

УДК 525.7

Ю.А. Олійник

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

ЗАЛЕЖНІСТЬ КОЕФІЦІЄНТУ ЛОБОВОГО ОПОРУ ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ ВІД ШВИДКОСТІ ВІТРУ

У статті визначені формули та числові характеристики коефіцієнту лобового опору літального апарату з урахуванням постійної швидкості літального апарату та випадкової швидкості вітру. Коефіцієнт лобового опору літального апарату представлений у виді функції, що залежить від квадрата швидкості літального апарату та квадрата швидкості вітру. Отримано функцію, що характеризує зміну коефіцієнта лобового опору при дії вітрового навантаження на літальний апарат, який рухається в атмосфері з відомою швидкістю.

Ключові слова: коефіцієнт лобового опору, літальний апарат, випадкова величина, випадкова функція, числові характеристики.

Вступ

Сила лобового опору літального апарату (ЛА) залежить від коефіцієнта лобового опору (КЛО), швидкісного напору та площі міделового січення ЛА [1]. Сам КЛО залежить від швидкості ЛА, причому ця залежність нелінійна [1]. Але атмосфера Землі, де рухається ЛА, не статична і швидкість вітру може змінювати швидкість ЛА в залежності від взаємного розташування векторів швидкості ЛА та швидкості вітру. Це буде змінювати КЛО ЛА та швидкісний напір, який діє на ЛА.

Постановка задачі. В статті буде розглянуто, як швидкість вітру змінює КЛО. Для цього необхідно визначити математичні вирази залежності параметрів КЛО від швидкості ЛА та швидкості вітру.

Ціль статті. Визначити математичні вирази залежності КЛО від швидкості ЛА та швидкості вітру. Визначити числові характеристики КЛО в залежності від числових характеристик швидкості вітру.

Основна частина

Прийmemo, що $V_{\text{ла}}$ – швидкість ЛА. Коефіцієнт лобового опору ЛА має нелінійну залежність від $V_{\text{ла}}$ [1]. Позначимо КЛО ЛА символом $c_{\text{ло1}}$ і розглянемо $c_{\text{ло1}}$ як функцію від $V_{\text{ла}}^2$ та $V_{\text{ла}}$:

$$c_{\text{ло1}} = aV_{\text{ла}}^2 + bV_{\text{ла}} + c, \quad (1)$$

де a , b , c – постійні величини.

Далі прийmemo, що на ЛА діє сила вітру, причому вектор $\vec{V}_{\text{ла}}$ і вектор швидкості вітру $\vec{v}_{\text{в}}$ колінеарні, тобто знаходяться на паралельних прямих, що забезпечує максимальну дію вектора $\vec{v}_{\text{в}}$ на змину скалярного значення $\vec{V}_{\text{ла}}$. Позначимо КЛО, з урахуванням $\vec{v}_{\text{в}}$, як $c_{\text{ло2}}$ і запишемо вираз для $c_{\text{ло2}}$:

$$c_{\text{ло2}} = a(V_{\text{c}} + v_{\text{в}})^2 + b(V_{\text{c}} + v_{\text{в}}) + c. \quad (2)$$

Позначимо відношення виразу (2) к виразу (1) символом $A_{\text{кло}}$:

$$A_{\text{кло}} = \frac{c_{\text{ло2}}}{c_{\text{ло1}}}. \quad (3)$$

Якщо визначити характеристики функції $A_{\text{кло}}$, то можна прогнозувати, наскільки зміниться КЛО в залежності від змінення швидкості вітру так як $c_{\text{ло2}} = A_{\text{кло}}c_{\text{ло1}}$. Це надає можливість прогнозувати змінення КЛО ЛА, що впливає на аеродинамічні характеристики та на витрату палива ЛА. Крім того, можливо, що від $V_{\text{ла}}^2$ та $V_{\text{ла}}$ залежить коефіцієнт підйомної сили і тоді можна визначати вплив швидкості вітру на зміну коефіцієнта підйомної сили.

Визначимо вираз для $A_{\text{кло}}$:

$$A_{\text{кло}} = \frac{a(V_{\text{ла}} + v_{\text{в}})^2 + b(V_{\text{ла}} + v_{\text{в}}) + c}{aV_{\text{ла}}^2 + bV_{\text{ла}} + c};$$

$$A_{\text{кло}} = \frac{a(V_{\text{ла}}^2 + v_{\text{в}}^2 + 2V_{\text{ла}}v_{\text{в}})}{aV_{\text{ла}}^2 + bV_{\text{ла}} + c} + \frac{b(V_{\text{ла}} + v_{\text{в}}) + c}{aV_{\text{ла}}^2 + bV_{\text{ла}} + c}. \quad (4)$$

Розділимо чисельник і знаменник правої частини виразу (4) на $V_{\text{ла}}^2$ та одержимо:

$$A_{\text{кло}} = \frac{a\left(1 + \frac{v_{\text{в}}^2}{V_{\text{ла}}^2} + 2\frac{v_{\text{в}}}{V_{\text{ла}}}\right)}{a + \frac{b}{V_{\text{ла}}} + \frac{c}{V_{\text{ла}}^2}} +$$

$$+ \frac{\frac{b}{V_{\text{ла}}} \left(1 + \frac{v_B}{V_{\text{ла}}} \right) + \frac{c}{V_{\text{ла}}^2}}{a + \frac{b}{V_{\text{ла}}} + \frac{c}{V_{\text{ла}}^2}}. \quad (5)$$

Прийmemo наступні позначення:

$$A_{v_B} = \frac{v_B}{V_{\text{ла}}}; S = a + \frac{b}{V_{\text{ла}}} + \frac{c}{V_{\text{ла}}^2}$$

і, підставив їх в формулу (5), запишемо для $A_{\text{кло}}$:

$$A_{\text{кло}} = \frac{a}{S} \left(1 + A_{v_B}^2 + 2A_{v_B} \right) + \frac{\frac{b}{V_{\text{ла}}} \left(1 + A_{v_B} \right) + \frac{c}{V_{\text{ла}}^2}}{S}. \quad (6)$$

Далі прийmemo позначення:

$$a_S = \frac{a}{S}; b_S = \frac{b}{V_{\text{ла}}S}; c_S = \frac{c}{V_{\text{ла}}^2S}$$

і, підставив їх в вираз (6), отримаємо:

$$A_{\text{кло}} = a_S \left(1 + A_{v_B}^2 + 2A_{v_B} \right) + b_S \left(1 + A_{v_B} \right) + c_S$$

$$A_{\text{кло}} = a_S + a_S A_{v_B}^2 + 2a_S A_{v_B} + b_S + b_S A_{v_B} + c_S \quad (7)$$

$$A_{\text{кло}} = a_S + b_S + c_S + (2a_S + b_S)A_{v_B} + a_S A_{v_B}^2$$

Для математичного чекання функції $A_{\text{кло}}$ (рівняння (7)) запишемо вираз [2]:

$$M[A_{\text{кло}}] = M[a_S + b_S + c_S + (2a_S + b_S)A_{v_B} + a_S A_{v_B}^2];$$

$$M[A_{\text{кло}}] = a_S + b_S + c_S + (2a_S + b_S)M[A_{v_B}] + a_S M[A_{v_B}^2].$$

Прийmemo, що $V_c = \text{const}$. При цьому з формули (1) слідує, що $i_{\text{кло1}} = \text{const}$. Знаючи математичне чекання функції $A_{\text{кло}}$, можна визначити математичне чекання $c_{\text{ло2}}$, використовуючи формулу (3) [2]:

$$M[c_{\text{ло2}}] = c_{\text{ло1}} M[A_{\text{кло}}].$$

Для дисперсії $c_{\text{ло2}}$, використовуючи формулу (3), запишемо наступний вираз [2]:

$$D[c_{\text{ло2}}] = c_{\text{ло1}}^2 D[A_{\text{кло}}],$$

де $D[A_{\text{кло}}]$ – дисперсія випадкової функції $A_{\text{кло}}$.

Визначення величини $D[A_{\text{кло}}]$ – це більш важке завдання, чим отримання величини $M[A_{\text{кло}}]$. Маючи формули для випадкових величин X и Y [2]:

$$D[X + Y] = D[X] + D[Y] + 2K[X; Y]; \quad (8)$$

$$K[X; Y] = M[XY] - M[X]M[Y], \quad (9)$$

можна визначити дисперсії і кореляційний момент досліджуваних випадкових функцій. Представимо $A_{\text{кло}}$ (див. вираз (7)) у виді суми двох випадкових функцій, які залежать від A_{v_B} та $A_{v_B}^2$:

$$A_{\text{кло}} = A_{\text{кло1}} + A_{\text{кло2}}; \quad (10)$$

$$A_{\text{кло1}} = a_S + b_S + c_S + (2a_S + b_S)A_{v_B};$$

$$A_{\text{кло2}} = a_S A_{v_B}^2.$$

Для дисперсії $A_{\text{кло}}$ (см. формулу (10)) запишемо вираз з урахуванням формул (8) та (9):

$$\begin{aligned} D[A_{\text{кло}}] &= D[A_{\text{кло1}} + A_{\text{кло2}}] = \\ &= D[A_{\text{кло1}}] + D[A_{\text{кло2}}] + 2K[A_{\text{кло1}}; A_{\text{кло2}}]; \\ K[A_{\text{кло1}}; A_{\text{кло2}}] &= M[A_{\text{кло1}} A_{\text{кло2}}] - \\ &- M[A_{\text{кло1}}]M[A_{\text{кло2}}]. \end{aligned}$$

Для математичного чекання та дисперсії $A_{\text{кло1}}$ отримаємо [2]:

$$M[A_{\text{кло1}}] = a_S + b_S + c_S + (2a_S + b_S)M[A_{v_B}];$$

$$D[A_{\text{кло1}}] = (2a_S + b_S)^2 D[A_{v_B}];$$

$$D[A_{v_B}] = M[A_{v_B}^2] - M^2[A_{v_B}].$$

Для кореляційного моменту $K[A_{\text{кло1}}; A_{\text{кло2}}]$ запишемо повний вираз, використовуючи формулу (9):

$$\begin{aligned} K[A_{\text{кло1}}; A_{\text{кло2}}] &= \\ &= M[(a_S + b_S + c_S + (2a_S + b_S)A_{v_B})a_S A_{v_B}^2] - \\ &- M[a_S + b_S + c_S + (2a_S + b_S)A_{v_B}]M[a_S A_{v_B}^2]; \\ K[A_{\text{кло1}}; A_{\text{кло2}}] &= \\ &= a_S M[(a_S + b_S + c_S)A_{v_B}^2 + (2a_S + b_S)A_{v_B}^3] - \\ &- \{a_S + b_S + c_S + M[(2a_S + b_S)A_{v_B}]\}a_S M[A_{v_B}^2]; \\ K[A_{\text{кло1}}; A_{\text{кло2}}] &= \\ &= a_S \{ (a_S + b_S + c_S)M[A_{v_B}^2] + (2a_S + b_S)M[A_{v_B}^3] \} - \\ &- a_S \{ a_S + b_S + c_S + (2a_S + b_S)M[A_{v_B}] \} M[A_{v_B}^2]. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K[A_{\text{кло1}}; A_{\text{кло2}}] &= \\ &= a_S \{ (a_S + b_S + c_S)M[A_{v_B}^2] + (2a_S + b_S)M[A_{v_B}^3] \} - \\ &- (a_S + b_S + c_S + (2a_S + b_S)M[A_{v_B}])M[A_{v_B}^2]. \end{aligned}$$

Математичне чекання та дисперсія $A_{\text{КЛО1}}$ визначені. Запишемо математичне чекання та дисперсію для $A_{\text{КЛО2}}$ (см. формулу (10)) [2]:

$$M[A_{\text{КЛО2}}] = a_S M[A_{v_B}^2]; \quad D[A_{\text{КЛО2}}] = a_S^2 D[A_{v_B}^2];$$

$$D[A_{v_B}^2] = M[A_{v_B}^4] - M^2[A_{v_B}^2].$$

Для математичного чекання та дисперсії випадкової функції A_{v_B} при $V_c = \text{const}$, запишемо:

$$M[A_{v_B}] = \frac{1}{V_c} M[v_B]; \quad D[A_{v_B}] = \frac{1}{V_c^2} D[v_B];$$

$$D[v_B] = M[v_B^2] - M^2[v_B].$$

Визначення значень величин $M[A_{v_B}^2]$, $M[A_{v_B}^3]$ та $M[A_{v_B}^4]$ необхідно здійснювати при знаходженні величини $M[v_B]$, коли обробляються дані випадкової величини v_B , для чого використовуються наступні формули [2]:

$$M[A_{v_B}^m] = \frac{1}{V_{\text{ла}}^m} M[v_B^m]; \quad M[v_B^m] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_{\text{Ві}}^m.$$

Знаючи ймовірності виникнення випадкової величини швидкості вітру v_B , можна знаходити ймовірності виникнення значень $A_{\text{КЛО}}$, $M[A_{\text{КЛО}}]$, $D[A_{\text{КЛО}}]$ з урахуванням поривів вітру. Наприклад, відома ймовірність виникнення швидкості вітру 12 м/с для конкретного регіону: $p(v_B = 12 \text{ м/с})$. Можна сказати, що це ймовірність виникнення $M[A_{\text{КЛО}}]$ і $D[A_{\text{КЛО}}]$ для $v_B = 12 \text{ м/с}$. Пориви вітру можуть збільшити v_B в два рази з ймовірністю $p(v_B = 24 \text{ м/с})$ і можемо записати,

що для виникнення значення $A_{\text{КЛО}}$ з $v_B = 24 \text{ м/с}$ при середньої швидкості вітру 12 м/с отримаємо ймовірність, рівну добутку вказаних ймовірностей: $p(v_B = 12 \text{ м/с}) \cdot p(v_B = 24 \text{ м/с})$.

Врахування числових характеристик значення v_B та імовірнісних характеристик появи цього значення v_B надають можливість прогнозувати значення випадкової величини v_B , випадкових функцій A_{v_B} та $A_{\text{КЛО}}$. Це дозволить прогнозувати змінення КЛО ЛА та випадкових вітрових навантажень, які діють на ЛА.

Висновки

У статті визначені формули для КЛО в залежності від постійної швидкості ЛА та випадкової швидкості вітру. При цьому КЛО, з урахуванням випадкової величини швидкості вітру, є випадковою функцією. Визначені числові характеристики випадкової функції КЛО в залежності від числових характеристик швидкості вітру.

За аналогією з розробленою математичною моделлю можна оцінювати вплив швидкості вітру на коефіцієнт підйомної сили, яка має нелінійну залежність від швидкості ЛА [1].

Список літератури

1. Ништа М.И. Аэродинамика летательных аппаратов и гидравлика их систем / М.И. Ништа. – М.: ВВИА им. Жуковского, 1981. – 624 с.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М.: Высшая школа, 2001. – 575 с.

Надійшла до редколегії 21.03.2012

Рецензент: д-р техн. наук проф. О.М. Сотніков, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

ЗАВИСИМОСТЬ КОЭФФИЦИЕНТА ЛОБОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ОТ СКОРОСТИ ВЕТРА

Ю.А. Олейник

В статье определены формулы и числовые характеристики коэффициента лобового сопротивления летательного аппарата с учётом постоянной скорости летательного аппарата и случайной скорости ветра. Коэффициент лобового сопротивления летательного аппарата представлен в виде функции, которая зависит от квадрата скорости летательного аппарата и квадрата скорости ветра. Получена функция, которая характеризует изменение коэффициента лобового сопротивления при действии ветровой нагрузки на летательный аппарат, который движется в атмосфере с известной скоростью.

Ключевые слова: коэффициент лобового сопротивления, летательный аппарат, случайная величина, случайная функция, числовые характеристики.

DEPENDENCY OF THE FACTOR OF THE FRONTAL RESISTANCE OF THE FLYING MACHINE FROM VELOCITY WINDS

Yu.A. Oleynik

In article are determined formulas and numeric features of the factor of the frontal resistance of the flying machine with account of the constant velocity of the flying machine and casual velocity winds. The Factor of the frontal resistance of the flying machine is presented in the manner of functions, which depends on square of the velocities of the flying machine and square of velocities winds. It is Received function, which characterizes change the factor of the frontal resistance at action loads winds on flying machine, which moves in atmosphere with the known velocity.

Keywords: factor of the frontal resistance, flying machine, random quantity, casual function, numeric features.