ВСЬОГО ДІАПАЗОНУ x

Отримана на попередньому кроці непараметрична модель (6) за теоремою Вейерштрасса [5] може бути апроксимована степеневим поліномом. Однак, якщо степінь полінома досить високий, то в проміжках між дискретами вимірювань можуть бути істотні пульсації, а для невисокого степеня — істотні похибки апроксимації. Щоб забезпечити бажану точність апроксимації, нелінійність $f(x)$ описують кусково-аналітичними моделями з логікою переходу від однієї області до сусідньої за допомогою негладких селективних сигнум-функцій. Це ускладнює подальше їх диференціювання в точках переходу. Сутність методу [3] опису непараметричних моделей параметричними, аналітичними в усьому діапазоні зміни x , полягає в застосуванні для кусково-аналітичних моделей замість сигнум-функцій гладких (диференційованих) селективних функцій, подібних до частотних фільтрів, якщо замість частоти мати змінну x . Тоді аналітичний вираз $f(x)$ набуває вигляду

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \eta_i(x) f_i(x),$$

де $f_i(x)$ — прості і досить точні локальні моделі $f(x)$, $x \in [x_{i-1}, x_i]$, $\eta_i(x)$ — аналітичні для всього діапазону селективні для інтервалу $[x_{i-1}, x_i]$ функції, наприклад:

$$\eta_i(x) = \frac{1}{1 + (x_{i-1}/x)^m} - \frac{1}{1 + (x/x_i)^m}. \quad (7)$$

За досить великих значень m селективні аналітичні функції-«фільтри» (7) наближаються до сигнум-функцій

$$\varphi_i(x) = \begin{cases} 1, & x \in [x_{i-1}, x_i], \\ 0, & x \notin [x_{i-1}, x_i], \end{cases} \quad (8)$$

залишаючись на відміну від (8) диференційованими.

ПРИКЛАДИ ІДЕНТИФІКАЦІ НЕЛІНІЙНОСТЕЙ В ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТАХ

Забезпечення інваріантності напруги $u_{я}$ до струму $i_{я}$ якоря генератора постійного струму

Рівняння генератора постійного струму (ГПС) являє собою модель, подібну до моделі (1) з нелінійністю $E_{я}(I_3)$:

$$\begin{cases} U_{я} = E_{я}(I_3) - I_{я} R_{я}, \\ L_3 \frac{dI_3}{dt} + I_3(t) R_3 = U_3(t), \end{cases}$$

де $R_{я}$ — електричний опір якоря ГПС; L_3, R_3, I_3 — відповідно індуктивність, опір і струм кола збудження магнітного потоку, від якого нелінійно залежить електрорушійна сила якоря $E_{я}$.

Згідно з вище наведеними методами отримано (рис. 1, а) аналітичну функцію в усьому діапазоні моделі нелінійності $E(I_3)$:

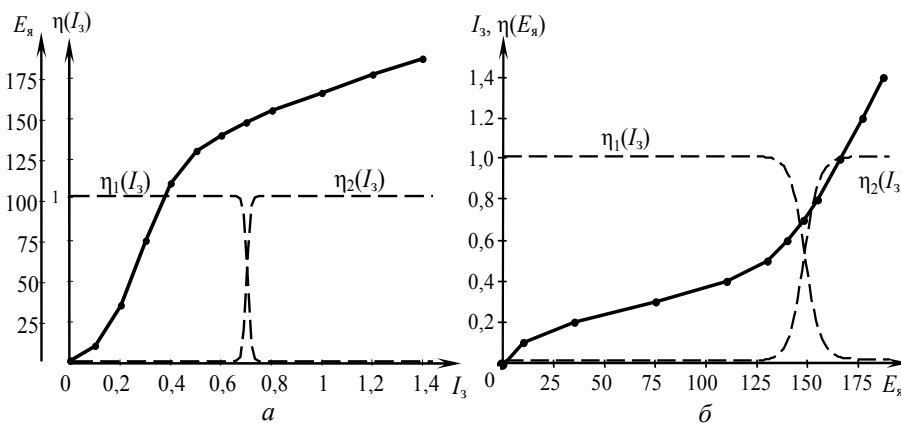


Рис. 1. Графіки залежності: а — $E_{я}(I_3)$ (точки) та її апроксимація (лінія); б — $I_3(E_{я})$ (точки) та її апроксимація (лінія)

$$E(I_3) \cong (\beta_0 + \beta_1 I_3 + \beta_2 I_3^3) \eta_1(I_3) + (\beta_3 + \beta_4 I_3) \eta_2(I_3), \quad (9)$$

$$\eta_1(I_3) = (1 + (1,43 \cdot I_3)^{40})^{-1}, \quad \eta_2(I_3) = (1 + (0,7 I_3^{-1})^{40})^{-1}. \quad (10)$$

Параметри $(\beta_0, \dots, \beta_4)$ параметричної моделі (9) отримано за МНК з непараметричної моделі (рис. 1, а), а непараметричну — з умови (3).

Для компенсації інерційності і лінеаризації каналу керування ГПС по-спідовно ввімкнено інверсну до моделі (9), (10) коректувальну ланку (КЛ) (рис. 2). Символом p на рис. 2 позначено операцію диференціювання. Інверсна до залежності (9) модель $\hat{I}_3(E_{\text{я}})$ (рис. 1, б) є розв'язком рівняння (9) відносно I_3 :

$$\hat{I}_3(E_{\text{я}}) = \hat{I}_{31}(E_{\text{я}}) \eta_1(E_{\text{я}}) + \hat{I}_{32}(E_{\text{я}}) \eta_2(E_{\text{я}}),$$

де

$$\begin{aligned} \hat{I}_{31}(E_{\text{я}}) = & \sqrt[3]{\frac{E_{\text{я}} - \beta_0}{\beta_2} + \sqrt{\left(\frac{\beta_1}{3\beta_2}\right)^3 + \left(\frac{E_{\text{я}} - \beta_0}{2\beta_2}\right)^2}} + \\ & + \sqrt[3]{\frac{E_{\text{я}} - \beta_0}{\beta_2} - \sqrt{\left(\frac{\beta_1}{3\beta_2}\right)^3 + \left(\frac{E_{\text{я}} - \beta_0}{2\beta_2}\right)^2}}, \\ \hat{I}_{32}(E_{\text{я}}) = & \frac{E_3}{\beta_4} - \frac{\beta_3}{\beta_4}, \end{aligned}$$

$$\eta_1(E_{\text{я}}) = (1 + (0,0067 \cdot E_{\text{я}})^{40})^{-1}, \quad \eta_2(E_{\text{я}}) = (1 + (150 \cdot E_{\text{я}}^{-1})^{40})^{-1}.$$

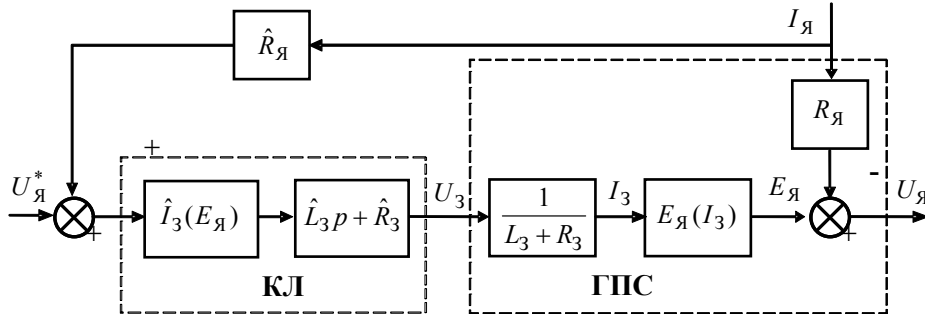


Рис. 2. Лінеаризована та інваріантна до збурення $I_{\text{я}}$ система розімкненого керування ГПС

Як випливає з рівнянь (9), (10) ГПС і (11), (12) КЛ, якщо оцінки $\hat{L}_3, \hat{R}_3, \hat{R}_{\text{я}}, \hat{E}_{\text{я}}(I_3)$ близькі до дійсних значень параметрів об'єкта, то в системі (рис. 2) відбувається лінеаризація каналу керування — компенсація інерційності залежності дії струму $I_3(U_3)$ і $I_{\text{я}}$ — як збурювального впливу $I_{\text{я}}$:

$$U_{\text{я}} = U_{\text{я}}^* - (R_{\text{я}} - \hat{R}_{\text{я}}) I_{\text{я}}.$$

Забезпечення інваріантності швидкості обертання вала двигуна постійного струму до моменту навантаження як збурювального фактора

Інваріантність швидкості обертання вала забезпечується аналогічно забезпеченню інваріантності напруги в генераторі постійної напруги. Розглянемо лише спосіб визначення з динаміки статичної нелінійної залежності швидкості $\Omega(t)$ обертання вала двигуна постійного струму $U_{\text{я}}$. Модель (1) двигуна постійного струму має вигляд

$$a_2 \frac{d^2\Omega(t)}{dt^2} + a_1 \frac{d\Omega(t)}{dt} + \Omega(t) = f[U_{\text{я}}(t)],$$

де $U_{\text{я}}$ змінюється східчасто від $-U_{\text{я max}}$ до $+U_{\text{я max}}$:

$$U_{\text{я}}(t) = U_{\text{max}} \left[-1 + \frac{1}{q/2} \sum_{k=1}^q 1(t - k\Delta t) \right], \quad q = 16, \quad 1(t - k\Delta t) = \begin{cases} 1, & t > k\Delta t; \\ 0, & t < k\Delta t. \end{cases}$$

Числові значення параметрів a_1, a_2 невідомі. Параметри тестувального впливу $U_{\text{я}}(t)$: $U_{\text{max}} = 120 \text{ В}$, $\Delta t = 1 \text{ с}$. Початкові умови: $\Omega(0) = -\Omega_{\text{max}} = -300 \text{ рад/с}$, $d\Omega(0)/dt = 0$. Вихідний сигнал вимірюється з кроком $\Delta t = 0,1 \text{ с}$, $(k = \overline{1, N})$, $N = 200$ з 10%-ю похибкою типу білого шуму.

Процес ідентифікації $f[U_{\text{я}}(t_k)]$ складається з таких кроків:

- згладжування вхідних $[U_{\text{я}}(t_k)]$ та вихідних \hat{y}_k змінних, що вимірюються;
- розміщення значень $U_{\text{я}}(t_k)$ у порядку їх зростання;
- інтерполяція цих значень сплайнами;
- визначення моментів часу t_k , які відповідають рівномірному змінюванню $U_{\text{я}}(t_k)$ зі сталим кроком ΔU ;
- обчислення значень $\hat{y}(t_k)$, кінцевих різниць першого та другого порядків від цих значень;
- отримання оцінок $\hat{a}_1 = 0,0196$, $\hat{a}_2 = 0,000134$ з мінімізації за β_1, β_2

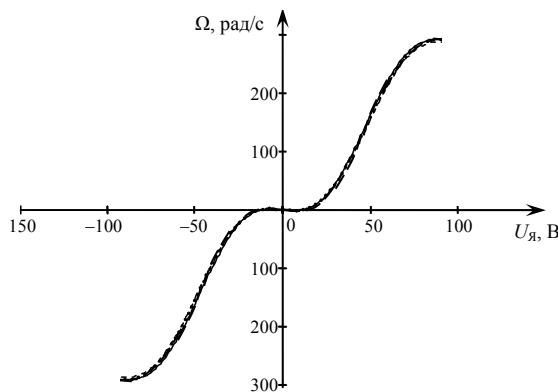


Рис. 3. Непараметрична оцінка $f(U_{\text{я}})$ статичної нелінійності $\Omega(U_{\text{я}})$ за методом компенсації динаміки для $r = 2$ унаслідок симетрії $\Omega(U_{\text{я}})$ беруться за модулем $U_{\text{я}}$.

функціонала (3).

Непараметрична модель нелінійності $f(U_{\text{я}})$ за формулою (6):

$$f[U_{\text{я}}(t_k)] = y(t) - 0,0196 \frac{dy(t)}{dt} - 0,000134 \frac{d^2y(t)}{dt^2}.$$

Результати ідентифікації для $r = 2$ у виразі (4) подано на рис. 3. Похибка апроксимації менша за 0,5%. Параметрична модель буде подібною до моделі (9). Вагові функції η_1, η_2

ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ МАКСИМАЛЬНОЇ ПОТУЖНОСТІ СОНЯЧНОЇ БАТАРЕЇ

У системі «сонячна батарея – навантаження» оптимальне керування (у сенсі зняття максимальної потужності) полягає в регулюванні опору навантаження R_H залежно від електрорушійної сили E і струму I батареї, які у свою чергу залежать від освітлення, повільна зміна якого в часі має випадковий характер. Статистично оптимальна система, налаштована на найбільш імовірну освітленість, буде малоефективною. Максимальна ефективність досягається, якщо періодично за дуже короткий час визначати з динаміки вольт-амперну характеристику (ВАХ) $U(I)$ батареї і відповідно до неї регулювати R_H . Для цього батарея за допомогою електронних ключів на дуже малий час відключається від навантаження і підключається до котушки індуктивності L з малим додатковим опором R_D , з якого знімається напруга, пропорційна струму $i(t)$. Сигнали напруги $u(t)$ і струму $i(t)$ (рис. 4) фіксуються і обробляються швидкодіючим електронним пристроєм, який на основі наведених вище методів визначає ВАХ $U(I)$, максимум U^*I^* потужності UI і відповідно до нього оптимальний опір R_H^* :

$$R_H^* = \frac{U^*}{I^*}. \quad (11)$$

Вимірювання $u(t)$ і $i(t)$ (рис. 4, а) містять шумову складову, динамічну коливальну складову на початку процесу розряду батареї на $R_D L$ -навантаження (коливальність пов'язана з паразитною ємністю C_0), систематичну майже сталу похибку ΔU , зумовлену впливом на $u(t)$ опору паралельної батареї $R_D L$ -гілки:

$$\Delta U = E - \frac{E \frac{1}{R_{BH}} + L \frac{di}{dt} \frac{1}{R_D}}{\frac{1}{R_{BH}} + \frac{1}{R_D}}.$$

За досить великої сталої L/R_D спостережувана частина експоненти струму котушки має лінійний характер, тому похідна di/dt є сталою.

Непараметричну модель ВАХ $U(I)$ (рис. 4, б) і параметричну модель, що збігається з нею, отримано відповідно до розглянутих алгоритмів непараметричної та параметричної ідентифікації:

$$U(I) = \eta_1(I)(\alpha_1 + \alpha_2 I^2) + \eta_2(I)(\beta_1 + \beta_2 I + \beta_3 I^2), \quad (12)$$

де $\eta_1(I) = \frac{1}{1 + (0,67 \cdot I)^{45}}$, $\eta_2(I) = \frac{1}{1 + (1,5 \cdot I^{-1})^{45}}$, $\alpha_1 = 20$, $\alpha_2 = -1,06$, $\beta_1 = -315$, $\beta_2 = 432$, $\beta_3 = -140$.

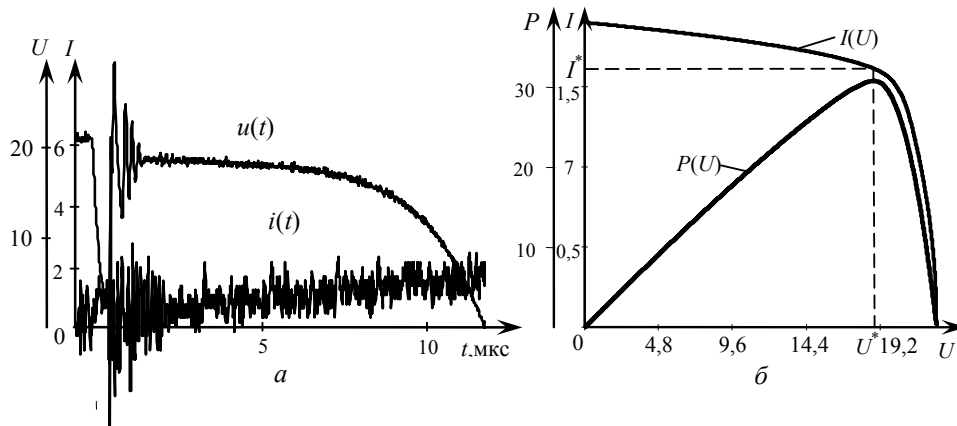


Рис. 4. Графіки: а — вимірювань $u(t)$ і $i(t)$; б — непараметрична і параметрична (12) моделі ВАХ $I(U)$ та залежність $P(U)$

Аналітичну модель залежності потужності P від U будемо як добуток $U(I)$ (12) на струм I (рис. 4, б). Оптимальне значення I^* струму, визначене за умови максимальної потужності батареї, $I^* = \arg \max_U P = 1,56$ А, оптимальне навантаження (11) $R_H^* \cong 12,3$ Ом, максимальна потужність $P_{\max} = 29.9$ Вт.

ВИСНОВОК

Як проілюстровано на прикладах, розглянуті методи непараметричної ідентифікації нелінійності відображення «вхід–вихід» з довільних динамічних режимів та параметричної ідентифікації кусково-аналітичних з перетворенням у цілком аналітичну модель у реальних умовах нестационарності, невизначеності та нелінійності об'єктів ідентифікації дають змогу забезпечити оптимальність функціонування відповідних електротехнічних систем.

ЛІТЕРАТУРА

1. Самсонов В.В. Нариси з теорії ідентифікації / В.В. Самсонов, А.М. Сільвестров. — К.: НУХТ, 2012. — 222 с.
2. Сільвестров А.М. Застосування теорії фільтрів для аналітичного опису логіко-аналітичних залежностей / А.М. Сільвестров, О.М. Скринник, Г.І. Кривобока // Наукові вісті НТУУ «КПІ». — 2013. — № 2. — С. 64–69.
3. Пухов Г.Е. Модели технологических процессов / Г.Е. Пухов, Ц.С. Хатиашвили. — К.: Техніка, 1974. — 200 с.
4. Льюнг Л. Идентификация систем / Л. Льюнг; пер с англ.; под ред. Я.З. Цыпкина. — М.: Наука, 1991. — 432 с.
5. Корн Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. — М.: Наука, 1974. — 831 с.

Надійшла 15.05.2015

ЛІНІЙНІ ОПТИМІЗАЦІЙНІ ЗАДАЧІ НА РОЗМІЩЕННЯХ З ІМОВІРНІСНОЮ НЕВИЗНАЧЕНІСТЮ: ВЛАСТИВОСТІ І РОЗВ'ЯЗАННЯ

О.О. ЄМЕЦЬ, Т.М. БАРБОЛІНА

Досліджено властивості лінійних задач оптимізації на розміщеннях з імовірнісною невизначеністю, постановку яких здійснено на основі введення лінійного порядку на множині дискретних випадкових величин. Установлено властивості безумовної задачі, у якій коефіцієнти цільової функції або елементи мультимножини (але не те й те одночасно) є дискретними випадковими величинами. Грунтуючись на властивостях розв'язку безумовної задачі з детермінованими коефіцієнтами цільової функції, доведено властивості розв'язку для задачі, у якій коефіцієнти цільової функції є випадковими величинами. Запропоновано схему методу гілок і меж для розв'язання лінійних задач оптимізації на розміщеннях з імовірнісною невизначеністю, у якій також запропоновано правила галуження та відсікання множин.

ВСТУП

Актуальним напрямом сучасної теорії оптимізації є дослідження (див., зокрема [1–5]) задач комбінаторної природи: вивчаються як загальні властивості задач комбінаторної оптимізації, так і методи розв'язання окремих класів задач, зокрема евклідових задач комбінаторної оптимізації (див., наприклад, [4–5]).

Розглянемо спочатку необхідні поняття й означення евклідової комбінаторної оптимізації, спираючись переважно на працю [4]. Під мультимножиною розуміємо сукупність елементів, серед яких можуть бути й однакові. Будь-яку мультимножину $G = \{g_1, \dots, g_n\}$ можна задати основою $S(G)$, тобто кортежем усіх її різних елементів, і кратністю — кількістю повторень кожного елемента основи цієї мультимножини. Кратність елемента $g \in S(G)$ позначають через $k_G(g)$. Мультимножину B з основою $S(B)$ називають підмультимножиною мультимножини A з основою $S(A)$ (позначають як $B \subset A$), якщо $S(B) \subset S(A)$ і для кожного елемента $a \in S(B)$ виконується нерівність $k_B(a) \leq k_A(a)$. Якщо $B \subset A$, то різниця $A - B$ мультимножин A і B містить елементи мультимножини A , причому $\forall a \in S(A)$ $k_{A-B}(a) = k_A(a) - k_B(a)$ ($k_{A-B}(a) \geq 0$).

Евклідовою комбінаторною множиною називають множину, різними елементами якої є різні впорядковані k -вибірки з мультимножини вигляду

$$(g_{i_1}, \dots, g_{i_k}), \quad (1)$$

де $g_{i_j} \in G$, $i_j \neq i_t \forall i_j, i_t \in J_n$, $\forall j, t \in J_k$ (тут і далі через J_n позначено множину n перших натуральних чисел). Прикладами евклідових комбінаторних множин є:

- загальна множина розміщень $E_{\eta}^k(G)$ — множина всіх k -вибірок вигляду (1) з мультимножини G ;
- загальна множина переставлень $E_k(G)$ — множина всіх k -вибірок вигляду (1) з мультимножини G за умови $k = \eta$.

Поняття евклідової комбінаторної множини дозволяє виділити з множини задач оптимізації комбінаторного типу евклідові задачі комбінаторної оптимізації, що полягають у знаходженні екстремуму та екстремалі функції кількох змінних на деякій евклідовій комбінаторній множині.

Іншим актуальним напрямом досліджень у галузі оптимізації є дослідження оптимізаційних задач з урахуванням різних невизначеностей, у тому числі ймовірнісної (див., наприклад, [6–9]). Такі задачі виникають і в комбінаторній оптимізації. З одного боку, досліджуються властивості окремих класів комбінаторних задач з урахуванням того чи іншого виду невизначеності: екстремальні задачі на графах з інтервальними та нечіткими параметрами [10; 11], нечітка і стохастична задача комівояжера [12; 13], стохастичні задачі, пов'язані з комбінаторними оптимізаційними задачами на допустимій множині $F \subset \{0,1\}^n$ [14] тощо. З другого боку, вивчаються властивості досить широких класів евклідових задач комбінаторної оптимізації з інтервальною та нечіткою невизначеністю. Зокрема, побудовані й досліджені інтервальні моделі задач геометричного проектування, їх відображень в евклідові простори [15–17], деякі результати стосовно задач комбінаторної оптимізації на нечітких множинах узагальнено у праці [18]. Водночас майже не досліджувалися оптимізаційні задачі на евклідових комбінаторних множинах з імовірнісною невизначеністю.

Мета роботи — вивчення властивостей комбінаторних стохастичних задач з лінійною цільовою функцією. Автори використовують підхід до формулювання оптимізаційних задач, який ґрунтується на введенні відношення порядку на множині відповідних величин. Такий підхід для задач з інтервальною та нечіткою невизначеністю розглянуто, зокрема у працях [18; 19], його поширення на оптимізаційні задачі з імовірнісною невизначеністю запропоновано в [20]. Ця робота є продовженням [21; 22].

ПОСТАНОВКИ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ З ІМОВІРНІСНОЮ НЕВЗНАЧЕНІСТЮ НА ОСНОВІ ВІДНОШЕННЯ ПОРЯДКУ

Позначатимемо дискретні випадкові величини великими латинськими літерами (A, B, \dots) , їх можливі значення — малими (a^i, b^i, \dots) . Розглядатимемо ті випадкові величини, серед можливих значень яких існує найменше. Вважатимемо, що можливі значення впорядковані за зростанням, причому найменше значення має індекс 1. Нехай також $P(\cdot)$ позначає ймовірність випадкової події, а $M(A)$ і $D(A)$ — відповідно математичне сподівання і дисперсію дискретної випадкової величини A . Визначимо також характеристичний вектор дискретної випадкової величини A як вектор $H(A) = (M(A); -D(A))$. Зазначимо, що коли випадкові величини A і B є незалежними, то для їх характеристичних векторів справедливе співвідношення $H(A+B) = H(A) + H(B)$. Дійсно, з властивостей математичного

сподівання і дисперсії впливає, що для незалежних випадкових величин виконуються рівності $M(A+B) = M(A) + M(B)$, $D(A+B) = D(A) + D(B)$, звідки і впливає правильність співвідношення.

Через $<_l$ позначатимемо лексикографічне упорядкування у m -вимірному евклідовому просторі: для будь-яких $u, u' \in R^m$ $u <_l u'$, якщо перша ненульова компонента різниці $u - u'$ від'ємна. Якщо $u <_l u'$ або $u = u'$, то запишуватимемо $u \leq_l u'$, якщо $u' \leq_l u$, то запишуватимемо $u \geq_l u'$.

Вважатимемо, що порядок на множині дискретних випадкових величин уведено поданими нижче означеннями.

Означення 1. Називатимемо дві дискретні випадкові величини A, B упорядкованими у зростаючому порядку \prec (і позначатимемо цей факт через $A \prec B$), якщо $H(A) <_l H(B)$ або якщо $H(A) = H(B)$, знайдеться такий t , що $a^i = b^i$, $P(A = a^i) = P(B = b^i)$ для всіх $1 \leq i < t$, і при цьому:

$$\text{або } a^t < b^t, \text{ або } a^t = b^t \text{ і } P(A = a^i) > P(B = b^i).$$

Означення 2. Називатимемо дві дискретні випадкові величини A, B упорядкованими у неспадному порядку \preceq (і позначатимемо цей факт через $A \preceq B$), якщо $A \prec B$ або $A = B$.

Називатимемо дискретні випадкові величини A, B упорядкованими у незростаючому порядку \succeq і запишуватимемо $A \succeq B$, якщо $B \preceq A$.

Безпосередньою перевіркою властивостей можна показати, що відношення, уведені означенням 1, є лінійним порядком на множині дискретних випадкових величин. Також, якщо для дискретних випадкових величин A і B виконується умова $A \prec B$ і величини A і C , B і C — незалежні, то виконується співвідношення $A + C \prec B + C$. Крім того, як доведено у праці [21], якщо для незалежних випадкових величин A_1, \dots, A_n і B_1, \dots, B_n виконуються умови $A_i \preceq B_i \quad \forall i \in J_n$, то $\sum_{i=1}^n A_i \preceq \sum_{i=1}^n B_i$.

$$\text{якщо для незалежних випадкових величин } A_1, \dots, A_n \text{ і } B_1, \dots, B_n \text{ виконуються умови } A_i \preceq B_i \quad \forall i \in J_n, \text{ то } \sum_{i=1}^n A_i \preceq \sum_{i=1}^n B_i.$$

Використовуючи введений означенням 2 порядок, упорядкуємо елементи заданої скінченної множини Ω дискретних випадкових величин: $X_1 \preceq X_2 \preceq \dots \preceq X_s$. Максимумом є величина X_s , а мінімумом — величина X_1 .

Визначення мінімуму і максимуму дає змогу ставити задачі оптимізації для знаходження екстремальних елементів за заданих умов. Зокрема, у праці [21] розглядається розв'язання лінійних безумовних задач стохастичної оптимізації на розміщеннях у такій постановці: знайти пару $\langle L(X^*), X^* \rangle$ таку, що

$$L(X^*) = \min_{X \in E_\eta^k(\Gamma)} \sum_{j=1}^k c_j X_j, \quad X^* = \arg \min_{X \in E_\eta^k(\Gamma)} \sum_{j=1}^k c_j X_j, \quad (2)$$

де $X = (X_1, \dots, X_k)$, $L(X) = \sum_{j=1}^k c_j X_j$, $c_j \in R^1$, $c_j > 0 \quad \forall j \in J_k$, $E_\eta^k(\Gamma)$ — загальна множина розміщень з елементів мультимножини $\Gamma = \{G_1, \dots, G_\eta\}$, які

є незалежними дискретними випадковими величинами, що мають скінченну кількість можливих значень, причому $M(G_i) \geq 0 \quad \forall i \in J_\eta$. Унаслідок скінченності мультимножини Γ множина значень функції $L(X)$ також є скінченною і на ній може бути визначений мінімум у розглянутому вище розумінні.

ВЛАСТИВОСТІ ЛІНІЙНИХ БЕЗУМОВНИХ ЗАДАЧ ОПТИМІЗАЦІЇ НА РОЗМІЩЕННЯХ З ІМОВІРНІСНОЮ НЕВИЗНАЧЕНІСТЮ

Разом із задачею (2) розглянемо задачу пошуку пари $\langle L_1(x^*), x^* \rangle$ такої, що

$$L_1(x^*) = \min_{x \in E_\eta^k(G)} \sum_{j=1}^k C_j x_j, \quad x^* = \operatorname{argmin}_{x \in E_\eta^k(G)} \sum_{j=1}^k C_j x_j, \quad (3)$$

де на відміну від задачі (2) коефіцієнти $C_j \quad \forall j \in J_k$ цільової функції

$L_1(x) = \sum_{j=1}^k C_j x_j$ є незалежними дискретними випадковими величинами. Тут

$x = (x_1, \dots, x_k)$, а елементи мультимножини $G = \{g_1, \dots, g_\eta\}$ — детерміновані.

Покажемо, що коли математичні сподівання величин $C_j \quad \forall j \in J_k$ та елементи мультимножини G є додатними, розв'язання задачі (3) можна звести до розв'язання задачі вигляду (2) з детермінованим коефіцієнтами цільової функції й елементами мультимножини, що є дискретними випадковими величинами. Вважатимемо, що елементи мультимножини G упорядковані за неспаданням:

$$0 < g_1 \leq g_2 \leq \dots \leq g_\eta, \quad (4)$$

а коефіцієнти цільової функції задовольняють умову

$$H(C_1) \geq_l H(C_2) \geq_l \dots \geq_l H(C_k). \quad (5)$$

Розглянемо детерміновану задачу пошуку пари $\langle \bar{L}_1(x^*), x^* \rangle$ такої, що

$$\bar{L}_1(x^*) = \min_{x \in E_\eta^k(G)} \sum_{j=1}^k \bar{c}_j x_j, \quad x^* = \operatorname{argmin}_{x \in E_\eta^k(G)} \sum_{j=1}^k \bar{c}_j x_j, \quad (6)$$

де $\bar{L}_1(x) = \sum_{j=1}^k \bar{c}_j x_j$, $\bar{c}_j = M(C_j) \quad \forall j \in J_k$.

Як впливає з теореми 3.1 [4, с.79], однією з мінімалей задачі (6) є точка (g_1, g_2, \dots, g_k) . Як відомо [4], множина вершин опуклої оболонки множини $E_\eta^k(G)$ — загального багатогранника розміщень — є підмножиною множини $E_\eta^k(G)$. Нехай для суміжних вершин x і x' загального багатогранника розміщень виконується умова $L(x) = L(x')$. Згідно з критерієм суміжності вершин загального багатогранника розміщень [4] вершина x є суміжною з вершиною x' , якщо вона одержана з вершини x' переставленням компо-

нент, що дорівнюють елементам g_t, g_{t+1} ($g_t \neq g_{t+1}$) або заміною g_{k-r} (або $g_{\eta-r+1}$) на $g_{\eta-r}$ (чи g_{k-r+1} відповідно) за умови $g_{k-r} \neq g_{\eta-r}$ ($g_{\eta-r+1} \neq g_{k-r+1}$). Якщо вершина x отримана з x' заміною $x'_i = g_{k-r}$ на $x_i = g_{\eta-r}$, то

$$\bar{L}_1(x) - \bar{L}_1(x') = \sum_{j=1}^k \bar{c}_j(x'_j - x_j) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^k \bar{c}_j(x'_j - x_j) + \bar{c}_i(g_{k-r} - g_{\eta-r}) \neq 0,$$

оскільки $x'_j = x_j \quad \forall j \neq i \quad \forall j \in J_k$, $g_{k-r} \neq g_{\eta-r}$, $\bar{c}_j = M(C_j) > 0 \quad \forall j \in J_k$. Такий самий результат отримується, якщо $x'_i = g_{\eta-r+1}$ замінюється на $x_i = g_{k-r+1}$. У випадку, коли вершина x отримана з x' переставленням компонент $x'_i = g_t$ і $x'_q = g_{t+1}$ ($g_t \neq g_{t+1}$), тоді

$$\begin{aligned} \bar{L}_1(x') - \bar{L}_1(x) &= \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i; j \neq q}}^k \bar{c}_j(x'_j - x_j) + \bar{c}_i(x'_i - x_i) + \bar{c}_q(x'_q - x_q) = \\ &= \bar{c}_i(x'_i - x_i) + \bar{c}_q(x'_q - x_q). \end{aligned}$$

Оскільки $x'_i = x_q$, $x'_q = x_i$, то $\bar{L}_1(x') = \bar{L}_1(x)$, якщо $(x'_i - x_i)(\bar{c}_i - \bar{c}_{i+1}) = 0$. Ураховуючи, що $x'_i \neq x_i$, дістаємо $\bar{c}_i = \bar{c}_{i+1}$.

Таким чином, якщо для суміжних вершин x і x' загального багатогранника розміщень виконується умова $\bar{L}_1(x') = \bar{L}_1(x)$, то коефіцієнти цільової функції, що відповідають нерівним елементам $x_i \neq x'_i$, $x_q \neq x'_q$, рівні між собою: $\bar{c}_i = \bar{c}_q$.

Нехай точки x' і x^* є мінімалами функції $\bar{L}_1(x)$. Це означає, що знайдеться послідовність вершин x^1, \dots, x^r таких, що x^i, x^{i+1} ($i \in J_{r-1}$) є суміжними вершинами і $\bar{L}_1(x^1) = \dots = \bar{L}_1(x^r)$. Тоді для кожного індексу l такого, що $x'_l \neq x_l^*$, знайдеться така множина індексів $I = \{i_1, \dots, i_p\}$, що $\bar{c}_{i_1} = \dots = \bar{c}_{i_p}$ і мультимножини $\{x'_{i_1}, \dots, x'_{i_p}\}$ і $\{x_{i_1}^*, \dots, x_{i_p}^*\}$ рівні. Тоді також рівні мультимножини $\{x'_1, \dots, x'_k\}$ і $\{x_1^*, \dots, x_k^*\}$. Оскільки однією з мінімалей є точка (g_1, \dots, g_k) , то будь-яка мінімаль x^* задачі (6) є переставленням чисел g_1, \dots, g_k , тобто $x^* \in E_k(G')$, де $E_k(G')$ — загальна множина переставлень з мультимножини $G' = \{g_1, \dots, g_k\}$. Це означає, що для будь-якої точки $x \notin E_k(G')$ виконується нерівність $\bar{L}_1(x^*) < \bar{L}_1(x)$. Оскільки

$$\bar{L}_1(x) = \sum_{j=1}^k \bar{c}_j x_j = \sum_{j=1}^k M(C_j) x_j = M \left(\sum_{j=1}^k C_j x_j \right) = M(L_1(x)),$$

то з означення 1 випливає, що також $L_1(x^*) < L_1(x) \quad \forall x \notin E_k(x)$.

Таким чином, мінімаль задачі (3) також є переставленням елементів мультимножини G' , тобто оптимум цільової функції $L_1^* = \sum_{j=1}^k C_j g_{i_j}$, де $g_{i_j} \in G'$, $i_j \neq i_t \forall i_j, i_t \in J_k, \forall j, t \in J_k$. Тоді задачу (3) можна розглядати як задачу пошуку пари $\langle F(Y^*), Y^* \rangle$ такої, що

$$F(Y^*) = \min_{Y \in E_k(\Theta)} \sum_{j=1}^k g_j Y_j, \quad Y^* = \operatorname{argmin}_{Y \in E_k(\Theta)} \sum_{j=1}^k g_j Y_j, \quad (7)$$

де $F(Y) = \sum_{j=1}^k g_j Y_j$, мультимножина $\Theta = \{C_1, C_2, \dots, C_k\}$.

Оскільки, як доведено у праці [22], за умов $c_1 \geq c_2 \geq \dots \geq c_k$ і $H(G_1) \leq_l \dots \leq H(G_n)$ принаймні одна з мінімалей задачі (2) задовольняє умову $H(X_j^*) = H(G_j) \quad \forall j \in J_k$, то принаймні для однієї мінімалі Y^* задачі (7) виконуються співвідношення $H(Y_j^*) = H(C_j) \quad \forall j \in J_k$. Нехай основа $S(\Theta_H)$ мультимножини

$$\Theta_H = \{H(C_1), \dots, H(C_k)\} \quad (8)$$

містить n елементів, упорядкованих як \geq_l , відповідні кратності позначитимемо через n_i . Розіб'ємо мультимножину Θ на підмультимножини вигляду $\Theta_i = \{C_{\eta_i}, \dots, C_{\eta_i+n_i-1}\}$, де величини η_i визначаються співвідношеннями:

$$\eta_1 = 1, \quad \eta_{i+1} = \eta_i + n_i = 1 + \sum_{j=1}^i n_j \quad \text{для } i \in J_n. \quad (9)$$

Тоді мінімаль Y^* задачі (7) задовольняє умову $(Y_{\eta_i}^*, \dots, Y_{\eta_i+n_i-1}^*) \in E_{n_i}(\Theta_i)$ і оптимум F^* задачі (7) може бути визначений так:

$$F^* = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=\eta_i}^{\eta_i+n_i-1} g_j C_{l_j} \right), \quad \text{де } C_{l_j} \in \Theta_i. \quad \text{Тоді також одна з мінімалей } x^* \text{ задачі}$$

(3) задовольняє умову $(x_{\eta_i}^*, \dots, x_{\eta_i+n_i-1}^*) \in E_{n_i}(G_i)$, де мультимножини $G_i = \{g_{\eta_i}, \dots, g_{\eta_i+n_i-1}\}$, величини n_i і η_i визначаються так само, як і вище.

При цьому оптимум L_1^* функції $L_1(X)$ визначається так:

$$L_1^* = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=\eta_i}^{\eta_i+n_i-1} C_j g_{l_j} \right), \quad \text{де } g_{l_j} \in G_i. \quad \text{Отже, доведено таку теорему.}$$

Теорема 1. Нехай для елементів мультимножини та коефіцієнтів цільової функції в задачі (3) виконуються умови (4) і (5) відповідно; мультимножина Θ_H визначається згідно з виразом (8), $n = |S(\Theta_H)|$, n_i — кратності елементів $S(\Theta_H)$, упорядкованих у порядку \geq_l ; для всіх $i \in J_n$

$G_i = \{g_{\eta_i}, \dots, g_{\eta_i + n_i - 1}\}$, де η_i визначаються згідно зі співвідношенням (9).

Тоді для деякого розв'язку $\langle L_1(x^*), x^* \rangle$ виконуються умови:

$$(x_{\eta_i}^*, \dots, x_{\eta_i + n_i - 1}^*) \in E_{n_i}(G_i), L_1(x^*) = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=\eta_i}^{\eta_i + k_i - 1} C_j g_{l_j} \right), \text{ де } g_{l_j} \in G_i.$$

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ГІЛОК І МЕЖ

Розглянемо задачу пошуку пари $\langle L(x^*), x^* \rangle$ такої, що

$$L(x^*) = \min_{x \in S} \sum_{j=1}^k c_j x_j, \quad x^* = \arg \min_{x \in S} \sum_{j=1}^k c_j x_j \quad (10)$$

за умови

$$x = (x_1, \dots, x_k) \in E_{\eta}^k(\Gamma), \quad (11)$$

де для коефіцієнтів c_j цільової функції та елементів мультимножини $\Gamma = \{g_1, \dots, g_{\eta}\}$ виконується одна з двох умов:

1) $(c_1, \dots, c_k) \in R^k$, $c_j > 0 \quad \forall j \in J_k$, елементи мультимножини є незалежними дискретними випадковими величинами з додатним математичним сподіванням, відповідно S — деяка область k -вимірних дискретних випадкових величин;

2) коефіцієнти цільової функції є незалежними дискретними випадковими величинами, причому $M(c_j) > 0 \quad \forall j \in J_k$; $g_i \in R^1$, $g_i > 0 \quad \forall i \in J_{\eta}$ і $S \subset R^k$.

Розглянемо особливості застосування методу гілок і меж для розв'язання задачі (10)–(11). Допустиму множину задачі (10)–(11) позначимо через Q , тобто $Q = S \cap E_{\eta}^k(\Gamma)$. Галуження проводитимемо, надаючи певне можливе значення змінним x_j . Це означає, що множина $Q' \subset Q$, що отримується на деякому рівні галуження у методі гілок і меж, визначається такими умовами:

$$x_j = g_{r_j}, \quad j \in I, \quad (12)$$

де I — деяка множина індексів $I \subset J_k$, $|I| = t$. При цьому у множині Q' зафіксовані значення змінних x_j , $j \in I$. Змінні, що залишилися невизначеними, позначимо як $\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_{\tau}$ ($\tau = k - t$). Позначимо також $C_B = \{c_j \mid j \in I\}$ — мультимножину коефіцієнтів цільової функції, значення змінних у цільовій функції при яких зафіксовані, $\tilde{C} = C - C_B$ — мультимножину коефіцієнтів, значення змінних при яких ще не визначені. Змінні \tilde{X}_i ($i \in J_{\tau}$) нумеруватимемо таким чином, щоб елементи мультимножини $\tilde{C} = \{\tilde{c}_1, \dots, \tilde{c}_{\tau}\}$ були упорядковані за незростанням (тобто $\tilde{c}_1 \geq \dots \geq \tilde{c}_{\tau}$, якщо

коефіцієнти цільової функції є випадковими величинами, і $\tilde{c}_1 \geq \dots \geq \tilde{c}_\tau$ у випадку детермінованих). Нехай також $\Gamma_B = \{g_j | j \in I\}$, $\tilde{\Gamma} = \Gamma - \Gamma_B$. Елементи мультимножини $\tilde{\Gamma}$ позначатимемо через \tilde{g}_i ($i \in J_p$, $p = |\tilde{\Gamma}| = \eta - t$) і вважатимемо впорядкованими у неспадному порядку: $\tilde{g}_1 \preceq \dots \preceq \tilde{g}_p$, якщо елементи мультимножини — випадкові величини, $\tilde{g}_1 \leq \dots \leq \tilde{g}_p$ — якщо детерміновані. Розглянемо величину

$$\xi(Q') = \sum_{j \in I} c_j g_{r_j} + \sum_{i=1}^{\tau} \tilde{c}_i \tilde{g}_i. \quad (13)$$

Теорема 3. Нехай множина $Q' \subset Q$ визначається згідно з формулою (12). Тоді для будь-якої точки $x = (x_1, \dots, x_k) \in Q'$ виконується співвідношення $H(\xi(Q')) \leq_l H(L(x))$, де величина $\xi(Q')$ визначається згідно з величиною (13).

Доведення. Нехай $\tilde{L}(\tilde{x}) = \sum_{i=1}^{\tau} \tilde{c}_i \tilde{x}_i$. Оскільки характеристичний вектор суми незалежних випадкових величин дорівнює сумі їх характеристичних векторів, то $H(L(x)) = H\left(\sum_{j \in I} c_j g_{r_j}\right) + H\left(\sum_{i=1}^{\tau} \tilde{c}_i \tilde{x}_i\right) = H\left(\sum_{j \in I} c_j g_{r_j}\right) + H(\tilde{L}(\tilde{x}))$ і $H(\xi(Q')) = H\left(\sum_{j \in I} c_j g_{r_j}\right) + H\left(\sum_{i=1}^{\tau} \tilde{c}_i \tilde{g}_i\right)$, отже, умова $H(\xi(Q')) \leq_l H(L(x))$ рівносильна умові $H(\tilde{L}(\tilde{x}')) \leq_l H(\tilde{L}(\tilde{x}))$, де $\tilde{x}'_i = \tilde{g}_i \forall i \in J_\tau$. Таким чином, необхідно показати, що для будь-якої точки $\tilde{x} \in E_p^\tau(\tilde{\Gamma})$ виконуються співвідношення $H(\tilde{L}(\tilde{x}')) \leq_l H(\tilde{L}(\tilde{x}))$.

Розглянемо спочатку випадок, коли коефіцієнти цільової функції є детермінованими величинами, а елементи мультимножини — випадковими. Оскільки елементи мультимножини $\tilde{\Gamma}$ упорядковані у неспадному порядку, то $H(\tilde{g}_1) \leq_l \dots \leq_l H(\tilde{g}_k)$. Ураховуючи також упорядкування в незростаючому порядку коефіцієнтів цільової функції, згідно з теоремою 2 [22] маємо, що принаймні одна з мінімалей \tilde{x}^* функції $\tilde{L}(\tilde{x})$ на множині $E_p^\tau(\tilde{\Gamma})$ задовольняє співвідношення $H(\tilde{x}_j^*) = H(\tilde{g}_j) \forall j \in J_\tau$. Отже, $\tilde{L}(x^*) \preceq \tilde{L}(\tilde{x})$

$\forall \tilde{x} \in E_p^\tau(\tilde{\Gamma})$, звідки $H(\tilde{L}(x^*)) \leq_l H(\tilde{L}(\tilde{x}))$. Також

$$M(\tilde{L}(\tilde{x}')) = \sum_{i=1}^{\tau} \tilde{c}_i M(\tilde{x}'_i) = \sum_{i=1}^{\tau} \tilde{c}_i M(\tilde{g}'_i) = \sum_{i=1}^{\tau} \tilde{c}_i M(\tilde{x}'_i) = M(\tilde{L}(x^*)),$$

$$D(\tilde{L}(\tilde{x}')) = \sum_{i=1}^{\tau} \tilde{c}_i^2 D(\tilde{x}'_i) = \sum_{i=1}^{\tau} \tilde{c}_i^2 D(\tilde{g}'_i) = \sum_{i=1}^{\tau} \tilde{c}_i^2 D(\tilde{x}'_i) = D(\tilde{L}(x^*)),$$

звідки $H(\tilde{L}(\tilde{x}^*)) = H(\tilde{L}(\tilde{x}'))$. Таким чином, для будь-якої точки $\tilde{x} \in E_p^r(\tilde{\Gamma})$ виконуються співвідношення $H(\tilde{L}(\tilde{x}')) \leq_l H(\tilde{L}(\tilde{x}))$.

Нехай тепер коефіцієнти цільової функції є випадковими величинами, а елементи мультимножини — детермінованими. Згідно з теоремою 1 оптимум цільової функції $\tilde{L}^* = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=\eta_i}^{\eta_i+n_i-1} \tilde{c}_j \tilde{g}_{l_j} \right)$, де $\tilde{g}_{l_j} \in \tilde{G}_i = \{\tilde{g}_{\eta_i}, \dots, \tilde{g}_{\eta_i+n_i-1}\}$,

n_i — кратності елементів основи мультимножини $\{H(\tilde{c}_1), \dots, H(\tilde{c}_k)\}$, упорядкованих як \geq_l , η_i визначаються згідно зі співвідношенням (9). Тоді $H(\tilde{c}_{\eta_i}) = \dots = H(\tilde{c}_{\eta_i+n_i-1})$. Оскільки

$$M(\tilde{L}^*) = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=\eta_i}^{\eta_i+k_i-1} M(\tilde{c}_j) \tilde{g}_{l_j} \right) = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=\eta_i}^{\eta_i+k_i-1} M(\tilde{c}_j) \tilde{g}_j \right) = M(\tilde{L}(\tilde{x}')),$$

аналогічно $D(\tilde{L}^*) = D(\tilde{L}(\tilde{x}'))$, то $H(\tilde{L}(\tilde{x}^*)) = H(\tilde{L}(\tilde{x}'))$ і для будь-якої точки $\tilde{x} \in E_p^r(\tilde{\Gamma})$ виконуються співвідношення $H(\tilde{L}(\tilde{x}')) \leq_l H(\tilde{L}(\tilde{x}))$. Теорему доведено.

Наслідок 3.1. Якщо існує допустимий розв'язок x' задачі (10)–(11), для якого виконується умова $H(L(x')) <_l H(\xi(Q'))$, то множина Q' не містить оптимального розв'язку.

Зауваження. Величину $H(\xi(Q'))$ можна використовувати як оцінку в методі гілок і меж у випадку, коли для всіх різних значень цільової функції відповідні характеристичні вектори також є різними. У протилежному випадку залишається необхідність перебирання тих розв'язків, для яких характеристичні вектори відповідних значень цільової функції є рівними.

Наслідок 3.1 визначає умову відсікання множини у методі гілок і меж при розв'язанні задачі (10)–(11): якщо для множини Q' виконується умова $H(\xi(Q')) >_l H(L(x'))$ (x' — деякий допустимий розв'язок, отриманий на попередніх ітераціях методу гілок і меж), то множина Q' надалі не підлягає галуженню, тобто відсікається.

Таким чином, пропонується така схема методу гілок і меж з використанням відсікання з наслідку 3.1 для задачі (10)–(11).

1. Розбиваємо множину Q на підмножини Q_{r_1} , що визначені умовою (12), де $I = \{1\}$, g_{r_1} — різні елементи мультимножини Γ . Далі використовуємо позначення $Q_{r_1 r_2 \dots r_i}$ для множини, у якій зафіксовані значення i змінних x_1, \dots, x_i , причому r_1, \dots, r_i — індекси відповідних елементів з мультимножини Γ .

2. Для кожної із множин Q_{r_1} знаходимо характеристичний вектор величини (13). Для подальшого галуження обираємо множину, для якої відповідний характеристичний вектор переважає всім іншим у порядку \leq_l (нехай це множина Q_s).

3. Розгалужуємо Q_s на підмножини Q_{sr_2} , для кожної з яких знаходимо характеристичний вектор величини (13).

4. Продовжуємо процес галуження доти, доки не будуть зафіксовані значення всіх змінних (тобто не справджуватиметься умова $i = k$). Якщо жодне з отриманих при цьому розміщень не належить до множини S , то повертаємося на попередній рівень галуження і розгалужуємо наступну з множин на цьому рівні. Якщо таких множин немає, то повертаємося на ще один рівень і т.д. У випадку, коли не знайдено допустимого розв'язку і на першому рівні не залишилося негалужених множин, то задача розв'язку не має.

5. Нехай знайдено допустимий розв'язок x^h ($h = 1$), характеристичний вектор відповідного значення цільової функції $H(L^h) = H(L(x^h))$.

6. Відкидаємо підмножини $Q_{r_1 r_2 \dots r_i}$, для яких

$$H(L^h) <_l H(\xi(Q_{r_1 r_2 \dots r_i})). \tag{14}$$

7. Продовжуємо галуження множин за вказаним вище правилом. Якщо для деякої підмножини $Q_{r_1 r_2 \dots r_i}$ виконується умова (14), то ця множина відкидається і надалі не розгалужується. Якщо отримано множину $Q_{r_1 r_2 \dots r_k}$, тоді:

- перевіряємо, чи належить отримане розміщення множині S ; якщо ні, то множина відкидається;
- порівнюємо $\xi(Q_{r_1 r_2 \dots r_k})$ з L^h ; якщо $\xi(Q_{r_1 r_2 \dots r_k}) < L^h$, то збільшуємо h на одиницю і покладаємо $L^h = L(x^h)$, де $x^h = (g_{r_1}, \dots, g_{r_k})$.

8. Процес завершується, коли не залишиться негалужених множин, для яких характеристичний вектор величини (13) лексикографічно менший за $H(L^h)$. Тоді розв'язком є пара $\langle L(x^*), x^* \rangle$, де $x^* = x^h$.

Приклад. Проілюструємо розглянуті вище правила галуження і відсікання множин у методі гілок і меж при розв'язанні задачі мінімізації функції $L(X) = 2X_1 + X_2 + X_3$ на загальній множині розміщень з елементів множини $\Gamma = \{G_1, G_2, G_3, G_4\}$, які є дискретними випадковими величинами, заданими рядами розподілу згідно з таблицею.

Ряди розподілу випадкових величин з наведеного прикладу

Величини	$G_1 = G_2$		G_3			G_4	
Значення величин	4	9	4	6	9	5	9
Відповідні ймовірності	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Характеристичні вектори елементів мультимножини мають вигляд: $H(G_1) = (7; -6)$, $H(G_3) = H(G_4) = (7; -4)$. Таким чином, $G_1 < G_3$, $G_1 < G_4$. Ураховуючи також, що перше можливе значення G_3 менше від першого

можливого значення G_4 , отримуємо, що $G_3 \prec G_4$. Таким чином, $G_1 = G_2 \prec G_3 \prec G_4$.

Розгалужуємо множину $E_4^3(\Gamma)$, використовуючи порядок змінних, що відповідає упорядкуванню $c_1 = 2 > c_2 = c_3 = 1$, $I = \{1\}$. Отже, $C_B = \{2\}$, $\tilde{C} = \{1, 1\}$: $Q_1 = \{X_1 = G_1\}$, $Q_3 = \{X_1 = G_3\}$, $Q_4 = \{X_1 = G_4\}$. Знаходимо відповідні величини (13) та їх характеристичні вектори.

Для $Q_1 = \{X_1 = G_1\}$ маємо: $\Gamma_B = \{G_1\}$, $\tilde{\Gamma} = \{G_2, G_3, G_4\}$. У величині (13): перший доданок $\sum_{j \in I} c_j g_{r_j} = c_1 G_1 = 2G_1$, другий $-\sum_{i=1}^r \tilde{c}_i \tilde{g}_i = 1 \cdot G_2 + 1 \cdot G_3 = G_2 + G_3$, тобто $\xi_1 = \xi(Q_1) = 2G_1 + G_2 + G_3$, $H(\xi_1) = (14; -24) + (7; -6) + (7; -4) = (28; -34)$. Для $Q_3 = \{X_1 = G_3\}$ $\Gamma_B = \{G_3\}$, $\tilde{\Gamma} = \{G_1, G_2, G_4\}$; доданки у величині (13): $\sum_{j \in I} c_j g_{r_j} = 2G_3$, $\sum_{i=1}^r \tilde{c}_i \tilde{g}_i = G_1 + G_2$. Тоді $\xi_2 = \xi(Q_3) = 2G_3 + G_1 + G_2$. $H(\xi_2) = (28; -28)$. Нарешті $\xi_3 = \xi(Q_4) = 2G_4 + G_1 + G_2$, $H(\xi_3) = (28; -28)$. Оскільки $H(\xi_1) <_l H(\xi_2) = H(\xi_3)$, обираємо для галуження підмножину Q_1 .

Розгалужуючи Q_1 , отримаємо підмножини $Q_{12} = \{X_1 = G_1, X_2 = G_2\}$, $Q_{13} = \{X_1 = G_1, X_2 = G_3\}$, $Q_{14} = \{X_1 = G_1, X_2 = G_4\}$. Знаходимо для цих множин характеристичні вектори величин (13). Для Q_{12} маємо $I = \{1, 2\}$, $C_B = \{2, 1\}$, $\tilde{C} = \{1\}$, $\Gamma_B = \{G_1, G_2\}$, $\tilde{\Gamma} = \{G_3, G_4\}$; доданки у величині (13): $\sum_{j \in I} c_j g_{r_j} = 2G_1 + G_2$, $\sum_{i=1}^r \tilde{c}_i \tilde{g}_i = G_3$, звідки $\xi_4 = \xi(Q_{12}) = 2G_1 + G_2 + G_3 = \xi_1$. Аналогічно $\xi_5 = \xi(Q_{13}) = (2G_1 + G_3) + G_2 = \xi_1$, $\xi_6 = \xi(Q_{14}) = (2G_1 + G_4) + G_2$, $H(\xi_5) = H(\xi_6) = H(\xi_1)$.

Виберемо для галуження підмножину $Q_{12} = \{X_1 = G_1, X_2 = G_2\}$. Отримаємо множини, у яких зафіксовані значення усіх змінних:

$Q_{123} = \{X_1 = G_1, X_2 = G_2, X_3 = G_3\}$, звідки $X^1 = (G_1, G_2, G_3) = (G_1, G_1, G_3)$, $L^1 = \xi(Q_{123}) = 2G_1 + G_2 + G_3$, $H(L^1) = (28; -34)$;

$Q_{124} = \{X_1 = G_1, X_2 = G_2, X_3 = G_4\}$, тоді $\xi(Q_{124}) = 2G_1 + G_2 + G_4$, $H(\xi(Q_{124})) = H(L^1)$, але $L^1 \prec \xi(Q_{124})$, оскільки суми $2G_1 + G_2 + G_3$ і $2G_1 + G_2 + G_4$ відрізняються лише останнім доданком і при цьому $G_3 \prec G_4$.

Оскільки $L^1 <_l H(\xi(Q_3)) = H(\xi(Q_4))$, то підмножини Q_3 і Q_4 надалі не розглядаються. Відкидати підмножини Q_{13} і Q_{14} підстав немає, оскільки $H(\xi(Q_{13})) = H(\xi(Q_{14})) = H(L^1)$.

Оберемо для галуження підмножину $Q_{13} = \{X_1 = G_1, X_2 = G_3\}$. Дістаємо:

$Q_{132} = \{X_1 = G_1, X_2 = G_3, X_3 = G_2\}$, тоді $\xi(Q_{132}) = 2G_1 + G_3 + G_2 = L^1$,
 $X^2 = (G_1, G_3, G_1)$;

$Q_{134} = \{X_1 = G_1, X_2 = G_3, X_3 = G_4\}$, тоді $\xi(Q_{134}) = 2G_1 + G_3 + G_4$,
 $H(\xi(Q_{134})) = (28; -32) >_l H(L^1)$, звідки також $L^1 \prec \xi(Q_{134})$.

Нарешті розгалуження підмножини $Q_{14} = \{X_1 = G_1, X_2 = G_4\}$ дає такі результати:

$Q_{142} = \{X_1 = G_1, X_2 = G_4, X_3 = G_2\}$, $\xi(Q_{142}) = 2G_1 + G_4 + G_2 = \xi(Q_{124})$,
 тобто $L^1 \prec \xi(Q_{142})$;

$Q_{143} = \{X_1 = G_1, X_2 = G_4, X_3 = G_3\}$, тоді $\xi(Q_{143}) = 2G_1 + G_4 + G_3 =$
 $= \xi(Q_{134})$, звідки $L^1 \prec \xi(Q_{143})$.

Таким чином, мінімумом функції $L(X) = 2X_1 + X_2 + X_3$ на множині $E_4^3(\Gamma)$ є випадкова величина $L^1 = 2G_1 + G_1 + G_3$, причому це значення досягається у двох точках: $X^1 = (G_1, G_1, G_3)$ та $X^2 = (G_1, G_3, G_1)$.

ВИСНОВКИ

У роботі досліджувалися лінійні оптимізаційні задачі на розміщеннях з імовірнісною невизначеністю, постановку яких виконано на основі введення відношення порядку на множині дискретних випадкових величин. Установлено властивості розв'язку безумовної задачі, у якій коефіцієнти цільової функції є дискретними випадковими величинами, а елементи мультимножини — детермінованими. Запропоновано схему методу гілок і меж для лінійних оптимізаційних задач на розміщеннях з імовірнісною невизначеністю, спосіб галуження та відсікання множин у цій схемі. Як перспективний напрям подальших досліджень вбачається удосконалення процедури оцінювання множин й обґрунтування інших правил їх відсікання у межах розв'язання методом гілок і меж таких задач.

ЛІТЕРАТУРА

1. Сергиенко И.В. Модели и методы решения на ЭВМ комбинаторных задач оптимизации / И.В. Сергиенко, М.Ф. Каспшицкая. — К. : Наук. думка, 1981. — 288 с.
2. Згуровский М.З. Принятие решений в сетевых системах с ограниченными ресурсами / М.З. Згуровский, А.А. Павлов. — К.: Наук. думка, 2010. — 573 с.
3. Сергиенко И.В. Классификация прикладных методов комбинаторной оптимизации / И.В. Сергиенко, Л.Ф. Гуляницкий, С.И. Сиренко // Кибернетика и системный анализ. — 2009. — № 5. — С. 71–83.
4. Стоян Ю.Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю.Г. Стоян, О.О. Ємець. — К.: Ін-т систем. досліджень освіти, 1993. — 188 с. — Режим доступу: <http://dspace.puet.edu.ua/handle/123456789/487>.
5. Емец О.А. Комбинаторная оптимизация на размещениях / О.А. Емец, Т.Н. Барболина. — К.: Наук. думка, 2008. — 159 с. — Режим доступу: <http://dspace.puet.edu.ua/handle/123456789/473>.

6. Сергиенко И.В. Применение методов стохастической оптимизации для исследования трансформационных процессов в экономике / И.В. Сергиенко, М.В. Михалевич // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2004. — № 4. — С. 7–29.
7. Ермольев Ю.М. Стохастические модели и методы в экономическом планировании / Ю.М. Ермольев, А.И. Ястремский. — М.: Наука. Гл. ред. физико-матем. лит-ры, 1979. — 256 с.
8. Наумов А.В. Исследование задачи стохастического линейного программирования с квантильным критерием / А.В. Наумов, С.В. Иванов // Автоматика и телемеханика. — 2011. — № 2. — С. 142–158.
9. Marti K. Stochastic Optimization Methods.—Springer-Verlag Berlin Heidelberg / K.Marti. — 2008. — 340 p.
10. Перепелица В.А. Дискретная оптимизация и моделирование в условиях неопределенности данных / В.А. Перепелица, Ф.Б. Тебуева. — М.: Академия естествознания. — 2007. — 151 с.
11. Тебуева Ф. Б. Принятие решений в дискретных задачах оптимизации на графах с нечеткими весами / Ф.Б. Тебуева // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2008. — № 6. — С. 373–391.
12. Серая О.В. Нечеткая задача коммивояжера / О.В. Серая // Математическое моделирование. — 2007. — № 2 (17). — С. 13–15.
13. Серая О.В. Стохастическая задача коммивояжера / О.В. Серая, Л.В. Бачкир // Вестн. Нац. техн. ун-та «Харьковский политехнический институт». Серия: Информатика и моделирование. — 2006. — № 40. — С. 169–173.
14. Nikolova E. Approximation algorithms for reliable stochastic combinatorial optimization / E. Nikolova // Approximation, Randomization, and Combinatorial Optimization. Algorithms and Techniques. Springer–Berlin: Heidelberg, 2010. — P. 338–351.
15. Стоян Ю.Г. Оптимизационная задача размещения правильных интервальных многоугольников / Ю.Г. Стоян, Т.Е. Романова, Ю.А. Сысоева // Докл. НАН Украины. — 1998. — № 9. — С. 114–120.
16. Гребенник И.В. Отображение интервальных комбинаторных множеств в евклидово пространство / И.В. Гребенник, Т.Е. Романова // Проблемы машиностроения. — 2002. — 5. — № 2. — С. 87–91.
17. Гребенник И.В. Классы интервальных комбинаторных оптимизационных задач геометрического проектирования / И.В. Гребенник, Т.Е. Романова, С.Б. Шеховцов // Искусственный интеллект. — 2005. — № 3. — С. 18–24.
18. Ємець О.О. Розв'язування задач комбінаторної оптимізації на нечітких множинах / О.О. Ємець, О.О. Ємець. — Полтава: ПУЕТ, 2011. — 239 с. — Режим доступу: <http://dspace.uccu.org.ua/handle/123456789/352>.
19. Сергиенко И.В. Задачи оптимизации с интервальной неопределенностью: метод ветвей и границ / И.В. Сергиенко, О.А. Емец, А.О. Емец // Кибернетика и системный анализ. — 2013. — № 5. — С. 38–50.
20. Емец О.А. Об оптимизационных задачах с вероятностной неопределенностью / О.А. Емец, Т.Н. Барболина // Доп. НАН України. — 2014. — № 11. — С. 40–45.
21. Ємець О.О. Побудова і дослідження математичної моделі задачі директора зі стохастичними параметрами / О.О. Ємець, Т.М. Барболіна // Вісн. Черкаського ун-ту. Серія: Прикладна математика. Інформатика. — 2014. — № 18 (311). — С. 3–11.
22. Барболіна Т.М. Розв'язування лінійних безумовних оптимізаційних задач на розміщеннях з імовірнісною невизначеністю / Т.М. Барболіна, О.О. Ємець // Матеріали VI Всеукр. наук.-практ. конф. за міжнародною участю «Інформатика та системні науки» (м. Полтава, 19–21 берез. 2015 р.). — Режим доступу: <http://dspace.puet.edu.ua/handle/123456789/2384>.

Надійшла 24.04.2015

НЕКОТОРЫЕ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ МОДЕЛИ ЗАДАЧ НЕЧЕТКОГО ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Ю.А. ЗАК

Рассмотрены детерминированные эквиваленты различных постановок задач линейного программирования, в которых коэффициенты функции цели, ограничений и граничные значения переменных задачи и правых частей неравенств представлены нечеткими множествами. Предложены методы сравнения и определения предпочтения нечетких множеств. Решение задачи при поиске вектора переменных в виде вектора действительных чисел сводится к решению однокритериальной или многокритериальной задачи с существенно большим количеством ограничений. При решении задачи в виде вектора Fuzzy-множеств детерминировано эквивалент задачи — последовательность задач линейного программирования. Сформулированные задачи могут быть решены симплексным методом.

ВВЕДЕНИЕ

В литературе рассматривались различные постановки и математические модели задач нечеткого линейного программирования, когда коэффициенты функций цели, ограничений и граничные значения являются не действительными числами, а некоторыми нечеткими множествами (см., например, [1–9]), выбор среди множества альтернатив [16], а также анализ различных приложений [10] и алгоритмов решения этих задач [1, 2, 3, 8, 11]. Решение задачи можно искать в виде как вектора действительных, целочисленных, булевых переменных, так и нечетких множеств, функции принадлежности которых определены с точностью до неизвестных параметров. В зависимости от интерпретации условий выполнения ограничений, правые части которых представлены в виде Fuzzy-множеств, и принятых правил предпочтения в этих условиях одного из значений критериев оптимальности перед другими могут быть предложены и рассматривались в литературе различного вида детерминированные эквиваленты сформулированных задач нечеткого линейного программирования.

В отличие от известных публикаций в данной работе строится детерминированный эквивалент сформулированной задачи в общем виде: в условиях, когда коэффициенты функции цели и ограничений задачи — нечеткие множества, наличия двухсторонних ограничений на переменные задачи, представленных в виде нечетких множеств. Решение задачи ищется в виде как вектора детерминированных переменных, так и вектора нечетких мно-

жеств с функциями принадлежности, определенными с точностью до неизвестных параметров (в виде некоторого подмножества значений крайних точек их функций принадлежности). Показано, что для функций принадлежности нечетких множеств треугольного или трапециевидного вида и выбранного математического аппарата сравнения, ранжирования и проверки выполнения нечетких ограничений (сравнения различных сечений и дискретных α -уровней Fuzzy-множеств) исходная задача сводится к решению ряда детерминированных задач линейного программирования. В результате предложенных преобразований количество ограничений увеличивается как минимум в два раза, но полученную задачу уже можно решить симплексным методом. Обсуждаются методы решения сформулированных многокритериальных задач. В случае использования в качестве критерия оптимальности экстремального значения координаты абсциссы центра тяжести, полученного в результате решения задачи нечеткого множества, сформулированная задача может быть решена методами нелинейного программирования. Для задач нечеткого булевого программирования могут быть предложены эффективные детерминированные эквиваленты и более эффективные алгоритмы решения [11, 13].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Детерминированная задача линейного программирования может быть сформулирована, например, в виде:

$$f(X^*) = \max_{X \in G} \sum_{j=1}^n c_j x_j, \quad (1)$$

$$G = \left\{ X \mid \varphi_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = 1, \dots, m; \quad h_j^1 \leq x_j \leq h_j^2, \quad j = 1, \dots, n \right\}, \quad (2)$$

где $X = (x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n)$ — вектор действительных чисел, на каждую компоненту которого в общем случае накладываются двухсторонние ограничения вида $h_j^1 \leq x_j \leq h_j^2$, $j = 1, \dots, n$, а c_j , a_{ij} , $j = 1, \dots, n$, $i = 1, \dots, m$, — соответственно коэффициенты линейных функций цели и ограничений.

В частных случаях на все или отдельные компоненты вектора оптимизируемых параметров X могут накладываться ограничения целочисленности, или требования принимать только булевы значения.

В условиях размытых данных, т.е. нечеткой постановки задачи, коэффициенты и параметры функции цели $f(X)$, функций ограничений $\varphi_i(X)$, $i = 1, \dots, m$, а также граничные значения h_j^1 и h_j^2 , $j = 1, \dots, n$, могут быть представлены не детерминированными величинами, а нечеткими множествами. Кроме того, вектор оптимизируемых параметров X в соответствии с условиями задачи может быть также представлен в виде некоторого нечеткого множества, определенного с точностью до неизвестных детерминированных параметров.

Формы нечеткого описания исходной информации могут быть различными. Ниже приводятся наиболее часто встречающиеся в литературе постановки и математические формулировки таких задач в условиях размытых данных. Автору не известны рассматриваемые в литературе задачи Fuzzy-линейного программирования с двухсторонними ограничениями на переменные.

Задача 1. В задаче (1), (2) параметры функции цели и ограничений, а также допустимые граничные значения вектора переменных задачи — нечеткие множества с заданными функциями принадлежности. Решение задачи ищется в виде вектора действительных чисел.

Частным случаем рассматриваемой задачи является задача нечёткого линейного (Fuzzy-линейного) программирования в виде

$$\bar{C}_1 x_1 \oplus \bar{C}_2 x_2 \oplus \dots \oplus \bar{C}_j x_j \oplus \dots \oplus \bar{C}_n x_n \rightarrow \max, \quad (3)$$

$$\bar{\Psi}_i = \bar{A}_{i1} x_1 \oplus \bar{A}_{i2} x_2 \oplus \dots \oplus \bar{A}_{ij} x_j \oplus \dots \oplus \bar{A}_{in} x_n \leq_{\text{Re}} \bar{B}_i, \quad i = 1, \dots, m, \quad (4)$$

$$\bar{H}_j^1 \leq_{\text{Re}} x_j \leq_{\text{Re}} \bar{H}_j^2, \quad j = 1, \dots, n. \quad (5)$$

Здесь \bar{C}_j , \bar{H}_j^1 , \bar{H}_j^2 , $j = 1, \dots, n$; \bar{B}_i , $i = 1, \dots, m$; \bar{A}_{ij} , $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$, — нечёткие множества с заданными функциями принадлежности; $\bar{C}_j x_j$ и $\bar{A}_{ij} x_j$ — операции умножения нечётких множеств на действительное число, результатом выполнения которых является также нечёткое множество; $\bar{C}_j x_j \oplus \bar{C}_p x_p$ — операции сложения двух нечётких множеств, результатом которой также является нечёткое множество.

Обобщением задачи (3)–(5) является многокритериальная задача нечёткого линейного программирования, в которой не один, а несколько критериев оптимальности

$$\bar{F}_p = \bar{C}_{p1} x_1 \oplus \bar{C}_{p2} x_2 \oplus \dots \oplus \bar{C}_{pj} x_j \oplus \dots \oplus \bar{C}_{pn} x_n \rightarrow \max, \quad p = 1, \dots, P. \quad (6)$$

Рассмотрим задачу нечёткого линейного программирования вида (3)–(5) в условиях, когда $X \in \tilde{H}$ — вектор детерминированных переменных, на которые наложены двухсторонние ограничения:

$$\tilde{H} = \{X \in \mathfrak{R}^n \mid h_j^1 \leq x_j \leq h_j^2, j = 1, \dots, n\}. \quad (7)$$

Здесь $\bar{C}_1, \bar{C}_2, \dots, \bar{C}_j, \dots, \bar{C}_n$ — Fuzzy-числа (нечёткие множества), представленные LR-интервалами $\{a_1(c_j), m_1(c_j), m_2(c_j), a_2(c_j)\}_{LR}$, $j = 1, \dots, n$; \bar{A}_{ij} — также нечёткие множества, представленные LR-интервалами вида

$$\{a_1(\bar{A}_{ij}), m_1(\bar{A}_{ij}), m_2(\bar{A}_{ij}), a_2(\bar{A}_{ij})\}_{LR}, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n;$$

\bar{B}_i — нечёткие множества, представленные LR-интервалами вида

$$\{a_1(\bar{B}_i), m_1(\bar{B}_i), m_2(\bar{B}_i), a_2(\bar{B}_i)\}_{LR}, \quad i = 1, \dots, m.$$

Определенный интерес представляет постановка задачи (задача 2), в которой a_{ij} и c_j , $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$, — действительные числа, а граничные значения \bar{B}_i , $i = 1, \dots, m$, а также \bar{H}_j^1 и \bar{H}_j^2 , $j = 1, \dots, n$, и вектор переменных задачи $(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_j, \dots, \bar{X}_n)$ — нечеткие множества.

Задача 2.

$$c_1 \bar{X}_1 \oplus c_2 \bar{X}_2 \oplus \dots \oplus c_j \bar{X}_j \oplus \dots \oplus c_n \bar{X}_n \rightarrow \max, \quad (8)$$

$$\bar{\Psi}_i = a_{i1} \bar{X}_1 \oplus a_{i2} \bar{X}_2 \oplus \dots \oplus a_{ij} \bar{X}_j \oplus \dots \oplus a_{in} \bar{X}_n \leq_{\text{Re}} \bar{B}_i, \quad i = 1, \dots, m; \quad (9)$$

$$\bar{H}_j^1 \leq_{\text{Re}} \bar{X}_j \leq_{\text{Re}} \bar{H}_j^2, \quad j = 1, \dots, n.$$

Функции принадлежности таких нечётких множеств \bar{A} , представленных трапециевидными LR -интервалами, вычисляются по формулам, приведенным, например, в работе [9].

Условия \leq_{Re} или \geq_{Re} определяют условия доминирования (предпочтения) двух нечётких множеств соответственно в сторону уменьшения или увеличения их значений. Знаком \oplus определяется алгебраическая сумма двух нечётких множеств.

В результате выполнения соответствующих операторов Fuzzy-арифметики для выражений (8) рассчитываются параметры нечётких множеств, представленных LR -интервалами $\{M_1^0, M_2^0, D_1^0, D_2^0\}_{LR}$ — для целевой функции и $\{M_1^i, M_2^i, D_1^i, D_2^i\}_{LR}$, $i = 1, \dots, m$, — для левых частей функций ограничений.

Если решение задачи ищется в виде детерминированного вектора булевых переменных $x_j = 0 \vee 1$, $j = 1, \dots, n$, то результаты выполнения соответствующих операторов Fuzzy-арифметики в данном случае могут быть записаны в виде

$$[\bar{A}x_j \oplus \bar{B}x_p]_{LR} = \left\{ \begin{array}{ll} [m_1(\bar{A})x_j \pm m_1(\bar{B})x_p]; & [m_2(\bar{A})x_j \pm m_2(\bar{B})x_p]; \\ [a_1(\bar{A})x_j \pm a_1(\bar{B})x_p]; & [a_2(\bar{A})x_j \pm a_2(\bar{B})x_p], \end{array} \right\}_{LR} \quad (10)$$

где $\bar{A} = \bar{C}_j$ или $\bar{A} = \bar{A}_j$, а $\bar{B} = \bar{C}_p$ или $\bar{B} = \bar{A}_p$.

В выражении (10) знак «+» справедлив, если $x_p = 1$ и коэффициент \bar{T}_p — число положительное, и знак «-» — если $x_p = 1$ и \bar{T}_p — отрицательное число.

ПРАВИЛА СРАВНЕНИЯ, ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЕДПОЧТЕНИЙ И ПРОВЕРКИ ВЫПОЛНЕНИЯ ОГРАНИЧЕНИЙ ДЛЯ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ

Правила доминирования для нечётких множеств, представленных LR Fuzzy-интервалами, основанные на сравнении их сечений, рассматривались в работах многих авторов (см., например, [5, 12]). Ниже эти методы доведены до конкретных формульных выражений, а также приведены алгоритмы сравнения и предпочтения нечетких множеств на основе анализа крайних точек их функций принадлежности.

Рассмотрим два нечетких множества

$$\bar{\Psi}_i = \{a_1(\bar{\Psi}_i), m_1(\bar{\Psi}_i), m_2(\bar{\Psi}_i), a_2(\bar{\Psi}_i)\}_{LR}$$

и

$$\bar{\Psi}_j = \{a_1(\bar{\Psi}_j), m_1(\bar{\Psi}_j), m_2(\bar{\Psi}_j), a_2(\bar{\Psi}_j)\}_{LR}$$

или $\bar{\Psi}_i = \{a_1(\bar{\Psi}_i), m(\bar{\Psi}_i), a_2(\bar{\Psi}_i)\}_{LR}$ и $\bar{\Psi}_j = \{a_1(\bar{\Psi}_j), m(\bar{\Psi}_j), a_2(\bar{\Psi}_j)\}_{LR}$.

Правила абсолютного предпочтения. Если для двух Fuzzy-множеств $\bar{\Psi}_i$ и $\bar{\Psi}_j$ справедливы неравенства $a_2(\bar{\Psi}_i) \leq a_1(\bar{\Psi}_j)$, то Fuzzy-множество $\bar{\Psi}_i$

имеет абсолютное предпочтение перед Fuzzy-множеством $\bar{\Psi}_j$ в смысле $\bar{\Psi}_i <_{\text{Re}} \bar{\Psi}_j$. При выполнении неравенство $a_1(\bar{\Psi}_i) \geq a_2(\bar{\Psi}_j)$ Fuzzy-множество $\bar{\Psi}_i$ имеет абсолютное предпочтение перед Fuzzy-множеством $\bar{\Psi}_j$ в смысле $\bar{\Psi}_i >_{\text{Re}} \bar{\Psi}_j$.

Правила относительного предпочтения. Если для двух Fuzzy-множеств $\bar{\Psi}_i$ и $\bar{\Psi}_j$ справедлива система неравенств

$$a_1(\bar{\Psi}_i) \leq a_1(\bar{\Psi}_j), m_1(\bar{\Psi}_i) \leq m_1(\bar{\Psi}_j), m_2(\bar{\Psi}_i) \leq m_2(\bar{\Psi}_j) \text{ или } m(\bar{\Psi}_i) \leq m(\bar{\Psi}_j),$$

$$a_2(\bar{\Psi}_i) \leq a_2(\bar{\Psi}_j)$$

и хотя бы одно из этих неравенств является строгим, то Fuzzy-множество $\bar{\Psi}_i$ имеет относительное предпочтение перед Fuzzy-множеством $\bar{\Psi}_j$ в смысле $\bar{\Psi}_i \bar{\leq}_{\text{Re}} \bar{\Psi}_j$.

Если для двух Fuzzy-множеств $\bar{\Psi}_i$ и $\bar{\Psi}_j$ справедлива система неравенств

$$a_1(\bar{\Psi}_i) \geq a_1(\bar{\Psi}_j), m_1(\bar{\Psi}_i) \geq m_1(\bar{\Psi}_j), m_2(\bar{\Psi}_i) \geq m_2(\bar{\Psi}_j) \text{ или } m(\bar{\Psi}_i) \geq m(\bar{\Psi}_j),$$

$$a_2(\bar{\Psi}_i) \geq a_2(\bar{\Psi}_j)$$

и хотя бы одно из этих неравенств является строгим, то Fuzzy-множество $\bar{\Psi}_i$ имеет относительное предпочтение перед Fuzzy-множеством $\bar{\Psi}_j$ в смысле $\bar{\Psi}_i \bar{\geq}_{\text{Re}} \bar{\Psi}_j$.

Более сильное правило относительного предпочтения может быть построено на основании системы неравенств относительно крайних точек соответствующих α_p сечений, т.е. системы неравенств относительно значений $L_1^\alpha(\bar{\Psi}_i)$, $L_2^\alpha(\bar{\Psi}_i)$ и $L_1^\alpha(\bar{\Psi}_j)$, $L_2^\alpha(\bar{\Psi}_j)$, $\alpha = \alpha_0 = 0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, \alpha_p = 1$. Иллюстрация выбора крайних точек для случая 5 сечений функции принадлежности трапецевидного и треугольного типа приведены на рис. 1, 2.

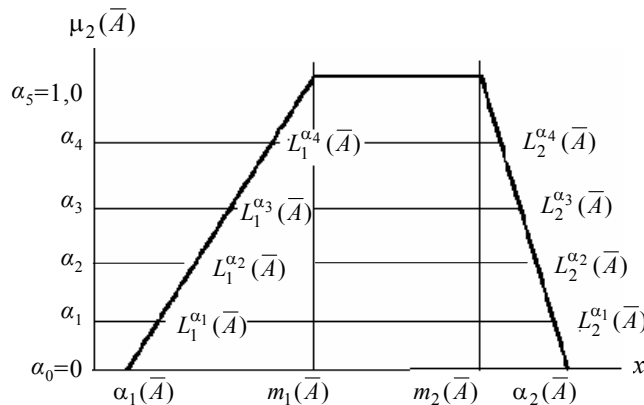


Рис. 1. Сечения функции принадлежности трапецевидного типа

Для функций принадлежности трапецевидного вида значения $L_1^\alpha(\bar{\Psi}_i)$, $L_2^\alpha(\bar{\Psi}_i)$ вычисляются по формулам

$$L_1^\alpha(\bar{\Psi}_i) = m_1(\bar{\Psi}_i) - [m_1(\bar{\Psi}_i) - a_1(\bar{\Psi}_i)](1 - \alpha),$$

$$L_2^\alpha(\bar{\Psi}_i) = m_2(\bar{\Psi}_i) + [a_2(\bar{\Psi}_i) - m_2(\bar{\Psi}_i)](1 - \alpha),$$

а для функций принадлежности треугольного вида:

$$L_1^\alpha(\bar{\Psi}_i) = m(\bar{\Psi}_i) - [m(\bar{\Psi}_i) - a_1(\bar{\Psi}_i)](1 - \alpha),$$

$$L_2^\alpha(\bar{\Psi}_i) = m(\bar{\Psi}_i) + [a_2(\bar{\Psi}_i) - m(\bar{\Psi}_i)](1 - \alpha).$$

Если справедлива система неравенств

$$L_1^\alpha(\bar{\Psi}_i) \leq L_1^\alpha(\bar{\Psi}_j), L_2^\alpha(\bar{\Psi}_i) \leq L_2^\alpha(\bar{\Psi}_j), \alpha = \alpha_0 = 0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, \alpha_p = 1,$$

то Fuzzy-множество $\bar{\Psi}_i$ имеет относительное предпочтение перед Fuzzy-множеством $\bar{\Psi}_j$ в смысле $\bar{\Psi}_i \bar{\leq}_{\text{Re}} \bar{\Psi}_j$.

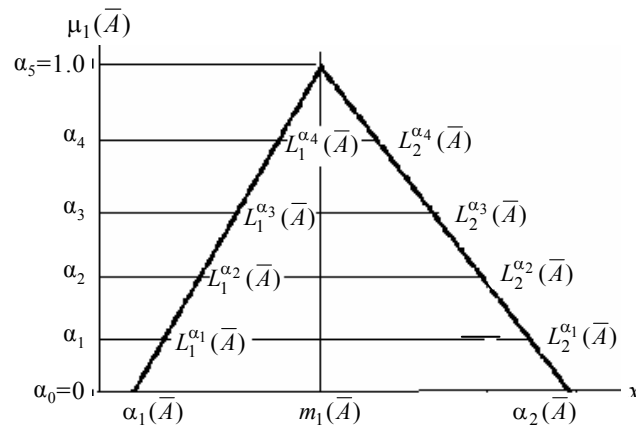


Рис. 2. Сечения функции принадлежности треугольного типа

Если справедлива система неравенств

$$L_1^\alpha(\bar{\Psi}_i) \geq L_1^\alpha(\bar{\Psi}_j), L_2^\alpha(\bar{\Psi}_i) \geq L_2^\alpha(\bar{\Psi}_j), \alpha = \alpha_0 = 0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, \alpha_p = 1, \quad (11)$$

то Fuzzy-множество $\bar{\Psi}_i$ имеет относительное предпочтение перед Fuzzy-множеством $\bar{\Psi}_j$ в смысле $\bar{\Psi}_i \bar{\geq}_{\text{Re}} \bar{\Psi}_j$.

От выбора значений $\alpha_p, p=1, 2, \dots, (P-1)$ и количества сечений P во многом зависит результат решения задач сравнения и ранжирования. Экспертами могут быть предложены различные варианты такого выбора.

Вычислим значение некоторой функции свертки крайних точек сечений нечетких множеств

$$f(\bar{\Psi}_i) = \sum_{p=1}^P \frac{1}{2} \beta_p [L_1^{\alpha_p}(\bar{\Psi}_i) + L_2^{\alpha_p}(\bar{\Psi}_i)],$$

где $0 < \beta_p < 1, p = 0, 1, 2, \dots, P$ — некоторые весовые коэффициенты, удовле-

творяющие условиям нормировки $\sum_{p=1}^P \beta_p = 1$.

Выбор значений этих коэффициентов осуществляется экспертом или лицом, принимающим решение. Так, например, могут быть выбраны следующие значения: $\beta_0 = 0,075, \beta_1 = 0,125, \beta_2 = 0,2, \beta_3 = 0,25, \beta_4 = 0,35$.

Другое более слабое правило относительного предпочтения может быть сформулировано следующим образом.

В случае $f(\bar{\Psi}_i) < f(\bar{\Psi}_j)$ справедливо утверждение $\bar{\Psi}_i \bar{\leq}_{\text{Re}} \bar{\Psi}_j$.

В случае $f(\bar{\Psi}_i) > f(\bar{\Psi}_j)$ справедливо утверждение $\bar{\Psi}_i \bar{\geq}_{\text{Re}} \bar{\Psi}_j$.

ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ ЭКВИВАЛЕНТЫ ЗАДАЧ НЕЧЕТКОГО ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Различные схемы решения задачи нечеткого линейного программирования изображены на рис. 3. Пусть задан некоторый детерминированный вектор переменных $X \in \tilde{H}$, $X = (x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n)$, удовлетворяющий системе ограничений на переменные (7). На основе принципа расширения и, пользуясь операторами Fuzzy-арифметики, можно построить нечёткое множество $\bar{\Psi}_i$ левой части i -го неравенства системы ограничений (4) или (9), функция принадлежности которого также может быть представлена с помощью LR-Fuzzy-интервала трапецевидной формы — $\{a_1(\bar{\Psi}_i), m_1(\bar{\Psi}_i), m_2(\bar{\Psi}_i), a_2(\bar{\Psi}_i)\}_{LR}$ или треугольной формы — $\{a_1(\bar{\Psi}_i), m(\bar{\Psi}_i), a_2(\bar{\Psi}_i)\}_{LR}$.

Обозначим $L_1^\alpha(\bar{A})$, $L_2^\alpha(\bar{A})$ — крайние точки α -сечений нечёткого множества \bar{A} , где $0 < \alpha < 1$. В качестве множества \bar{A} могут рассматриваться нечеткие множества \bar{C}_j , \bar{H}_{1j} , \bar{H}_{2j} , \bar{A}_{ij} , $j = 1, \dots, n$, а также $\bar{\Psi}_i$, \bar{B}_i , $i = 1, \dots, m$.

Утверждение.

а) Если для двух нечётких множеств $\bar{\Psi}_i$ и \bar{B}_i выполняется неравенство

$$a_2(\bar{\Psi}_i) \leq a_1(\bar{B}_i),$$

то для детерминированного вектора $X \in \tilde{H}$ справедливо выражение $\bar{\Psi}_i <_{\text{Re}} \bar{B}_i$, т.е. условие абсолютного предпочтения.

б) В случае, если выполняется одна из системы неравенств

$$a_1(\bar{\Psi}_i) \leq a_1(\bar{B}_i), \quad m_1(\bar{\Psi}_i) \leq m_1(\bar{B}_i), \quad m_2(\bar{\Psi}_i) \leq m_2(\bar{B}_i), \quad a_2(\bar{\Psi}_i) \leq a_2(\bar{B}_i);$$

$$L_1^\alpha(\bar{\Psi}_i) \leq L_1^\alpha(\bar{B}_i), \quad L_2^\alpha(\bar{\Psi}_i) \leq L_2^\alpha(\bar{B}_i), \quad \alpha = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p,$$

то детерминированный вектор переменных $X \in \tilde{H}$ обеспечивает выполнение Fuzzy-отношений $\bar{\Psi}_i \bar{\leq}_{\text{Re}} \bar{B}_i$, т.е. условия относительного предпочтения.

Следовательно, как в одном, так и во втором случае обеспечивается выполнение i -го ограничения из системы ограничений (7) или (9).

Если условия приведенного утверждения выполняются для каждого из ограничений ($i = 1, \dots, m$) системы (7) или (9), то детерминированный вектор $X \in \tilde{H}$ удовлетворяет всей системе ограничений задачи.

При поиске решения задачи в виде некоторого вектора переменных в форме Fuzzy-множеств $\bar{X} = (\bar{X}_j)$, $j = 1, \dots, n$, (правая ветвь схемы решения показана на рис. 3) в качестве детерминированного эквивалента задачи нечеткого линейного программирования может рассматриваться последо-

вательность решения следующих $2(P + 2)$ задач детерминированного линейного программирования для каждого из значений $\alpha = \alpha_0 = 0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, \alpha_{(p+1)} = 1$ и значений $s = 1, 2$.



Рис. 3. Общая схема методов построения алгоритмов нечёткого математического программирования

Задача 3.

$$F_s^\alpha = \sum_{j=1}^n L_s^\alpha(\bar{C}_j) x_j \rightarrow \max, \quad (12)$$

в условиях ограничений

$$\varphi_{is}^\alpha = \sum_{j=1}^n L_s^\alpha(\bar{A}_{ij}) x_j \leq L_s^\alpha(\bar{B}_i), \quad i = 1, \dots, m, \quad (13)$$

$$L_1^\alpha(\bar{H}_{1j}) \leq x_j \leq L_2^\alpha(\bar{H}_{2j}), \quad j = 1, \dots, n. \quad (14)$$

Здесь, если $\alpha = \alpha_0 = 0$, то $L_1^\alpha(\bar{A}) = a_1(\bar{A})$, $L_2^\alpha(\bar{A}) = a_2(\bar{A})$, а если $\alpha = \alpha_{(p+1)} = 1$, то $L_1^\alpha(\bar{A}) = m_1(\bar{A})$, $L_2^\alpha(\bar{A}) = m_2(\bar{A})$ для функций принадлежности трапециевидного типа и $L_1^\alpha(\bar{A}) = L_2^\alpha(\bar{A}) = m(\bar{A})$ для функций принадлежности треугольного типа.

В результате решения каждой из детерминированных задач (12)–(14) будет получен детерминированный вектор значения переменных задачи

$X_s^\alpha = (x_{1s}^\alpha, x_{2s}^\alpha, \dots, x_{js}^\alpha, \dots, x_{ns}^\alpha)$, представляющий собой граничные точки соответствующих α -сечений нечеткого множества \bar{X}^\bullet решения сформулированной задачи. На основании полученных детерминированных значений этих векторов соединением этих точек отрезками прямых линий строится функция принадлежности нечеткого множества каждой переменной вектора решений задачи, которая может быть отличной от трапецевидного или треугольного вида.

При построении приближенного детерминированного эквивалента исходной задачи (3), (5) в виде задачи (4) может быть получено решение ее в виде детерминированного вектора оптимизируемых переменных при существенно меньшем объеме вычислений.

Если обозначить

$$M(\bar{A}) = \sum_{p=0}^{P+1} w^\alpha 0,5[L_1^\alpha(\bar{A}) + L_2^\alpha(\bar{A})],$$

где $0 \leq w^\alpha \leq 1$, $\tilde{A} = \{\alpha = \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, \alpha_{(p+1)}\}$ — весовые коэффициенты, $\sum_{p=0}^{P+1} w^\alpha = 1$, то могут быть сформулированы задачи 4 и 5.

Задача 4.

$$\Phi = \sum_{j=1}^n M(\bar{C}_j) x_j \rightarrow \max, \quad (15)$$

$$\phi_i = \sum_{j=1}^n M(\bar{A}_{ij}) x_j \leq M(\bar{B}_i), \quad i = 1, \dots, m, \quad (16)$$

$$M(\bar{H}_{1j}) \leq x_j \leq M(\bar{H}_{2j}), \quad j = 1, \dots, n. \quad (17)$$

Задача 5. Найти максимальное значение функции (15) в условиях таких ограничений:

$$\phi_i = \sum_{j=1}^n L_1^\mu(\bar{A}_{ij}) x_j \leq L_1^\mu(\bar{B}_i), \quad \phi_i = \sum_{j=1}^n L_2^\rho(\bar{A}_{ij}) x_j \leq L_2^\rho(\bar{B}_i), \quad i = 1, \dots, m, \quad (18)$$

$$x_j \leq L_1^0(\bar{H}_{2j}), \quad x_j \leq L_2^\eta(\bar{H}_{2j}), \quad j = 1, \dots, n. \quad (19)$$

При этом в выражении (18) в качестве α_μ и α_ρ выбираются некоторые подмножества сечений $\alpha_\mu \in \tilde{A}_1, \tilde{A}_1 \subseteq \tilde{A}; \alpha_\rho \in \tilde{A}_2, \tilde{A}_2 \subseteq \tilde{A}$, как и в выражении (19) — $\alpha_\omega \in \tilde{A}_3, \tilde{A}_3 \subseteq \tilde{A}; \alpha_\eta \in \tilde{A}_4, \tilde{A}_4 \subseteq \tilde{A}$.

Отметим, что как задачи 4 и 5, так и каждая из задач 3 могут быть решены симплексным методом линейного программирования.

Частные случаи. Рассмотрим случаи, когда в задаче (3), (4) нечеткие множества $\bar{C}_1, \bar{C}_2, \dots, \bar{C}_j, \dots, \bar{C}_n, \bar{A}_{ij}, j = 1, \dots, n$, и $\bar{B}_i, i = 1, \dots, m$, представлены треугольными и трапецевидными функциями принадлежности, крайние и центральные значения которых равны a_1, a_2 и $m(a)$ (или m_1 и m_2), где $\mu_{\bar{A}}(a_1) = \mu_{\bar{A}}(a_2) = 0, \mu_{\bar{A}}(m) = \mu_{\bar{A}}(m_1) = \mu_{\bar{A}}(m_2) = 1$. Ограничения (5) отсутствуют.

Ограничения (4) и (9) могут рассматриваться как условия строгого предпочтения для всех рассматриваемых α -сечений Fuzzy-множеств $\bar{\Psi}_i$ и \bar{B}_i и как условия относительного предпочтения. Обозначим соответственно $a_1(\bar{\Psi}_i)$, $a_2(\bar{\Psi}_i)$, $m(\bar{\Psi}_i)$ и $a_1(\bar{B}_i)$, $a_2(\bar{B}_i)$, $m(\bar{B}_i)$ (для трапецевидных функций принадлежности вместо значений $m(\bar{\Psi}_i)$ и $m(\bar{B}_i)$ рассматриваются пары значений $m_1(\bar{\Psi}_i), m_2(\bar{\Psi}_i)$ и $m_1(\bar{B}_i), m_2(\bar{B}_i)$) — соответственно крайние и центральные значения α -сечений Fuzzy-множеств $\bar{\Psi}_i$ и \bar{B}_i . Тогда условия строгого выполнения неравенств (4) и (9) для каждого из α -сечений могут быть записаны соответственно в виде, аналогичном (11)

$$a_2(\bar{\Psi}_i) \leq a_1(\bar{B}_i), \quad i=1, \dots, m. \quad (20)$$

Условия относительного предпочтения системы нечётких неравенств (4) и (9) могут быть представлены соответственно в виде

$$a_1(\bar{\Psi}_i) \leq a_1(\bar{B}_i), \quad a_2(\bar{\Psi}_i) \leq a_2(\bar{B}_i), \quad i=1, \dots, m,$$

$$m(\bar{\Psi}_i) \leq m(\bar{B}_i), \text{ или } m_1(\bar{\Psi}_i) \leq m_1(\bar{B}_i) \text{ и } m_2(\bar{\Psi}_i) \leq m_2(\bar{B}_i), \quad i=1, \dots, m. \quad (21)$$

При этом желательно, чтобы одно из неравенств системы (20) и (21) для пары индексов i и α выполнялось в строгом виде.

Для безусловного выполнения системы нечетких неравенств (20) можно потребовать выполнение следующей системы линейных неравенств:

$$\sum_{j=1}^n \beta_{ij} x_{ij} \leq a_1^\alpha(\bar{B}_i), \quad i=1, \dots, m. \quad (22)$$

Здесь β_{ij}^α — коэффициенты линейных неравенств, $a_1^\alpha(\bar{B}_i)$ и $a_2^\alpha(\bar{B}_i)$ — соответственно значения левых и правых точек соответствующих α сечений функций принадлежности i -го ограничения.

Так как всегда для положительных и отрицательных значений параметров справедливы неравенства

$$a_1^\alpha(\bar{A}_{ij}) \leq a_2^\alpha(\bar{A}_{ij}) \quad \text{и} \quad a_1^\alpha(\bar{B}_i) \leq a_2^\alpha(\bar{B}_i),$$

где $a_1^\alpha(\bar{A}_{ij})$ и $a_2^\alpha(\bar{A}_{ij})$ — значения левых и правых точек соответствующих α -сечений функций принадлежности нечеткого множества коэффициента \bar{A}_{ij} , то значения этих коэффициентов соответственно равны: $\beta_{ij}^\alpha = a_2^\alpha(\bar{A}_{ij})$, если знак перед членом $\bar{A}_{ij} x_j$ в выражении (4) положительный, $\beta_{ij}^\alpha = a_1^\alpha(\bar{A}_{ij})$, если знак перед членом $\bar{A}_{ij} \cdot x_j$ в выражении (4) отрицательный.

Условия относительного предпочтения при выполнении системы Fuzzy-логических неравенств представлены в виде

$$\sum_{j=1}^n a_1^\alpha(\bar{A}_{ij}) x_j \leq a_1^\alpha(\bar{B}_i), \quad \sum_{j=1}^n a_2^\alpha(\bar{A}_{ij}) x_j \leq a_2^\alpha(\bar{B}_i), \quad i=1, \dots, m_1;$$

$$\alpha = \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_P, \alpha_{(P+1)}, \quad (23)$$

и для треугольных и трапециевидных функций принадлежности имеют вид

$$\sum_{j=1}^n m(\bar{A}_{ij})x_j \leq m(\bar{B}_i), \quad (24)$$

$$\sum_{j=1}^n m_1(\bar{A}_{ij})x_j \leq m_1(\bar{B}_i), \quad \sum_{j=1}^n m_2(\bar{A}_{ij})x_j \leq m_2(\bar{B}_i). \quad (25)$$

Отметим справедливость следующих выражений:

$$a_1^\alpha(\bar{\Psi}_i) = \begin{cases} \sum_{j=1}^n a_1^\alpha(\bar{A}_{ij})x_j, & \text{если } \sum_{j=1}^n a_1^\alpha(\bar{A}_{ij})x_j \leq \sum_{j=1}^n a_2^\alpha(\bar{A}_{ij})x_j, \\ \sum_{j=1}^n a_2^\alpha(\bar{A}_{ij})x_j, & \text{если } \sum_{j=1}^n a_1^\alpha(\bar{A}_{ij})x_j > \sum_{j=1}^n a_2^\alpha(\bar{A}_{ij})x_j; \end{cases}$$

$$a_2^\alpha(\bar{\Psi}_i) = \begin{cases} \sum_{j=1}^n a_1^\alpha(\bar{A}_{ij})x_j, & \text{если } \sum_{j=1}^n a_1^\alpha(\bar{A}_{ij}) \cdot x_j > \sum_{j=1}^n a_2^\alpha(\bar{A}_{ij})x_j, \\ \sum_{j=1}^n a_2^\alpha(\bar{A}_{ij})x_j, & \text{если } \sum_{j=1}^n a_1^\alpha(\bar{A}_{ij}) \cdot x_j \leq \sum_{j=1}^n a_2^\alpha(\bar{A}_{ij})x_j; \end{cases}$$

$$m_1(\bar{\Psi}_i) = \begin{cases} \sum_{j=1}^n m_1(\bar{A}_{ij})x_j, & \text{если } \sum_{j=1}^n m_1(\bar{A}_{ij})x_j \leq \sum_{j=1}^n m_2(\bar{A}_{ij})x_j, \\ \sum_{j=1}^n m_2(\bar{A}_{ij})x_j, & \text{если } \sum_{j=1}^n m_1(\bar{A}_{ij})x_j > \sum_{j=1}^n m_2(\bar{A}_{ij})x_j; \end{cases}$$

$$m_2(\bar{\Psi}_i) = \begin{cases} \sum_{j=1}^n m_2(\bar{A}_{ij})x_j, & \text{если } \sum_{j=1}^n m_1(\bar{A}_{ij})x_j \leq \sum_{j=1}^n m_2(\bar{A}_{ij})x_j, \\ \sum_{j=1}^n m_1(\bar{A}_{ij}) \cdot x_j, & \text{если } \sum_{j=1}^n m_1(\bar{A}_{ij})x_j > \sum_{j=1}^n m_2(\bar{A}_{ij})x_j. \end{cases}$$

При задании граничных значений на переменные в форме Fuzzy-множеств (5) ограничения на переменные задачи могут быть записаны в виде

$$x_j \geq a_2^\alpha(\bar{H}_j^1), \alpha \in \tilde{A}_1; \quad x_j \leq a_1^\alpha(\bar{H}_j^2), \alpha \in \tilde{A}_2, \quad j=1, \dots, n, \quad (26)$$

где $\tilde{A}_1 \subseteq \tilde{A}$, $\tilde{A}_2 \subseteq \tilde{A}$ — некоторые подмножества всех сечений соответственно Fuzzy-множеств \bar{H}_j^1 и \bar{H}_j^2 .

Так, например, в условиях безусловного выполнения ограничений на значения переменных

$$a_2(\bar{H}_j^1) \leq x_j \leq a_1(\bar{H}_j^2), \quad j=1, \dots, n. \quad (27)$$

Более слабые условия выполнения ограничений представлены в форме $m(\bar{H}_j^1) \leq x_j \leq m(\bar{H}_j^2)$, $j=1, \dots, n$; или $m_2(\bar{H}_j^1) \leq x_j \leq m_1(\bar{H}_j^2)$, $j=1, \dots, n$; (28)

$$a_1(\bar{H}_j^1) \leq x_j \leq a_2(\bar{H}_j^2), \quad j=1, \dots, n. \quad (29)$$

Целевая функция задачи представлена также в линейной форме

$$F = \sum_{j=1}^n \left(\sum_{\alpha=1}^p w^\alpha \lambda_j^\alpha(\bar{C}_j) \right) x_j \rightarrow \max. \quad (30)$$

Здесь w^α — вес, придаваемый значению целевой функции в определенном α -м сечении нечеткого множества коэффициентов целевой функции \bar{C}_j ; значения $\lambda_j^\alpha(\bar{C}_j)$ для функций принадлежности треугольного и трапециевидного вида вычисляются соответственно по формулам:

$$\lambda_j^\alpha(\bar{C}_j) = m(\bar{C}_j)\alpha + \frac{1}{2}[a_1^\alpha(\bar{C}_j) + a_2^\alpha(\bar{C}_j)](1-\alpha),$$

$$\alpha = \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, \alpha_{(p+1)}, \quad j = 1, \dots, n; \quad (31)$$

$$\lambda_j^\alpha(\bar{C}_j) = \frac{1}{2}[m_1(\bar{C}_j) + m_2(\bar{C}_j)] \cdot \alpha + \frac{1}{2}[a_1^\alpha(\bar{C}_j) + a_2^\alpha(\bar{C}_j)](1-\alpha),$$

$$\alpha = \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, \alpha_{(p+1)}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (32)$$

Задачи (22) или (23), (24), или (24), (25) с целевой функцией (30), (31) или (32) являются задачами линейного программирования. При этом должны также учитываться ограничения на переменные задачи в одной из форм (26)–(27). Все эти задачи могут быть решены симплексным методом. Решение этой задачи — вектор действительных значений переменных.

Детерминированные эквиваленты многокритериальных задач нечеткого линейного программирования — многокритериальные задачи детерминированного линейного программирования с большим количеством ограничений и локальных критериев оптимальности. Методы решения этих задач (различные свертки критериев, лексикографическое упорядочение критериев и метод последовательных уступок) рассмотрены в монографии и статьях автора (см., например [13–15]).

Нелинейные критерии оптимальности. Рассмотрим случаи, когда в качестве критерия оптимальности будет выбрана минимизация значения координаты абсцисс центра тяжести, полученного в результате решения задачи нечеткого множества функции цели,

$$M_x(\bar{F}) = \frac{\int_{a_1}^{a_2} x(\bar{F}) \mu_x[x(\bar{F})] dx(\bar{F})}{\int_{a_1}^{a_2} \mu_x[x(\bar{F})] dx(\bar{F})}.$$

В этом случае детерминированный эквивалент задачи будет представлен в виде задачи минимизации нелинейного критерия оптимальности в условиях линейной системы ограничений. Вид этого критерия оптимальности для функций принадлежности коэффициентов \bar{C}_j и переменных \bar{X}_j , представленных в виде треугольников и трапеций, приведен соответственно в формулах:

$$M_x(\bar{F}) = \frac{4[m(\bar{F})]^3 + [a_1(\bar{F})]^3 + [a_2(\bar{F})]^3}{3[a_2(\bar{F}) - a_1(\bar{F})]} - \frac{3[m(\bar{F})]^2[a_1(\bar{F}) + a_2(\bar{F})]}{3[a_2(\bar{F}) - a_1(\bar{F})]}; \quad (33)$$

$$M_x(\bar{F}) = \frac{\bar{S}_2}{\bar{S}_1}, \quad (34)$$

$$\text{где } \bar{S}_2 = \frac{2[m_1(\bar{F})]^3 + [a_1(\bar{F})]^3 - 3a_1(\bar{F})[m_1(\bar{F})]^2}{6 \left[\sum_{j=1}^n m_1(\bar{F}) - a_1(\bar{F}) \right]} + \frac{1}{2} [m_2(\bar{F}) - m_1(\bar{F})] +$$

$$+ \frac{2[m_2(\bar{F})]^3 + [a_2(\bar{F})]^3 - 3a_2(\bar{F}) \left[\sum_{j=1}^n m_2(\bar{F}) \right]^2}{6[a_2(\bar{F}) - m_2(\bar{F})]}; \quad (35)$$

$$\bar{S}_1 = \frac{1}{2} [m_2(\bar{F}) - m_1(\bar{F}) + a_2(\bar{F}) - a_1(\bar{F})]. \quad (36)$$

В выражениях (33)–(36) Fuzzy-множество \bar{F} определяется формулой (6).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В литературе описаны различные критерии и алгоритмы сравнения и ранжирования нечетких множеств. Для каждого из принятых за основу методов сравнения могут быть сформулированы детерминированные эквиваленты и методы решения задач Fuzzy-математического программирования. Выбор определенного вида критерия и метода сравнения зависит от специфики конкретной прикладной задачи, требований к жесткости выполнения ограничения, надежности получения желаемого результата, а также от предпочтений лица, принимающего решение, и экспертов. В данной работе выбраны для такого сравнения различные модификации сечений нечетких множеств и алгоритмы их реализации, а также координаты абсцисс центра тяжести нечетких множеств, на основе которых построены различные виды детерминированных эквивалентов задачи. В отличие от известных публикаций построение этих эквивалентов рассмотрено в самом общем виде: в условиях, когда коэффициенты функции цели и ограничений задачи — нечеткие множества, наличие двухсторонних ограничений на переменные задачи, представленных в виде нечетких множеств. Для функций принадлежности Fuzzy-множеств в виде треугольников и трапеций рассмотрены различные условия проверки выполнения системы ограничений и обеспечения оптимального значения функции цели, которые приведены в виде детерминированных функций от неизвестных параметров. В результате предложенных преобразований количество ограничений может увеличиваться как минимум в два раза, но полученные в результате этих преобразований задачи одно- и многокритериальные задачи линейного программирования можно решить симплексным методом. Обсуждаются методы решения сформулированных многокритериальных задач. При использовании в качестве критерия оптимальности координаты абсцисс центра тяжести нечетких множеств детерминированный эквивалент сформулирован в виде задачи нелинейного математического программирования.

Предложенные в работе подходы находят широкое применение в различных приложениях, в частности при выборе наиболее эффективного

портфеля ценных бумаг, минимизации финансовых рисков, решении других технических и экономических проблем, в которых математические модели представлены линейными Fuzzy-регрессионными моделями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Язенин А.В. Нечеткое математическое программирование / А.В. Язенин. — Калинин: Калинин. гос. ун-т, 1986. — 60 с.
2. Згуровский М. Модели и методы принятия решений в нечетких условиях / М. Згуровский, Ю. Зайченко. — К.: Наук. думка, 2013. — 275 с.
3. Kumar A. A new method for solving fully fuzzy linear programming problems / A. Kumar, J. Kaur, P. Singh // *Applied Mathematical Modelling*. — 2011. — **35**. — N 2. — P. 817–823.
4. Kumar A. Fuzzy optimal solution of fully fuzzy linear programming problems with inequality constraints / A. Kumar, J. Kaur, P. Singh // *International Journal of Applied Mathematics and Computer Sciences*. — 2010. — **6**. — P. 37–41.
5. Rommelfanger H.J. Entscheiden bei Unschärfe. Fuzzy Decision Support-Systeme / H.J. Rommelfanger // Springer, Berlin-Heidelberg. — New York, London, Tokio, 1999. — 304 p.
6. Herrera F. Three models of fuzzy integer linear programming / F. Herrera, J.L. Verdegay // *European Journal of Operational Research*. — 1995. — N 83. — P. 581–593.
7. Allahviranloo F. Solving fully fuzzy linear programming problem by the ranking function / F. Allahviranloo, H. Lotfi, M.K. Kiasary, N.A. Kiani, L. Alizadeh // *Applied Mathematical Sciences*. — 2008. — **2**. — P. 19–32.
8. Maleki R. Linear programming with fuzzy variables / R. Maleki, M. Tata, M. Mashinchi // *Fuzzy Sets and Systems*. — 2000. — **109**. — P. 21–33.
9. Зак Ю.А. Принятие решений в условиях размытых и нечетких данных / Ю.А. Зак. — М.: URSS, 2013. — 352 с.
10. Inguichi M. Possibilistic linear programming: a brief review of fuzzy mathematical programming and a comparison with stochastic programming in portfolio selection problem / M. Inguichi, J. Ramik // *Fuzzy Sets and System*. — 2000. — N 11. — P. 3–28.
11. Barth P. A Davis-Putnam Based Enumeration Algorithm for Linear Pseudo-Boolean Optimization / P. Barth // *Max-Planck-Institut für Informatik, Saarbrücken*, 1995. — 12 p.
12. Зак Ю.А. Критерии и методы сравнения нечётких множеств / Ю.А. Зак // *Системные исследования и информационные технологии*. — 2013. — № 3. — С. 58–68.
13. Зак Ю.А. Алгоритмы решения задач линейного булевого программирования в условиях размытых исходных данных / Ю.А. Зак // *Программная инженерия*. — 2014. — № 4. — С. 28–38.
14. Зак Ю.А. Прикладные задачи многокритериальной оптимизации / Ю.А. Зак // *Экономика*. — 2014. — 452 с.
15. Зак Ю.А. Многокритериальные задачи математического программирования с размытыми ограничениями. Математические модели схем компромисса. Выбор решений из конечного множества альтернатив / Ю.А. Зак // *Кибернетика и системный анализ*. — № 5. — 2010. — С. 80–89.
16. Bellman R.E. Decision-Making in Fuzzy Environment / R.E. Bellman, L.A. Zadeh // *Management Science*. — 1970. — **17**. — N 4. — P.141–160.

Поступила 08.06.2015

АПРОКСИМАЦІЯ ФУНКЦІЙ ДЛЯ СТВОРЕННЯ АЛГОРИТМУ ОПISУ ПЕРЕСІЧЕНОЇ МІСЦЕВОСТІ

О.М. ТРОФИМЧУК, О.О. КРЯЖИЧ

Розглянуто варіант кусково-поліноміальної апроксимації із застосуванням методу можливих напрямів, а також метод Дж. Зойтендейка для розв'язання задач опису складних функцій. Зокрема, наведено задачу з одним квадратичним обмеженням, для розв'язання якої використано методи квадратичного програмування з попереднім записом двійкових задач поставленої задачі. Використано підхід, який ґрунтується на теорії двійковості із застосуванням прямого алгоритму симплекс-методу. Подано алгоритм для подальшої реалізації методу у вигляді комп'ютерної програми. Зроблено висновки з визначенням практичної значущості результатів досліджень, зокрема щодо можливості розширення інструментарію осіб, які приймають рішення, для опису зон ураження пересічених територій у випадку техногенних аварій, обґрунтування нового підходу до побудови тривимірних моделей опукло-вгнутих об'єктів.

ВСТУП

У 2014 р. Україна зіштовхнулася із загрозою виникнення терористичних актів у найбільш промислово розвинутому регіоні — на Донбасі, у Луганській і Донецькій областях. Ці області України багато років мають високий ризик виникнення техногенних аварій, зумовлений тим, що більшість підприємств уже виробили свій ресурс і потребують модернізації та оновлення; те саме стосується і складів, могильників та засобів транспортування небезпечних речовин. Окрім того, на території цього регіону розташовані об'єкти хімічної промисловості, деякі з яких зупинено в аварійному режимі та відправлено на несанкціонований демонтаж без дотримання технологічного регламенту.

Кількість небезпечних речовин, що виробляються, зберігаються, переробляються та транспортуються на території Луганської і Донецької областей, вимірюється тисячами тонн, а отже, у разі виникнення техногенної аварії та несвоєчасно вжитих заходів (що може бути зумовлено об'єктивними причинами — проведенням військових дій, заборонаю доступу до території, зайнятої озброєними формуваннями іншої сторони і т. ін.), аварія може стати катастрофою глобального масштабу, що вийде далеко за межі однієї країни.

Для швидкого залучення сил реагування на техногенну аварію необхідно створити відповідні ситуаційні центри, що проводитимуть моніторинг та аналітику ситуації і пропонуватимуть рішення щодо запобігання виникненню критичних ситуацій. Одним із завдань такої аналітичної роботи є чітке визначення можливої межі розповсюдження небезпечної речовини на місцевості з урахуванням особливостей навколишнього середовища.

Мета роботи — розроблення варіанта опису апроксимації функції за методом Дж. Зойтендейка для подальшого створення алгоритму для опису пересіченої місцевості.

Для реалізації поставленої мети вирішуються такі завдання:

– обґрунтовується вибір методу Дж. Зойтендейка для апроксимації функцій поліномами;

– пропонується математичний апарат для опису будь-якої пересіченої місцевості, що дозволить визначати зону ураження.

Питання апроксимації функцій поліномами свого часу ґрунтовно були досліджені В.О. Василенком [1], В.К. Дзядиком [2], Б.О. Поповим [3], Ю. Люком [4] та іншими українськими і зарубіжними вченими. Проте метод Дж. Зойтендейка [5] не набув поширення через складність розрахунків з його використанням. Однак, попри те, що навіть персональні комп'ютери дозволяють вирішувати складні завдання, цей метод є цікавим для подальших досліджень та застосування в практичній роботі.

ПРОБЛЕМАТИКА ДОСЛІДЖЕННЯ

Задачі оптимізації широко застосовуються у багатьох прикладних галузях [6], зокрема таких, як економіка, медицина, хімія. Але часто такі задачі потребують розв'язання у математичних і технічних напрямках. Огляд моделей лінійного програмування доводить, що ці моделі не завжди адекватні реальним ситуаціям. Так, за лінійного підходу часто ігноруються такі явища, як адекватність моделі, раціональність та ін. Обмеження, що застосовуються під час побудови моделі, можуть призводити до нелінійного формулювання задачі, тобто знаходження мінімального чи максимального значення функції за нелінійних обмежень [7].

Стосовно розглянутих задач дослідження, то для роботи з програмами, що дозволяють візуалізувати на картах зони ураження сильнодіяними отруйними речовинами (СДОР), інструменти моделювання дають змогу наносити ці зони на карти і схеми у вигляді кола, півкола або сектора, який має кутові розміри і радіус, що дорівнює глибині зараження. Зона фактичного зараження, як правило, має форму еліпса, включається у зону можливого зараження. Така візуалізація не дає картини, що є наближеною до реальності, адже є різні особливості місцевості і хмара СДОР не буде чітким еліпсом або колом. Наприклад, якщо на шляху хмари буде річка, хмару СДОР частково потягне за течією. Високі будівлі і споруди на шляху СДОР також частково розірвуть контур. Якщо стався викид речовини, що тяжіє до низу, заповненими будуть низини, які значно простягатимуться в боки від еліпса чи кола зони на карті подій, визначеній як зона ураження. Тобто особа, що приймає рішення (ОПР) з ліквідації техногенної аварії, отримує не точну інформацію про її розповсюдження, а сама інформація у часі є не життєздатною, бо не відтворює реального стану розвитку ситуації.

Особа, що приймає рішення, потребує інструментарію, який дозволить би визначати окремі випадки розповсюдження СДОР і окреслювати більш чіткі контури зони ураження. Проте використання широко застосованих градієнтних методів може бути неефективним для задач «яружної» цільової функції, тобто, коли лінії цільової функції дуже витягнуті (мають форму еліпсів) у межах оптимальної точки. Такі функції є складними і дослідники уникають їх використовувати — функцію можна уявити як дно яру, русла річки з певною крутизною стінок, положистістю при зниженні дна яру вздовж твірної та шириною дна. Саме дно може бути прямим або

звивистим і являє собою підмножину точок, де поділ на існуючі та неіснуючі змінні зникає, тому з будь-якого напрямку функція змінюється повільно.

Якщо точка x_k розміщена на межі припустимої області X , то будь-який малий крок $\alpha_k > 0$ у напрямі антиградієнта за методами градієнтного спуску може призвести до неприпустимої точки ($x_k \in X$). Запобігання такому випадку передбачено в методах можливих напрямів, до яких належать метод проєкції градієнта, метод умовного градієнта, опуклий симплексний метод Зангвілла і метод Дж. Зойтендейка. Загальна ідея підходу полягає у виборі мінімально можливого напрямку пошуку в межевій точці x_k з урахуванням усіх обмежень та кута з напрямленням антиградієнта в цій точці.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Нехай на проміжку $[a, b]$ задано неперервну обмежену функцію $f(x)$. Розглядаємо кусково-поліноміальну функцію $P(x) \in C^1(a, b)$, яка найбільше наближує $f(x)$ за підходом Чебишева. Виразом $C^1(a, b)$ означаємо клас функцій, неперервних на відрізку $[a, b]$ разом з першою похідною. Очевидно, що для $P(x)$ справедливим буде подання:

$$\begin{cases} f_1(x) & x \in [a, C_1]; \\ f_2(x) & x \in [C_1, C_2]; \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ f_S(x) & x \in [C_S, b]. \end{cases}$$

Точки $a=C_0 < C_1 < C_2 < \dots < C_S < C_{S+1} = b$ будемо вважати невідомими.

Функції $f_i(x)$, $i = \overline{1, S}$ є поліноміальними зі степенем не меншим за 2. Тобто наведено задачу для випадку, якщо $f_i(x)$ має однаковий степінь і є задачею побудови сплайн-функції із фіксованими вузлами [8].

Задача побудови $P(x)$ зводиться до кількох завдань побудови поліномів найкращого наближення $f_i(x)$ у розумінні підходу Чебишева до функції $f(x)$ для $x \in [C_i, C_{i+1}]$ ($i = \overline{0, k}$). Цей факт виходить з принципу оптимальності Беллмана. Саме тому достатньо розглянути побудову полінома найкращого наближення до $f(x)$ на деякому інтервалі. Цей поліном повинен також задовольняти умови, що забезпечують відповідну гладкість $P(x)$.

ПОБУДОВА ЛІНІЙНОЇ МОДЕЛІ

Нехай задано функцію $f(t)$ і деяку дискретну множину точок:

$$E = \{Y_0, Y_1, \dots, Y_{N+1}\} \in [a, b], \quad Y_0 = a, \quad Y_{N+1} = b.$$

Потрібно відшукати поліном заданого степеня k :

$$\Pi_k(t) = \sum_{i=0}^k x_i t^i,$$

який мінімізує величину $\varepsilon(x) = \max_{t_i \in E} |f(t_i) - \Pi_k(t_i)|$ за всіма x з області

$\Delta \subset E_{n+1}$, де

$$\Delta = \{x \in E_{n+1} : f^{(i)}(a) = \Pi_k^{(i)}(a); f^{(i)}(b) = \Pi_k^{(i)}(b); i=0, 1\}.$$

Якщо припустити, що $t_j^i = a_{ij} \mid i=0, k; j=0, n+1 \mid$, то задача, що розглядається, буде еквівалентною задачі лінійного програмування [9]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \varepsilon \\ \sum_{i=0}^k a_{ij} x_i - \varepsilon \leq f(Y_i) \\ - \sum_{i=0}^k a_{ij} x_i - \varepsilon \leq -f(Y_i), \\ \sum_{i=0}^k a_{i,0} x_i = f(Y_0), \\ \sum_{i=0}^k a_{i,n+1} x_i = f(Y_{n+1}), \\ \sum_{i=1}^k i a_{i-1,0} x_i = f'(Y_0), \\ \sum_{i=1}^k i a_{i-1,n+1} x_i = f'(Y_{n+1}), \\ \varepsilon \geq 0; \quad j = \overline{1, n}. \end{array} \right. \quad (1)$$

Специфіка наведеної задачі лінійного програмування полягає в тому, що матриця обмежень $A = (a_{ij}); i=0, k; j=0, n+1$ має прямокутний вигляд і кількість рядків домінує над кількістю стовпців, $K \ll N$. Тому для розв'язання поставленої задачі обрано метод можливих напрямів Дж. Зойтендейка [5]. Оскільки метод передбачає наявність нерівності, то умова виразу (1) буде записана як дві нерівності і надалі припускається, що всі обмеження (1) мають вигляд нерівностей.

АЛГОРИТМ ЗА МЕТОДОМ МОЖЛИВИХ НАПРЯМІВ ДЖ. ЗОЙТЕНДЕЙКА

Нехай довільна задача лінійного програмування має вигляд

$$\left\{ \begin{array}{l} \max \sum_{j=1}^k d_j x_j, \\ \sum_{j=1}^k a_{ij} x_j \leq b_i, \\ x_j \geq 0, \quad i = \overline{1, P}; \quad j = \overline{1, k}. \end{array} \right. \quad (2)$$

Як і всі методи лінійного програмування, градієнтний метод потребує відшукування точки, яка задовольняє обмеження задачі лінійного програмування. Позначимо її через $X^0 = (x_1^0, \dots, x_k^0)$. Тоді для X^0 виконується:

$$\sum_{j=1}^k a_{ij} x_j^0 \leq b_i; \quad (3)$$

$$x_j^0 \geq 0 \quad i = \overline{1, P}; \quad j = \overline{1, k}.$$

На відміну від симплексного і двоїстого методів розв'язання задачі лінійного програмування X^0 може і не бути базисною точкою, що значно спрощує розв'язання задачі. У цьому дослідженні припустимо, що така точка відома. Тоді ірраціональна процедура знаходження розв'язання задачі (2) зводиться до такого:

а) з точки X^0 обираємо напрям S , за яким величина $\sum_{j=1}^k d_j S_j$ має найбільше значення і вектор $S = (S_1, \dots, S_k)$ задовольняє обмеження $\sum_{j=1}^k P_{ij} S_j \leq 0$, $i = \overline{1, P_1}$ ($P_1 \leq P + K$), де матриця $P = (P_{ij})$ побудована з умов матриці обмежень (2), які для точки X^0 виконуються як рівняння, тобто для матриці P маємо:

$$\sum_{j=1}^k P_{ij} x_j^0 = b_i, \quad i = \overline{1, P_1}. \quad (4)$$

Додаємо до рівняння (4) умову невід'ємного невідомого. Після вибору напрямку S обираємо довжину кроку λ для переходу в наступну точку X^1 , виходячи з умови, що X^1 має задовольняти вираз (3);

б) величину λ вибираємо з відношення

$$\lambda = \left\{ \min \frac{b_i - \sum_{j=1}^k a_{ij} x_j^0}{\sum_{j=1}^k a_{ij} S_j} \mid \sum_{j=1}^k a_{ij} S_j > 0, \quad i = \overline{1, P} \right\};$$

в) будуємо точку $X^1 = X^0 + \lambda S$, яка задовольняє умову (3). Величина, на яку збільшилася лінійна форма задачі (2), дорівнює $\lambda \sum_{j=1}^k d_j S_j$;

г) повторюємо пункти а) і б) відносно точки X^1 , отримуємо X^2 . Це повторюємо доти, поки не буде знайдено напрям, для якого величина $\sum d_j S_j$ стає від'ємною. Цей факт доводить, що не існує точки, яка задовольняє умову (3), у якій лінійна форма набувала б значення попередньої форми. Тому точка, на якій зупинився процес, буде розв'язком задачі (2).

Для побудови алгоритму слід більш детально зупинитися на виборі напрямку S . Знаходження вектора $S = (S_1, \dots, S_k)$ зводиться до знаходження розв'язку задачі математичного програмування:

$$\sum_{j=1}^k d_j S_j \rightarrow \max; \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^k P_{ij} S_j \leq 0, \quad i = \overline{1, P_1}, \quad (6)$$

до якої, як правило, додають ще одне обмеження (нормалізацію) на вектор $S = (S_1, \dots, S_k)$. Для дослідження обираємо обмеження:

$$\sum_{j=1}^k S_j^2 \leq 1.$$

Можливі й інші варіанти нормалізації: а) $-1 \leq S_j \leq 1$; б) $S_j \leq 1$, коли $d_j \geq 0$; $S_j \geq -1$, коли $d_j < 0$.

Будь-яка з нормалізацій має свої особливості. Так обмеження (7) призводить до більшого обсягу дій над кожною з ітерацій, проте кількість ітерацій менша порівняно з іншими типами ітерацій. Оскільки розміри задачі (5)–(7) відносно невеликі, то кількість ітерацій для її розв'язання також невелика, що доводить непотрібність громіздких прийомів нормалізацій інших типів.

ПРАКТИЧНЕ ЗНАЧЕННЯ

25 квітня 2012 р. на складі метанолу ПАТ «Концерн «Стирол» виникла пожежа. За п'ять з половиною годин пожежа була локалізована і ліквідована. Пожежа відбувалася у безпосередній близькості від ємкостей для зберігання аміаку, які на той час були порожніми у результаті проведення планових ремонтно-попереджувальних робіт, що й запобігло виникненню техногенної аварії.

На 2012 р. були передбачені заходи для проведення робіт із завершення видалення, вивезення й утилізації залишків відходів виробництва мононітрохлорбензолу (450 т) із ДП «Горлівський казенний хімічний завод», зруйновані робочі майданчики якого розташовані за 800 м від сховищ зберігання аміаку ПАТ «Концерн «Стирол». Ще одна важлива проблема пов'язана з утилізацією тротилу на зазначеному заводі. Розроблено проект з вилучення та утилізації залишків виробництва тротилу з аварійних ємкостей і комунікацій цеху з його виробництва. Роботи так і не були розпочаті.

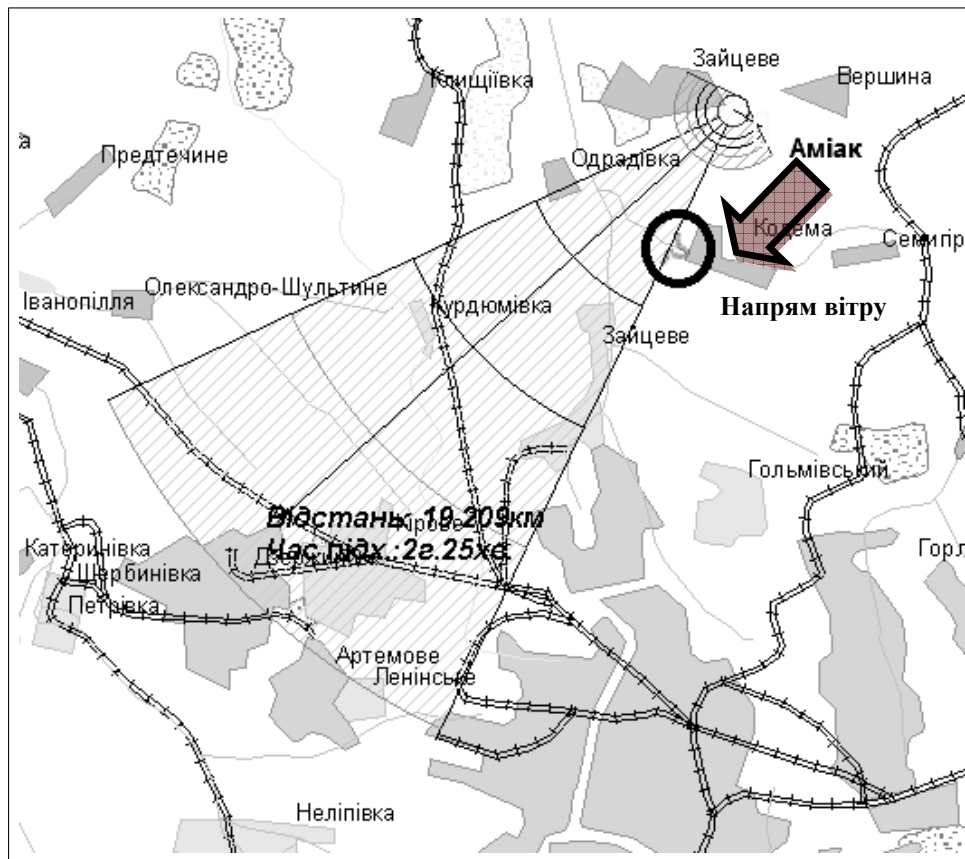
За результатами проведених досліджень ситуація, пов'язана зі станом могильників, за ступенем загроз навколишньому середовищу та здоров'ю людини класифікована як надзвичайна і підтверджена експертним висновком Міністерства надзвичайних ситуацій України.

Із початком бойових дій на території Донецької області з боку різних бойових угруповань лунали вимоги відвести війська Національної гвардії України, або вони підірвуть наявний у ДП «Горлівський казенний хімічний завод» тротил [10], що призведе до значних руйнацій за межами підпри-

емства, зокрема на ПАТ «Концерн «Стирол», що спричинить масштабну екологічну катастрофу не лише в регіоні, а й за його межами.

Ситуація, висвітлена засобами масової інформації [11], була змодельована на підставі інформації з відкритих джерел щодо аварійних ситуацій, які виникали на вказаних об'єктах, та за підсумками проведених польових досліджень 20–22 квітня 2012 р. Для моделювання застосовуються умови, відповідно до яких інформація отримується і обробляється в режимі реального часу.

Моделювання проводилося за допомогою програмного виробу «Прогнозування та оцінка наслідків катастроф з хімічною речовиною на об'єктах Збройних сил України («Хмара»)). За результатами моделювання подано візуалізацію (див. рисунок), на якій сектором визначено зону розповсюдження хмари СДОР. Ламаною смугою на контурі сектора нанесено реальний контур поширення хмари СДОР з урахуванням особливості місцевості та русла річки за течією, що розраховується та моделюється за наведеним у роботі алгоритмом.



Розповсюдження хмари СДОР у разі виникнення вибуху тротилу на ДП «Горлівський казенний хімічний завод»

Наведений варіант кусково-поліноміальної апроксимації із застосуванням методу можливих напрямів є попереднім результатом роботи. Проте, оскільки задачі визначення рівномірних наближень сплайнами з мінімальною похибкою розвивалися у багатьох працях лише теоретично, практична розробка з метою програмної реалізації є актуальною та необхідною. Наве-

дений підхід та первинний алгоритм можуть бути застосовані у сфері підтримки прийняття рішень для вирішення багатьох завдань, пов'язаних з описом складних об'єктів, розробленням програм для пожежних роботів, що призначені входити у закриті приміщення для виконання відповідних функцій, працювати на територіях радіаційного забруднення та виконувати інші завдання.

ВИСНОВКИ

Задача (5)–(7) — це задача з одним квадратичним обмеженням. Для її розв'язання можна застосувати методи квадратичного програмування, якщо попередньо записати двійкові задачі означеним задачам. У монографії Дж. Зойтендейка [5] запропоновано один з підходів для розв'язання цієї задачі, який ґрунтується саме на засадах теорії двійковості і використовує прямий алгоритм симплекс-методу. Саме цей метод був застосований для вибору напряму для розв'язання задачі кусково-поліноміальної апроксимації. Таким чином, для розроблення програмної реалізації алгоритму належить застосувати деталізацію підходу, запропоновану Дж. Зойтендейком.

Практичне значення цієї роботи полягає у можливості розширення інструментарію ОПР для опису зон ураження пересічених територій при техногенних аваріях, запропоновання нового методу визначення траєкторії руху пожежних роботів з метою забезпечення їх просування у складних приміщеннях, обґрунтування нового підходу до побудови тривимірних моделей опукло-вгнутих об'єктів.

ЛІТЕРАТУРИ

1. *Василенко В.А.* Сплайн-функции: теория, алгоритмы, программы / В.А. Василенко. — Новосибирск: Наука, 1983. — 218 с.
2. *Дзядик В.К.* Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами / В.К. Дзядик. — М.: Наука, 1977. — 512 с.
3. *Попов Б.А.* Равномерное приближение сплайнами / Б.А. Попов. — К.: Наук. думка, 1989. — 272 с.
4. *Люк Ю.* Специальные математические функции и их аппроксимации / Ю. Люк. — М.: Мир, 1980. — 608 с.
5. *Зойтендейк Г.* Методы возможных направлений / Г. Зойтендейк— М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1963. — 178 с.
6. *Довгий С.О.* Системи підтримки прийняття рішень на основі статистично-ймовірнісних методів / С.О. Довгий, П.І. Бідюк, О.М. Трофимчук. — К.: Логос, 2014. — 419 с.
7. *Довгий С.О.* Методи прогнозування в системах підтримки прийняття рішень / С.О. Довгий, П.І. Бідюк, О.М. Трофимчук, О.І. Савенков. — К.: Азимут-Україна, 2011. — 608 с.
8. *Альберг Дж.* Теория сплайнов и её приложения / Дж. Альберг, Э. Нильсон, Дж. Уолш; пер. с англ. — М.: Мир, 1972. — 318 с.
9. *Ремез Е.Я.* Основы численных методов чебышевского приближения / Е.Я. Ремез. — К.: Наук. думка, 1969. — 620 с.
10. *Боевики заминировали и угрожают взорвать в Донецкой области химзавод.* [Электронный ресурс]. — <http://www.62.ua/article/559907>.
11. *Боевики угрожают взорвать химзавод «Стирол»* [Электронный ресурс]. — http://censor.net.ua/news/295664/lidery_terroristov_girkin_i_bezler_ischezli_v_n_eizvestnom_napravlenii_boeviki_ugrojayut_vzorvat_himzavod.

Надійшла 15.03.15

ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ,
ВИСОКОПРОДУКТИВНІ КОМП'ЮТЕРНІ
СИСТЕМИ

PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES,
HIGH-EFFICIENCY COMPUTER SYSTEMS

УДК 519.6+625.1

Комплексное детерминированное оценивание сложных иерархически-сетевых систем: IV. Интерактивное оценивание / Полищук Д.А., Полищук А.Д., Яджак М.С. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2016. — № 1. — С. 7–16.

Предложена методика комплексного детерминированного оценивания сложных систем с иерархически-сетевой структурой, составляющими которой являются методы локального, прогнозического, агрегированного и интерактивного анализа состояния, качества функционирования и взаимодействия объектов, образующих систему. Описан метод интерактивного оценивания взаимодействия основных объектов системы, являющийся эффективным средством непрерывного мониторинга качества их функционирования. Этот метод позволяет отслеживать динамику изменения качества обработки потоков в узлах и их прохождения ребрами сети, анализировать оптимальность графика движения потоков и его чувствительность к малым задержкам, оценивать напряженность работы основных объектов системы. Прогнозирование поведения интерактивных оценок дает возможность, не ожидая очередного планового исследования, определять элементы, несущие угрозу нормальному функционированию сети, а их агрегация позволяет определять неудовлетворительно функционирующие объекты системы различных уровней иерархии. Эффективность метода иллюстрируется на примере анализа взаимодействия объектов железнодорожной транспортной системы Украины. Библиогр.: 21 назв.

UDC 519.6+625.1

Comprehensive deterministic evaluation of the complex hierarchical-network systems: IV. Interactive evaluation / Polishchuk D.O., Polishchuk O.D., Yadzhak M.S. // System Research and Information Technologies. — 2016. — № 1. — P. 7–16.

Methods of the comprehensive deterministic evaluation of the complex systems with the hierarchical-network structure, components of which are methods of local, forecasting, aggregative, and interactive analysis of the state, the quality of functioning and interaction of objects that form such a system are proposed. The method is described for an interactive evaluation of the basic system's objects interaction which is the effective means of continuous monitoring of the quality of their functioning. This method allows to track the dynamics of the change in the quality of processing of the flows at the nodes and their passing through the edges of the network, to analyze the schedule optimality of flows and its sensitivity to small delays, to evaluate the workload of the main system objects. Forecasting the behavior of interactive evaluations makes it possible, without waiting for the next scheduled study, to determine the elements that threaten the normal functioning of the network, and their aggregation allows to determine system's objects that do not function satisfactorily at the different levels of the hierarchy. Effectiveness of the method is illustrated by the analysis of the interaction of the objects of railway transport system of Ukraine. Refs.: 21 titles..

УДК 51-77, 351.865

Индикатор мощности государства – важный инструмент системного анализа и стратегического планирования в сфере национальной безопасности / Качинский А.Б., Молоченко Д.Р. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2016. — № 1. — С. 17–25.

С единых методологических позиций рассмотрено применение системного подхода к решению проблемы оценивания могущества государства. Проведен анализ существующих методов расчета оценки могущества государства и обоснован метод, который использовался в исследовании. Обосновано использование термина «индикатор мощности государства» (ИМГ) на замену «оценка мощности государства». На основе проведенных расчетов и анализа ИМГ получена классификация ведущих стран мира по уровню ИМГ, определен характер тенденций его изменений в будущем и рассчитаны регрессионные прогнозные модели. Указанные тенденции изменений индикатора национальной мощности ведущих государств мира очерчивают более динамичную и сложную ситуацию безопасности в мире. Индикатор мощности государства — важный инструмент системного анализа, прогнозирования и стратеги-

ческого планирования. С помощью мониторинга он может стать мощной самостоятельной аналитической процедурой. Рис.: 2. Табл.: 2. Библиогр.: 8 назв.

UDC 51-77, 351.865

Power indicator of the state – an important tool of the system analysis of strategic planning in the sphere of national security / Kachynskyy A.B., Molochenko D.R. // System Research and Information Technologies. — 2016. — № 1. — P. 17–25.

From the universal methodological positions, this research investigates an application of the system approach to solving the problem of evaluating the power of the state. The existing methods for estimating the power of the state were analyzed and the method was justified that was used in this study. Usage of the term "power indicator of state" (PIS) instead of the term "assessment of power of the state" was justified. Based on the calculations and analysis of PIS, the world's leading countries were classified according to PIS, the properties of PIS future trends were determined, and regression predictive models were calculated. The specified trends of the indicator of national power of leading countries mentioned in this article outline a dynamic and complex security situation in the world. The power indicator of a state is an important tool of the system analysis and strategic planning. It can become a powerful independent analytical procedure with the help of the monitoring. Fig.: 2. Tabl.: 2. Refs.: 8 titles.

УДК 004.02

Инструментальные средства создания конструктивных чертежей геологических разрезов / Тарнавский Ю.А. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2016. — № 1. — С. 26–31.

Обеспечение безопасности промышленного объекта требует мониторинга состояния грунтов под ним и сохранение этой информации в виде технической документации. Особенно актуальна задача построения геологических разрезов в зоне расположения объекта и их фиксации в виде конструктивных чертежей. Однако до сегодняшнего дня эти задачи решались в «полуручном» режиме и ни одна из программ построения геологических разрезов не обеспечивала возможности построения конструктивных чертежей. Работа посвящена вопросам разработки инструментальных средств для построения конструктивных чертежей геологических разрезов в автоматизированном режиме с использованием системы автоматизированного проектирования AutoCAD. Результаты разработки представлены в виде двух модулей: плагина на основе AutoCAD .NET API (C # - применение) и AutoLISP-приложения для создания пользовательских шаблонов штриховок. Рис.: 7. Библиогр.: 7 назв.

UDC 004.02

Tools for construction drawings of geological cross-sections / Tarnavskyy Yu.A. // System Research and Information Technologies. — 2016. — № 1. — P. 26–31.

Ensuring the safety of an industrial facility requires the monitoring of soil underneath and storing this information in the form of technical documents. The task of constructing the geological cross-sections in the area of the object and their storage in the form of construction drawings is especially important. However, to date, these problems were solved using the "manual" mode and no existing software for constructing the geological cross-sections has provided the possibility for creating construction drawings. The work is devoted to problems developing the tools for building design drawings of geological cross-sections automatically using computer-aided design AutoCAD. The results are shown as two modules. One of them is the plugin based on AutoCAD .NET API (C # - application) and another is AutoLISP-application for working with customer hatch patterns. Fig.: 7. Refs.: 7 titles.

УДК 64.011.56

Современные тенденции в автоматизации промышленных комплексов / Святный В.А., Бровкина Д.Ю. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2016. — № 1. — С. 32–39.

Исследован переход производства на новый этап развития, что обусловлено внедрением в процесс автоматизации новейших компьютерных технологий, давно распространившихся в сфере услуг. Одной из характерных особенностей развития современной промышленности является интеграция достижений теории и практики автоматизации, информационных технологий, робототехники и систем «человек – автоматизированный объект». «Индустрия 4.0» была задумана как перспективный проект высоких технологий под руководством федерального правительства Германии с акцентом на информационных и коммуникационных

технологиях. Однако это понятие значительно расширилось и стало собирательным для европейской системы технологий и концепции организации цепи производства нового поколения. Раскрыто современное содержание понятия «Индустрия 4.0» и обобщена информация об основных идеях и технологиях, применяемых для реализации данной концепции. Табл.: 1. Библиогр.: 28 назв.

UDC 64.011.56

Modern trends in automation of industrial complexes / Svjatnyj V.A., Brovkina D.Yu. // System Research and Information Technologies. — 2016. — № 1. — P. 32–39.

This paper is dedicated to the study of the transition of manufacturing to a new stage of its development due to the introduction of the latest computer technologies, that have become common in the service sector, into the automation process. One of the characteristic features of the development of modern industry is the integration of the achievements of the theory and practice of automation, information technology, robotics and “human–automated object” systems. “Industry 4.0” was designed as a promising high-tech project under the supervision of the Federal Government of Germany with a focus on information and communication technologies. Today, however, this concept has expanded considerably and now is a collective system for European technologies and concepts for the organization of a new generation of production chains. Thus, in the paper, the modern meaning of “Industry 4.0” concept is described and the main ideas and technologies used for its implementation are summarized. Tabl.: 1. Refs.: 28 titles.

УДК 681.3(075)

Анализ особенностей моделирования электронных схем в программном комплексе Simulink на примере транзисторного усилителя / Мельник И.В. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2016. — № 1. — С. 40–50.

Рассмотрены средства моделирования электронных схем программного комплекса Simulink на примере модели транзисторного усилителя, собранного по схеме с общим эмиттером. Показано, что для составления моделей компонент электронных схем наиболее важными являются математические блоки, а для моделирования электрических соединений удобно использовать блоки электрических и электронных компонент. При моделировании сложных электронных систем целесообразно использовать блочно-иерархический подход. Показано, что средства моделирования программного комплекса Simulink очень эффективны для построения моделей электронных схем и могут составлять альтернативу средствам моделирования современных схемотехнических систем автоматического проектирования. Рис.: 8. Библиогр.: 7 назв.

UDC 681.3(075)

Analyzing the particularities of electronic circuits simulation in the software package Simulink using a transistor amplifier as an example / Melnyk I.V. // System Research and Information Technologies. — 2016. — № 1. — P. 40–50.

Means of simulation of electronic circuits in software package Simulink are considered in the article using the model of a transistor amplifier as an example, assembled as a common-emitter circuit. It is shown, that for making models of electronic components mathematical blocks are very important, and for simulation of electrical connections the blocks of electrical and electronic components are convenient to use. For simulation of complex electronic systems the block-hierarchical approach is very suitable. It is shown, that the means of simulation in software package Simulink are very effective for making the models of electronic circuits and that they can be the real alternative to CAD software for the modern electronic circuits simulation. Fig.: 8. Refs.: 7 titles.

**ПРОБЛЕМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ І
УПРАВЛІННЯ В ЕКОНОМІЧНИХ, ТЕХНІЧНИХ,
ЕКОЛОГІЧНИХ І СОЦІАЛЬНИХ СИСТЕМАХ**

**DECISION MAKING AND CONTROL IN
ECONOMIC, TECHNICAL, ECOLOGICAL AND
SOCIAL SYSTEMS**

УДК 004.383

Составление расписания для графов синхронных потоков данных / Сергиенко А.М., Симоненко В.П. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2016. — № 1. — С. 51–62.

Рассмотрена задача составления расписания для алгоритма, заданного графом синхронных потоков данных (ГСПД). Предложен метод составления расписания ГСПД с периодом L тактов, основанный на преобразовании его в пространственный ГСПД, вершины которого

имеют координаты места и момента выполнения соответствующих операторов алгоритма. На координаты пространственного ГСПД наложены ограничения: операторы, исполняемые в дном процессорном элементе, не должны иметь одинаковые такты своего исполнения, взятые по модулю L . Благодаря этому ГСПД отображается в специализированный вычислитель, исполняющий алгоритм в конвейерном режиме с оптимизированной загруженностью ресурсов. Показан алгоритм поиска субоптимального расписания на основе пространственного ГСПД. Рис.: 5. Табл.: 1. Библиогр.: 26 назв.

UDC 004.383

Method of asynchronous dataflow scheduling / Sergiyenko A.M., Simonenko V.P. // System Research and Information Technologies. — 2016. — № 1. — P. 51–62.

The scheduling problem for the synchronous dataflow graph (SDF) is considered. A method of the SDF scheduling is proposed which is based on transforming SDF into spatial SDF. The circular schedule has the period of L cycles. Each spatial SDF node has the coordinates of space and time of an event, where and when the respective algorithm steps were performed. A set of restrictions, which the SDF nodes have, helps to derive the circular schedule with the optimum load balancing. So, the nodes, which are mapped into a single resource, must not have the same clock cycles modulo L , and the number of such nodes has to approach L . The resulting schedule is implemented in the pipelined datapath. The algorithm for computing the suboptimal schedule is proposed based on the spatial SDF. Fig.: 5. Tabl.: 1. Refs.: 26 titles.

УДК 51-71

Поиск закономерностей динамики артериального давления на основе аппроксимации экспериментальных данных по критерию гладкости / Ганчукова Д.В., Подладчиков В.Н. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2016. — № 1. — С. 63–72.

Чтобы воспроизвести тенденции исследуемого процесса, необходимо уменьшить вариативность исходных данных, то есть сгладить, провести более плавную, гладкую кривую, которая должна быть максимально близкой к экспериментальным точкам. Для повышения эффективности аппроксимации экспериментальных данных предложено использовать комплексный критерий, включающий минимизацию среднего квадрата ошибки аппроксимации при применении условий гладкости аппроксимирующей кривой на основе анализа ее вторых производных. Проведен сравнительный анализ предложенного подхода с методом скользящего среднего, широко применяемого для сглаживания процессов в условиях априорной неопределенности. Предложенные методики применены для сглаживания данных мониторинга артериального давления. Показано, что оптимальные сглаженные зависимости обеспечивают достаточную гладкость, чтобы выделить краткосрочные колебания среднего артериального давления, выявить устойчивые закономерности их динамики, что имеет важное значение для прогнозирования функционального состояния человека. Рис.: 5. Библиогр.: 7 назв.

UDC 51-71

Research on patterns in blood pressure dynamics based on approximation of experimental data with the help of criteria of smoothness / Ganchukova D.V., Podladchikov V.M. // System Research and Information Technologies. — 2016. — № 1. — P. 63–72.

To reproduce the trends of the studied process, it is necessary to reduce the variability of output data, i.e. to smooth, to draw a smoother, more waveless curve, which should be as close to the experimental points as possible. To improve the approximation efficiency of experimental data, it was suggested to use complex criteria, including minimizing the mean square error of approximation while using conditions of smoothness of an approximating curve based on the analysis of second derivatives. The suggested approach was compared with the method of moving average, which was widely used for smoothing processes under conditions of a priori uncertainty. The proposed methods were used to smooth the monitoring data of the blood pressure. It was shown that the optimal smoothed dependencies ensure sufficient smoothness to highlight short-term fluctuations in the average blood pressure, in order to identify the persistent patterns of their dynamics, which was important for predicting the human health state. Fig.: 5. Refs.: 7 titles.

УДК 519.713: 631.411.6

Теоретико-методические основы комплексного анализа и оценки экологичности природно-техногенных объектов / Козуля Т.В., Емельянова Д.И. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2016. — № 1. — С. 73–84.

Предложен комплексный подход к оценке состояния природно-техногенных объектов с позиций устойчивого развития на разных уровнях исследования природно-техногенных объектов. Выполнена комплексная оценка экологичности на основе MIPS-анализа и риск-оценки состояния экономической, экологической и социальной составляющих объектов используется с целью повышения качества принятия решения по снижению степени опасности в состоянии природно-техногенных комплексов. Представлено алгоритмическое обеспечение для реализации комплексной методики оценки соответствия требованиям экологического качества по эколого-социально-экономическим аспектам исследованных систем. Рис.: 4. Табл.: 3. Библиогр.: 11 назв.

UDC 519.713: 631.411.6

Theoretical methodical foundations of natural anthropogenic objects comprehensive analysis and ecological assessment / Kozulia T.V., Emelianova D.I. // System Research and Information Technologies. — 2016. — № 1. — P. 73–84.

The new approach in assessing the natural and anthropogenic objects' state from the sustainable development point of view based on the different stages of their study is proposed. The comprehensive assessment based on MIPS-analysis and risk-estimation of the state of economic, ecological, and social constituent objects are used to improve the quality of decision-making to reduce the risk level in the natural and anthropogenic complexes' state. This article offers the algorithmic support for implementing the comprehensive methodology for assessing the conformance of ecological, social, and economical aspects of systems to ecological quality requirements. Fig.: 4. Tabl.: 3. Refs.: 11 titles.

**МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ, ОПТИМАЛЬНЕ
УПРАВЛІННЯ І ТЕОРІЯ ІГОР**

**METHODS OF OPTIMIZATION, OPTIMUM
CONTROL AND THEORY OF GAMES**

УДК 518.9

Проблема нечіткої портфельної оптимізації та її вирішення із застосуванням методів прогнозування / Зайченко Ю.П., Сидорук І.А. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2016. — № 1. — С. 85–94.

Подано нову теорію портфельної оптимізації в умовах невизначеності, що ґрунтується на застосуванні теорії нечітких множин та ефективного методу прогнозування. Розглянуто пряму та двійкову задачі нечіткої портфельної оптимізації. У прямій задачі визначається структура оптимального портфеля цінних паперів, яка забезпечує максимум очікуваної дохідності при обмеженнях на ризик, у двійковій задачі – структура портфеля, який забезпечує мінімум ризику при обмеженнях на встановлений рівень критичної дохідності. Для визначення дохідності цінних паперів запропоновано метод прогнозування нечіткого методу врахування аргумента, що дозволить будувати нечіткі прогнози моделі за експериментальними даними автоматично за незначної участі експерта. Описано експериментальні дослідження запропонованої теорії та проведено порівняння з класичною моделлю портфельної оптимізації. Рис.: 6. Табл.: 6. Бібліогр.: 10 назв.

УДК 518.9

Проблема нечеткой портфельной оптимизации и ее решение с применением методов прогнозирования / Зайченко Ю.П., Сидорук И.А. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2016. — № 1. — С. 85–94.

Представлена новая теория портфельной оптимизации в условиях неопределенности, базирующаяся на применении теории нечетких множеств и эффективного метода прогнозирования. Рассмотрены прямая и двойственная задачи нечеткой портфельной оптимизации. В прямой задаче определяется структура оптимального портфеля ценных бумаг, обеспечивающая максимум ожидаемой доходности при ограничениях на риск, в двойственной задаче — структура портфеля, обеспечивающая минимум риска при установленном уровне критической доходности. Для определения доходности ценных бумаг предложен метод прогнозирования — нечеткий метод группового учета аргументов, позволяющий строить нечеткие прогнозные модели по экспериментальным данным автоматически при минимальном участии эксперта. Описаны экспериментальные исследования предложенной теории и проведено сравнение с классической моделью портфельной оптимизации. Рис.: 6. Табл.: 6. Библиогр.: 10 назв.

УДК 621.311

Идентификация нелинейных статических зависимостей с динамики электротехнических систем / Зименков Д.К., Сильвестров А.Н., Скринник А.Н. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2016. — № 1. — С. 95–106.

Рассмотрено применение метода построения нелинейных статических зависимостей в нелинейных динамических электротехнических объектах с целью оптимизации режимов их функционирования. Метод построения включает в себя две составляющие: 1) определение непараметрической модели статической нелинейности с произвольной динамики объекта с последующей кусочно-аналитической ее идентификацией; 2) объединение частных моделей в полную с использованием аналитических во всем диапазоне селективных функций вместо неаналитических сигнум-функций. Приведен ряд примеров использования предложенной методики для идентификации и оптимизации электротехнических объектов: генератора и двигателя постоянного тока как звена системы автоматического управления и солнечной батареи. Рис.: 4. Табл.: 1. Библиогр.: 5 назв.

UDC 621.311

Identification of nonlinear static dependencies from dynamics of electrotechnical systems / Zimenkov D.K., Silvestrov A.M., Skrynnik O.M. // System Research and Information Technologies. — 2016. — № 1. — P. 95–106.

This article describes the application of the method of constructing the static nonlinear dependencies in dynamic electrical objects to optimize their functioning. The method of construction includes two components: 1) determining the non-parametric model of the static nonlinearity with arbitrary object dynamics, followed by its piecewise analytical identification; 2) the integration of individual models into the complete model using selective functions analytic in the entire range instead of non-analytic signum functions. A number of examples were presented of using the proposed methodology for the identification and optimization of electrical facilities: the generator and DC motor as the part of the automatic control system and the solar panel. Fig.: 4. Tabl.: 1. Refs.: 5 titles.

УДК 519.85

Линейные оптимизационные задачи на размещениях с вероятностной неопределенностью: свойства и решение / Емец О.А., Барболина Т.Н. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2016. — № 1. — С. 107–119.

Исследуются свойства линейных задач оптимизации на размещениях с вероятностной неопределенностью, постановка которых осуществлена на основе введения линейного порядка на множестве дискретных случайных величин. Установлены свойства безусловной задачи, у которой коэффициенты целевой функции или элементы мультимножества (но не то и другое одновременно) являются дискретными случайными величинами. Основываясь на свойствах решения безусловной задачи с детерминированными коэффициентами целевой функции, доказаны свойства решения для задачи, в которой коэффициенты целевой функции являются случайными величинами. Предложена схема метода ветвей и границ для решения линейных задач оптимизации на размещениях с вероятностной неопределенностью, в которой также предложены правила ветвления и отсекания множеств. Табл.: 1. Библиогр.: 22 назв.

UDC 519.85

Linear optimization problems on permutations under probabilistic uncertainty: properties and solution / Iemets O.O., Barbolina T.M. // System Research and Information Technologies. — 2016. — № 1. — P. 107–119.

Authors study properties of linear optimization problems under probabilistic uncertainty while defining a problem based on the linear order on the set of discrete random variables. Properties of unconditional problem are established whose coefficients of the goal function or multiset's elements (but not both simultaneously) are discrete random variables. Based on properties of the solution of an unconditional problem with deterministic coefficients, we prove solution's properties for the problem with the goal function's coefficients as discrete random variables. The scheme of the branch and bound method for solving the linear optimization problems on permutations under probabilistic uncertainty is proposed as well as rules of branching and truncation of sets. Tabl.: 1. Refs.: 22 titles.

УДК 519.85

Деякі детерміновані моделі задач нечіткого лінійного програмування / Зак Ю.О. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2016. — № 1. — С. 120–133.

Розглянуто детерміновані еквіваленти різних постановок завдань лінійного програмування, у яких коефіцієнти функції мети, обмежень і граничні значення змінних задачі і правих частин нерівностей подані нечіткими множинами. Запропоновано методи порівняння і визначення переваги нечітких множин. Розв'язання задачі при пошуку вектора змінних у вигляді вектора дійсних чисел зводиться до розв'язання однокритеріальної або багатокритеріальної задачі з істотно більшою кількістю обмежень. При розв'язанні задачі у вигляді вектора Fuzzy-множин детерміновано еквівалент задачі — послідовність задач лінійного програмування. Сформульовані задачі можуть бути розв'язані симплексним методом. Рис.: 3. Бібліогр.: 16 назв.

UDC 519.85

Some deterministic models of fuzzy linear programming problems / Zack Y.A. // System Research and Information Technologies. — 2016. — № 1. — P. 120–133.

We consider deterministic equivalents of various formulations of linear programming problems, in which the coefficients of the objective function, constraints and the boundary values of the variables of the problem and the right-hand side are represented by fuzzy sets. The methods for comparing the fuzzy sets and selecting the best ones are proposed. The problem of finding the vector of variables as a vector of real numbers is reduced to solving the one-criterion or multicriteria problem with the significantly large number of constraints. In solving the problem as a vector of Fuzzy-sets, the equivalent problem was determined – a sequence of linear programming problems. The formulated problems can be solved by the simplex method. Fig.: 3. Refs.: 16 titles.

УДК 004.942

Аппроксимация функций для построения алгоритма описания пересеченной местности / Трофимчук А. Н., Кряжич О.А. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2016. — № 1. — С. 134–141.

Рассмотрен вариант кусочно-полиномиальной аппроксимации с применением метода возможных направлений, а также метод Дж. Зойтендейка для решения задач описания сложных функций. В частности, приведена задача с одним квадратичным ограничением, для решения которой использованы методы квадратичного программирования с предварительной записью двойственных задач поставленной задаче. Использован подход, базирующийся на теории двойственности с применением прямого алгоритма симплекс-метода. Представлен алгоритм с целью дальнейшей реализации метода в виде компьютерной программы. Сделаны выводы о практической ценности результатов исследований, в частности, о возможности расширения инструментария лиц, принимающих решения, для описания зон поражения пересеченной местности при техногенных авариях, обоснования нового подхода при построении трехмерных моделей выпукло-вогнутых объектов. Рис.: 1. Библиогр.: 11 назв.

UDC 004.942

Function approximation for building the algorithm for the rough terrain description / Trofymchuk O.M., Kryazhuch O.O. // System Research and Information Technologies. — 2016. — № 1. — P. 134–141.

The paper studies one version of the piecewise polynomial approximation using the "possible directions" method and G. Zoutendijk's method to solve the problems of describing complex functions. In particular, the problem with one quadratic constraint was presented and the methods of quadratic programming with a prior statement of the dual problems were used to solve it. To solve this problem we use an approach based on the duality theory applying a direct algorithm of the simplex method. The algorithm is presented with the goal of the further software implementation. The conclusions are made about the practical value of this research, in particular, about the possibility of expanding the tools for decision-makers for describing the affected areas of rough terrain by man-made accidents and justification of a new approach for constructing three-dimensional models of convex and concave objects. Fig.: 1. Refs.: 11 titles.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

Барболіна Тетяна Миколаївна,

доцент, кандидат фізико-математичних наук, завідувач кафедри математичного аналізу та інформатики Полтавського національного педагогічного університету ім. В.Г. Короленка, Україна, Полтава

Бровкіна Данієлла Юріївна,

аспірантка кафедри комп'ютерної інженерії Донецького національного технічного університету, Україна, Донецьк

Ганчукова Дар'я Володимирівна,

магістр Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ», Україна, Київ

Ємельянова Дар'я Ігорівна

аспірантка кафедри комп'ютерного моніторингу і логістики Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», Україна, Харків

Ємець Олег Олексійович,

професор, доктор фізико-математичних наук, завідувач кафедри математичного моделювання та соціальної інформатики Полтавського університету економіки і торгівлі, Україна, Полтава

Зайченко Юрій Петрович,

професор, доктор технічних наук, професор Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ», Україна, Київ

Зак Юрій Олександрович,

доктор технічних наук, науковий співробітник Європейського центру з мехатроніки, Німеччина, Аахен

Зіменков Дмитро Костянтинівич,

старший викладач кафедри теоретичної електротехніки НТУУ «КПІ», Україна, Київ

Качинський Анатолій Броніславович,

професор, доктор технічних наук, професор кафедри інформаційної безпеки Фізико-технічного інституту НТУУ «КПІ», Україна, Київ

Козуля Тетяна Володимирівна,

доктор технічних наук, професор кафедри комп'ютерного моніторингу і логістики Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», Україна, Харків

Кряжич Ольга Олександрівна,

кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України, Київ

Мельник Ігор Віталійович,

доктор технічних наук, доцент кафедри електронних приладів і обладнань НТУУ «КПІ», Україна, Київ

Молоченко Дар'я Романівна,

студентка Фізико-технічного інституту НТУУ «КПІ», Україна, Київ

Подладчиков Володимир Миколайович,

професор, доктор технічних наук, професор кафедри математичних методів системного аналізу Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ», Україна, Київ

Поліщук Дмитро Олександрович,

інженер з програмного забезпечення комп'ютерів відокремленого підрозділу «Інформаційно-обчислювального центру» Державного територіально-галузевого об'єднання «Львівська залізниця», Україна, Львів

Поліщук Олександр Дмитрович,

старший науковий співробітник, кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів

- Святний Володимир Андрійович,**
професор, завідувач кафедри комп'ютерної інженерії Донецького національного технічного університету, Україна, Донецьк
- Сергієнко Анатолій Михайлович,**
старший науковий співробітник, доктор технічних наук, старший науковий співробітник кафедри обчислювальної техніки НТУУ «КПІ», Україна, Київ
- Сидорук Інна Анатоліївна,**
аспірантка Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ», Україна, Київ
- Сільвестров Антон Миколайович,**
професор, доктор технічних наук, професор кафедри теоретичної електротехніки НТУУ «КПІ», Україна, Київ
- Сімоненко Валерій Павлович,**
професор, доктор технічних наук, професор кафедри обчислювальної техніки НТУУ «КПІ», Україна, Київ
- Скринник Олексій Миколайович,**
асистент кафедри теоретичної електротехніки НТУУ «КПІ», Україна, Київ
- Тарнавський Юрій Адамович,**
доцент, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри автоматизації проектування енергетичних процесів і систем теплоенергетичного факультету НТУУ «КПІ», Україна, Київ
- Трофимчук Олександр Миколайович,**
член-кореспондент НАН України, професор, доктор технічних наук, заступник директора з наукової роботи Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України, Київ
- Яджак Михайло Степанович,**
старший науковий співробітник, доктор фізико-математичних наук, провідний науковий співробітник Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів