

¹М. Н. Регульский, канд. техн. наук, ст. науч. сотр.,

²Г. М. Борозенец, канд. техн. наук, доц.,

²И. В. Семак, ведущий инж.,

²В. С. Краснопольский, студ.

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ АСИММЕТРИЧНОМ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

¹ Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины

E-mail: govvp@imech.creep.kiev.ua

² Национальный авиационный университет

Представлена методика оценки параметров модели предельного состояния, применяемая для расчета диаграмм предельных амплитуд напряжений для условий многоциклового асимметричного нагружения. Значения параметров модели для ряда металлических конструкционных материалов получены посредством использования метода минимизации функционала суммы квадратов отклонений экспериментальных ординат диаграмм от расчетных.

Введение. Многие элементы ответственных несущих конструкций подвергаются в эксплуатации совместному воздействию циклических и статических нагрузок в широком диапазоне значений асимметрии цикла нагружения. Оценка прочности таких конструкций осуществляется на основе информации о характеристиках сопротивления усталости конструкционных материалов в условиях асимметричного циклического нагружения. Такую информацию представляют, как правило, в виде диаграмм предельных амплитуд напряжений [1–5]. Построение таких диаграмм экспериментальным путем требует значительных затрат времени и средств для проведения испытаний на усталость нескольких партий образцов исследуемого материала с целью получения кривых усталости при разных значениях асимметрии цикла нагружения.

Альтернативу экспериментальному методу построения диаграмм предельных амплитуд напряжений составляют эмпирические зависимости, позволяющие их рассчитывать на основе экспе-

риментальных данных по усталости, полученных при симметричном цикле нагружения, и результатов кратковременных статических испытаний. Наибольшее распространение при этом получили линейные, параболические и эллиптические зависимости [2; 3; 5]. Анализ условий применимости таких эмпирических зависимостей для расчетов диаграмм предельных амплитуд напряжений свидетельствует о том, что их использование обеспечивает удовлетворительное согласование расчета и экспериментальных данных при асимметричном циклическом нагружении лишь в частных случаях – для конкретного материала в тех или иных условиях нагружения [3–6].

Новый подход к расчету диаграмм предельных амплитуд напряжений предложен в работах [7; 8]. Подход основан на применении моделей предельного состояния, построенных на базе степенной трансцендентной функции, параметры которой необходимо определять посредством базового эксперимента ограниченного объема. Принципиальное отличие от эмпирических зависимостей состоит в том, что использование указанных моделей предельного состояния предусматривает не произвольный выбор, а определение параметров моделей посредством базовых опытов, и в этом случае параметры моделей могут рассматриваться как константы материала, которые подлежат определению из базового эксперимента. В связи с этим возникает задача разработки оптимальной методики определения указанных параметров моделей с целью прогнозирования предельного состояния конструкционных материалов при минимальном объеме базового эксперимента.

Постановка задачи и цель исследования. Под оптимальной методикой определения параметров моделей предельного состояния принимаем такую, которая предусматривает максимальное использование стандартных справочных данных о материале при минимальном объеме базового эксперимента, обеспечивая адекватное описание экспериментальных данных. В качестве справочных данных будем рассматривать такие механические характеристики материала, как предел прочности или предел текучести, предел длительной прочности, предел выносливости при симметричном цикле нагружения. В общем случае эти характеристики также практически являются константами материала, определяемыми из базовых опы-

тов. Для большинства конструкционных материалов они известны и систематизированы в соответствующей справочной литературе.

Анализ возможностей расчета диаграмм предельных амплитуд напряжений посредством эмпирических зависимостей показал, что указанных справочных данных в большинстве случаев недостаточно для адекватного описания предельных диаграмм. Тем не менее, в расчетной практике при оценке сопротивления усталости конструкционных материалов в условиях асимметричного нагружения широко используются линейная и параболическая зависимости как альтернатива трудоемким и длительным экспериментальным исследованиям [2; 3].

Для определения реакции материала на действие статической составляющей асимметричного цикла необходим как минимум один базовый эксперимент именно при асимметричном циклическом нагружении, который позволил бы получить параметр зависимости, описывающей предельную диаграмму. Этот параметр определяет форму предельной диаграммы. Минимальный объем такого базового эксперимента при асимметричном циклическом нагружении определяется нахождением параметра, по сути определяющего чувствительность материала к асимметрии нагружения, при одной из комбинаций величин амплитуды цикла и статической составляющей, т.е. только при одном из значений коэффициента асимметрии цикла нагружения. К сожалению, выбор соотношения указанных величин в комбинации вызывает обычно определенные затруднения в связи с отсутствием аргументированных рекомендаций.

Использование данного подхода продиктовано, с одной стороны, необходимостью оценки предельного состояния материалов при асимметричном нагружении в условиях отсутствия, как правило, достаточной экспериментальной информации о поведении конструкционных материалов при таком виде нагружения, а с другой – достаточно обширным опытом использования в расчетной практике результатов испытаний при отнулевом цикле для ориентировочных оценок сопротивления усталости при совместном воздействии статических и циклических нагрузок и построении схематизированных диаграмм предельных напряжений [2; 9].

Анализ применимости различных функций для построения моделей предельного состояния и соответствующих предельных

диаграмм, выполненный в работе [10], показал, что наиболее гибкой структурой обладают уравнения моделей, построенные на основе степенной трансцендентной функции. Такой вывод базируется на использовании при оценке предельного состояния большого количества экспериментальных данных по испытаниям конструкционных материалов при асимметричном многоцикловом нагружении.

В работах [7; 4; 8; 10] показано вполне удовлетворительное согласование эксперимента и расчета для ряда металлических конструкционных материалов при построении диаграмм предельных амплитуд напряжений посредством модели предельного состояния вида

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_n} = \left[\cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{\sigma_m}{\sigma_B} \right) \right]^\lambda \Rightarrow \frac{\sigma_a}{\sigma_n} - \left[\cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{\sigma_m}{\sigma_B} \right) \right]^\lambda = 0 \quad (1)$$

где σ_a – циклическая составляющая асимметричного цикла нагружения; σ_m – статическая составляющая цикла; σ_n – предел ограниченной выносливости при симметричном цикле; σ_B – предел кратковременной прочности;

Параметром модели, определяемым из базового эксперимента при одной из возможных комбинаций величин амплитуды цикла и статической составляющей асимметричного циклического нагружения, в данной модели является показатель степени λ , который определяет форму диаграмм и может быть коэффициентом формы диаграммы или коэффициентом чувствительности материала к асимметрии цикла нагружения. Формула для параметра λ следует из (1) и имеет следующий вид:

$$\lambda = \frac{\lg \sigma_a - \lg \sigma_n}{\lg \left[\cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{\sigma_m}{\sigma_B} \right) \right]}. \quad (2)$$

В зависимости от величины параметра λ модель (1) может описать самые разнообразные формы диаграмм предельных амплитуд напряжений, включая выпуклые, близкие к прямолинейным, вогнутые, и является в этом случае достаточно гибкой. На рис.1 показаны в относительных координатах возможные формы пре-

дельных диаграмм, рассчитанные в соответствии с моделью (1), в зависимости от изменения параметра λ .

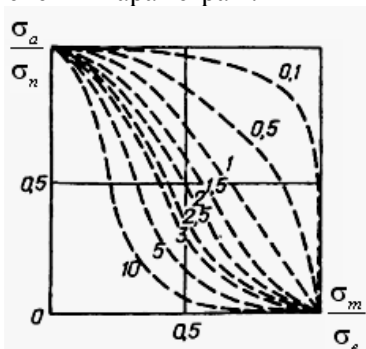


Рис. 1. Вид диаграмм предельных амплитуд напряжений в зависимости от значения параметра λ

Выбор комбинации напряжений σ_a и σ_m в базовом эксперименте до некоторой степени является условным, однако требует обоснования, например, путем сравнения значений, рассчитанных по формуле (2) со значениями, полученными иным способом. В том случае, когда накоплена достаточно представительная первичная информация о сопротивлении усталости в условиях асимметричного цикла нагружения, появляется возможность определения параметра λ с более высокой степенью точности. Используя её, определим значения показателя степени λ модели (1), которые позволили бы адекватно описывать экспериментальные данные. С этой целью воспользуемся методом минимизации функционала суммы квадратов отклонений экспериментальных значений от расчетных [11] на поле диаграммы предельных амплитуд напряжений. Полученные в этом случае результаты позволяют уточнить методику определения параметров модели предельного состояния (1) посредством сопоставления их значений, определенных из базового эксперимента по формуле (2), и значений, рассчитанных методом минимизации функционала суммы квадратов отклонений.

Целью настоящей работы является оценка параметра λ модели предельного состояния (1) посредством метода минимизации функционала суммы квадратов отклонений для ряда металлических конструкционных материалов, а также определение возможных

погрешностей по амплитуде циклической составляющей σ_a при варьировании λ в известных пределах.

Для построения диаграмм предельных амплитуд напряжений результаты эксперимента представляют в виде пар значений σ_m , σ_{aj} , отвечающих одной и той же конкретной долговечности.

При этом предельная диаграмма строится в плоскости $\sigma_m - \sigma_a$ по количеству циклов до разрушения, где указанные выше пары значений являются координатами точек, представляющих данные эксперимента.

Более информативными являются предельные диаграммы, построенные в плоскости нормированных координат $\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_n}\right) - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_s}\right)$,

где при необходимости могут быть представлены экспериментальные данные для нескольких материалов, что в ряде случаев является удобным для сравнения их чувствительности к асимметрии нагружения. В качестве примера на рис.2 а представлена такая диаграмма для никельхромомолибденовой стали. Нормирование по амплитуде напряжений выполняется делением на значение предела ограниченной выносливости при симметричном цикле нагружения, соответствующее заданному количеству циклов до разрушения. По статической составляющей цикла нормирование выполняется делением на значение предела прочности материала при соответствующем конкретном виде нагружения.

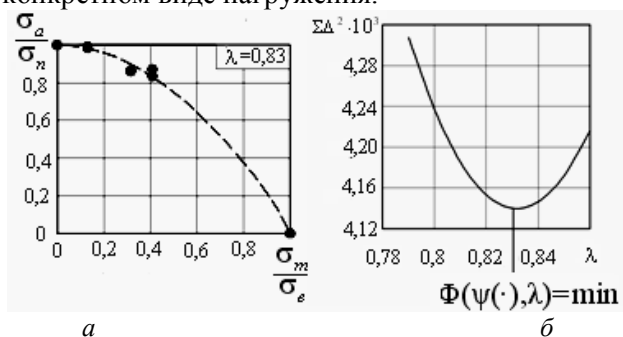


Рис. 2 Диаграмма предельных амплитуд напряжений для никельхромомолибденовой стали: нормированная предельная диаграмма (а) и график минимизации функционала суммы квадратов отклонений (б)

Определение параметров модели предельного состояния методом минимизации функционала суммы квадратов отклонений. Результаты расчетов. На примере модели предельного состояния (1) рассмотрим методику определения параметра λ этой модели с применением упомянутого выше метода минимизации функционала суммы квадратов отклонений.

Располагая данными эксперимента в виде пар значений σ_{mj} , σ_{aj} общее выражение функционала для нахождения оптимального значения параметра модели предельного состояния можно выразить следующим соотношением:

$$\Phi(\psi(\cdot), \lambda) = \sum_{j=1}^h \left[\psi\left(\frac{\sigma_{mj}}{\sigma_s}\right) - \left(\frac{\sigma_{aj}}{\sigma_n}\right)_{\text{exp}} \right]^2 = \min, \quad (3)$$

где $\psi(\cdot)$ – функция, на основе которой построена модель предельного состояния; λ – параметр модели, подлежащий оптимизации; $(\sigma_{aj}/\sigma_n)_{\text{exp}}$ – нормированное экспериментальное значение амплитуды цикла, соответствующее нормированному значению статической составляющей, выступающей в качестве аргумента функции $\psi(\cdot)$.

Для модели предельного состояния вида (1) конкретизация функции $\psi(\cdot)$ в выражении (3) задается следующим соотношением:

$$\psi\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_s}\right) = \left[\cos\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_s}\right) \right]^\lambda, \quad (4)$$

а параметром, подлежащим определению, является показатель степени λ .

При построении диаграммы предельных амплитуд напряжений в нормированных координатах экспериментальные данные отображаются в виде точек с абсциссами (σ_{mj}/σ_s) и ординатами $(\sigma_{aj}/\sigma_n)_{\text{exp}}$ (см. рис. 2, а). При линейаризации предельных диаграмм экспериментальные данные отображаются точками с абсциссами $\psi(\sigma_{mj}/\sigma_n)$, определяемыми согласно выражению (4), и ординатами $(\sigma_{aj}/\sigma_n)_{\text{exp}}$.

На рис. 2, б приведен график, иллюстрирующий нахождение оптимального значения параметра λ для модели предельного состояния вида (1) по результатам испытаний никельхромомолибденовой стали при асимметричном циклическом нагружении при 20 °С, где по оси ординат отложены суммы квадратов отклонений экспериментальных

значений амплитуд напряжений от рассчитанных в соответствии с моделью (1) в зависимости от изменения λ .

Опыт применения метода минимизации функционала суммы квадратов отклонений позволяет достаточно надежно определять значение параметра λ . Вместе с тем, поскольку количество точек, соответствующих эксперименту на поле диаграмм предельных напряжений, в большинстве случаев невелико, что связано со значительной трудоемкостью получения таких экспериментальных данных, то применение этого метода имеет свои особенности. При выборе результатов эксперимента, подлежащих обработке, следует стремиться к тому, чтобы абсциссы точек, соответствующие различным задаваемым в экспериментах средним напряжениям циклов, были разнесены вдоль оси абсцисс, а не сосредоточены близко друг к другу. Это обеспечит более достоверное определение параметра λ модели (1).

Результаты расчетов, выполненных в соответствии с выражением для функционала (3) представлены в таблице.

Оценку погрешности расчета диаграмм предельного состояния в соответствии с выражением модели (1) выполняли при изменении значения параметра λ в заданных пределах. В качестве иллюстрации на рис.3 приведены диаграммы предельных амплитуд напряжений, рассчитанные для стали Э10 при λ , равном 1,27 (см. таблицу) и при увеличении λ на 20%.

**Значения параметра λ модели предельного состояния (1)
вычисленные методом минимизации функционала суммы
квадратов отклонений**

Материал	Никельхромо- молибденовая сталь	Сплав 52S- 36	Сталь SAE 4130	Малоуглеродистая сталь	Сплав Д16Т	Сталь Э10
Значение параметра λ	0,83	0,38	0,87	1,05	1,44	1,27

Для стали Э10 погрешность по амплитуде циклической составляющей σ_a не превысила 10 % во всем диапазоне изменения статической составляющей σ_m асимметричного цикла нагружения. Для остальных материалов, приведенных в таблице, при аналогичном изменении λ указанная погрешность не превысила 5%.

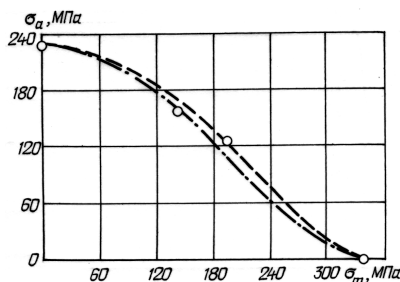


Рис. 3. Диаграммы предельных амплитуд напряжений для стали Э10 при асимметричном растяжении–сжатии. Штрихпунктирная линия соответствует значению параметра λ , приведенному в таблице; пунктирная – значению, увеличенному на 20%

Выводы. Использование модели предельного состояния, основанной на степенной трансцендентной функции, позволяет описать сопротивление усталости в условиях асимметричного нагружения с достаточно высокой точностью при варьировании статической компоненты в широком диапазоне значений. В этом случае точность оценок во многом определяются корректным определением используемых материальных констант и в первую очередь коэффициента чувствительности материала к асимметрии нагружения. При этом параметр λ в модели (1), придавая гибкость предложенной модели предельного состояния любого конструкционного материала, обеспечивает возможность адекватно описывать результаты экспериментальных исследований в виде диаграмм предельных амплитуд напряжений любой формы. Необходимым условием для этого является корректное определение параметра λ , задающего форму диаграммы предельного состояния. К сожалению, на практике исследователь, располагает ограниченной информацией о сопротивлении усталости конструкционных материалов при асимметричном нагружении, исключаяющей порой надежное определение этого параметра.

Выполненные расчеты параметра λ , который может быть назван коэффициентом чувствительности материала к асимметрии нагружения, позволили определить диапазон его возможных значений для ряда типичных металлических конструкционных материалов и получить данные, необходимые для дальнейшей апробации модели предельного состояния (1) посредством сравнения зна-

чений этого параметра, определяемых посредством метода минимизации функционала (3), со значениями, определяемыми из базового эксперимента по формуле (2).

Получены оценки погрешностей по амплитуде циклической составляющей асимметричного цикла нагружения при варьировании параметра λ в заданных пределах.

Дальнейшим направлением исследований с целью апробации модели предельного состояния (1) является выбор и обоснование соотношения циклической и статической составляющих асимметричного цикла нагружения в базовом эксперименте по определению параметра λ посредством соотношения (2).

Список литературы

1. *Образцова И.Ф.*. М.: Машиностроение, 1969.– 504 с.
2. *Серенсен С.В.* Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность / Руководство и справочное пособие./ *С.В.Серенсен, В.П.Когаев, Р.М. Шнейдерович*– М.: Машиностроение, 1975.–488 с.
3. *Форрест П.* Усталость металлов // Пер. с англ.; под ред. *С.В.Серенсена*.–М.: Машиностроение, 1968.– 352 с.
4. *Соппротивление* материалов деформированию и разрушению / Справочное пособие. / *В.Т.Трошенко, А.Я.Красовский, В.В. Покровский* и др. – К.: Наук. думка, 1994. –Часть 2.–704 с.
5. *Воробьев А.З.* Соппротивление усталости элементов конструкций./ *А.З.Воробьев, Б.И.Олькин, В.Н.Стебеньев, Т.С. Родченко* – М.: Машиностроение, 1990.– 240 с.
6. *Гордеев Н.И.* О предельной циклической прочности при асимметричных циклах // В сб.: Прочность металлов при переменных нагрузках./ *Н.И. Гордеев* – М.: Изд-во АН СССР.– 1963.– С. 119–126.
7. *Голуб В.П., Крижановский В.И.* К оценке предельного состояния материалов при асимметричном многоцикловом нагружении / *В.П.Голуб, В.И. Крижановский*// Проблемы прочности.– 1994.–№4.– С.3–15.
8. *Golub V.P.* Experimental analysis of high-temperature creep, fatigue and damage. 1. Analysis Methods / *V.P. Golub* // *Int. Appl. Mech.* – 2001. – Vol.37, –N4, –Р. 425–455.
9. *Конструкционная* прочность материалов и деталей газотурбинных двигателей / *И.А.Биргер, Б.Ф.Балашов, Р.А. Дульнев* и др.; под ред. *И.А.Биргера, Б.Ф.Балашова*. – М.: Машиностроение, 1981. – 222 с.
10. *Голуб В.П.* Метод расчета усталостной прочности металлических и композитных материалов при асимметричном многоцикловом нагружении / *В.П.Голуб, В.И.Крижановский, А.Д.Погребняк* // Прикл. меха-

ника. – 2004. – Том 40, – №11. – С. 106–115.

11. *Андре Анго*. Математика для электро- и радиоинженеров./ *Андре Анго*. – М.: Наука, 1967. – 780 с.

12. *Цимбалистый Я.И.* Исследование неупругости и усталости металлов при асимметричных циклах: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: – К. – 1975. – 185 с.

13. *Сочава А.И.* Исследование влияния постоянной составляющей цикла на выносливость сплава Д16Т при осевых нагружениях // Известия ВУЗов. – М.: Машиностроение. – 1975. – №12. – С. 39–42.

14. *Grover H.J., Bishop S.M., Jackson L.R.* Axial Load Fatigue Test on Unnotched Sheet Specimens of 24S-T3 and 75S-T6 Aluminium Alloys and of SAE 4130 Steel / *H.J. Grover, S.M. Bishop, L.R. Jackson* // Nat. Adv. Co. – Aero, Tech. Note 2324. – 1951. – 64 p.

Регульський М. М., Борозенець Г. М., Семак І. В., Краснополський В. С. **Оцінювання параметрів моделі граничного стану металевих конструкційних матеріалів за асиметричного циклічного навантаження** // Проблеми тертя та зношування: наук. техн. зб. – К: Вид-во НАУ «НАУ-друк», 2010. – Вип. 54. – С.188–198.

Подано методику оцінювання параметрів моделі граничного стану, яку застосовуюся для розрахунків діаграм граничних амплітуд напружень за умов багатоперіодового асиметричного навантаження. Значення параметрів моделі отримано з використанням методу мінімізації функціоналу суми квадратів відхилень експериментальних ординат діаграм від розрахункових.

Рис. 3, табл. 1, список літ.: 14 найм.

Evaluation of parameters of the limiting state of model for metallic construction materials under asymmetric cyclic loading

A method for estimating the parameters of the limiting state of model used to calculate the diagrams of limiting amplitudes of stresses for the conditions of asymmetric multicycle loading. Model parameters for a number of metallic structural materials obtained by means of a method of minimizing the functional sum of squared deviations of the experimental ordinate diagrams of calculated values.

Стаття надійшла до редакції 26.10.2010