

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ВЫСОКОТОЧНОЙ СИСТЕМЫ ЛОКАЛЬНОГО ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ

1. Введение и постановка задачи

Одним из этапов создания нового устройства является моделирование его работы. Математическая модель устройства позволяет оценить его основные характеристики, а также выявить и устранить ошибки и недочеты в алгоритме его функционирования [1].

В данной статье приводится описание и анализ модели системы, позволяющей производить локальное позиционирование движущихся объектов с точностью до 1 см [2, 3]. Исследуемая система использует ультразвук (УЗ) вместо электромагнитных волн, что и обеспечивает высокую точность определения местоположения объектов. Она состоит из УЗ меток – устройств, устанавливаемых на объектах позиционирования и имеющих в своем составе УЗ приемники, а также двух УЗ излучателей, устанавливаемых неподвижно в области позиционирования. Синхронизацией работы УЗ излучателей и УЗ меток управляет базовая станция, подключенная к персональному компьютеру. Ультразвуковая система локального позиционирования (УСЛП) использует ультразвуковой активный дальномерный метод определения координат. Обмен данными и синхронизация между базовой станцией и УЗ метками осуществляется по радиоканалу.

Целью проводимого математического моделирования работы УСЛП является анализ погрешностей измерения координат предлагаемой системы [4].

2. Создание математической модели

Для моделирования УСЛП используется система автоматизированного проектирования Mathcad 14.0 [5]. Исследуемое устройство состоит из следующих функциональных модулей: УЗ излучатель, звуковой канал, УЗ приемник, предварительный усилитель, детектор сигнала и пороговое устройство, определяющее временное положение УЗ сигнала [4]. В модели этим модулям соответствуют следующие блоки (рис. 1): генератор зондирующего сигнала (УЗ излучатель), генератор шума (звуковой канал и внутренние шумы устройства), сумматор (звуковой канал, УЗ приемник), узкополосный фильтр (УЗ приемник), ограничитель амплитуды (предварительный усилитель УЗ метки), фиксатор уровня (аналогичный модуль) и пороговое устройство (компаратор УЗ метки).

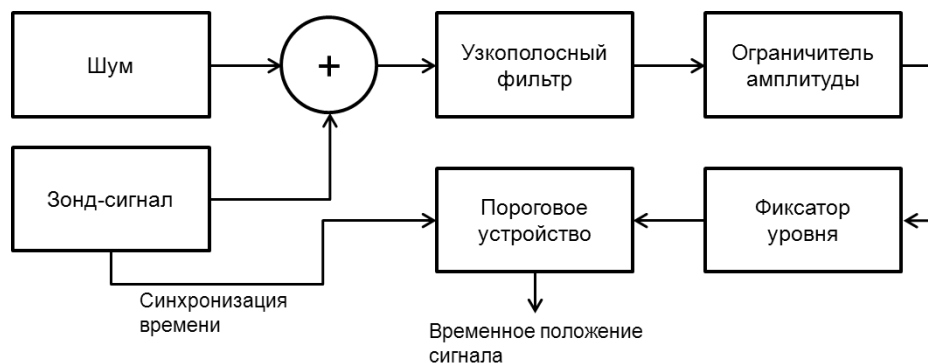


Рис. 1. Схема математической модели УСЛП

2.1. Формирование сигнала и шума

В УСЛП применяется УЗ сигнал с несущей частотой 40 кГц и длительностью 1 мс . УЗ зондирующий сигнал формируется в соответствии с выражением

$$u0_i := \begin{cases} \left(\frac{A}{\sqrt{2}} \right) \cdot \cos \left(2\pi \cdot \frac{i - 0.5 \cdot I - Tz}{T0} \right) & \text{if } \frac{I - td}{2} < i < \frac{I + td}{2}, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

где $td = 40 \cdot T_0$, $T_0 = 64$ – период сигнала; $A = 10$ – амплитуда сигнала, $i = 0..I - 1$ – номер выборки; $I = 8192$ – количество выборок.

Таким образом, генерируется синусоидальный сигнал на интервале времени от $(I - td)/2$ до $(I + td)/2$, в остальные моменты времени сигнал равен 0.

Шум, присутствующий в звуковом канале, а также шум, вносимый системой, синтезируется при помощи процедуры формирования нормального шума:

$$h0_j := \text{norm}(I, 0, \sigma0_j), \quad (2)$$

где $\sigma0_j$ – СКО шума; $j = 0..J - 1$ – индекс реализации шума; $I = 128$ – количество реализаций шума.

С использованием (1) и (2) формируется смесь сигнала и шума:

$$(u1_{i,j}) := u0_i + (h0_j)_i.$$

На рис. 2 представлены: графики зондирующего сигнала (рис. 2, а) и смеси сигнал-шум (рис. 2, б).

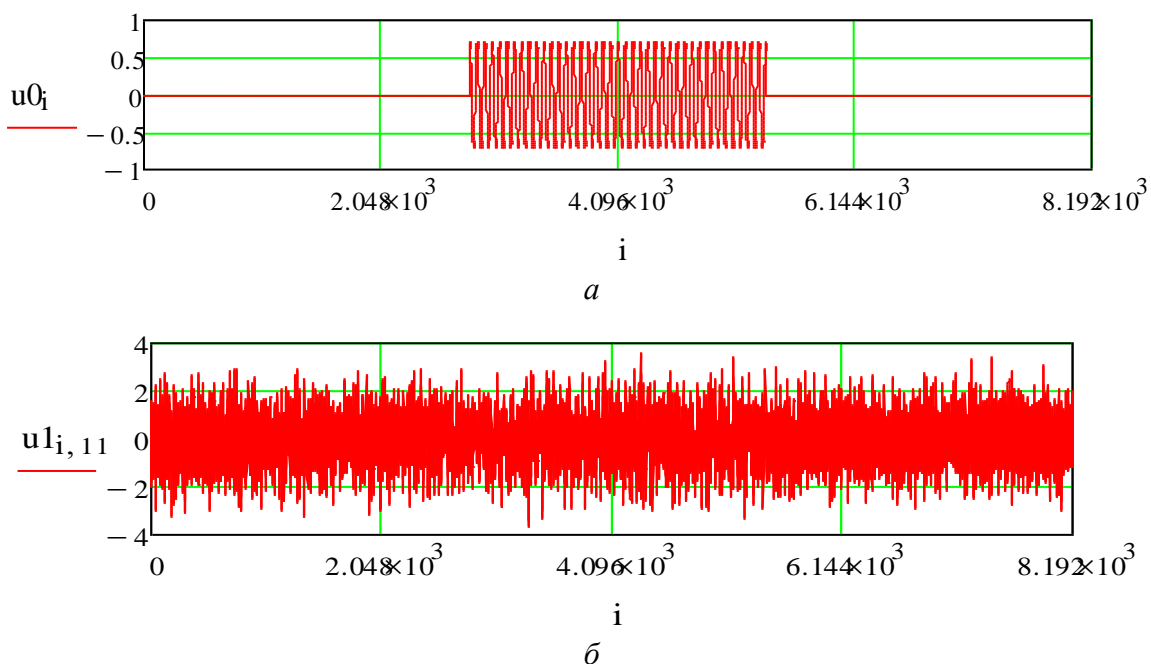


Рис. 2. Графики: а – сигнала; б – и смеси сигнал-шум

2.2. Моделирование полосового фильтра

В УСЛП применяются узкополосные УЗ приемники, имеющие резонанс на частоте 40 кГц . Для выполнения моделирования полосового фильтра, имеющего характеристику, аналогичную УЗ приемнику, сигналы и шум преобразовываются в частотную область с использованием функции Mathcad $\text{fft}(x_k)$:

$$\begin{aligned} su0 &:= \text{fft}(u0); \\ sh0_j &:= \text{fft}(h0_j); \\ su1_j &:= \text{fft}(u1^{(j)}), \end{aligned}$$

где $su0$ – спектр зондирующего сигнала, $sh0_j$ – спектр шума, $su1_j$ – спектр смеси сигнал + шум.

Функция $\text{fft}(x_k)$ выполняет дискретное преобразование Фурье двумерного вектора x_k :

$$c_j = \text{fft}(x_k) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=0}^{n-1} x_k \cdot e^{2\pi i(j/n)k},$$

где n – число элементов в векторе x_k , i – мнимая единица.

Далее определяется частотная характеристика полосового фильтра:

$$kf_{i1} := \exp[-b \cdot (i1 - fs)^2],$$

где $fs = I / T0$ – частота несущей сигнала, b – ширина полосы пропускания фильтра (относительно несущей частоты), $\exp(x)$ – функция экспоненты Mathcad.

При перемножении спектров входных сигналов на частотную характеристику фильтра находятся спектры сигналов на выходе фильтра:

$$\begin{aligned} su02_{i1} &:= kf_{i1} \cdot su0_{i1} \cdot \exp(i \cdot i1 \cdot \pi / 4); \\ sh2_{i1,j} &:= (sh0_j)_{i1} \cdot kf_{i1} \cdot \exp(i \cdot i1 \cdot \pi / 4), \end{aligned}$$

где $su02_{i1}$ – спектр принятого сигнала на выходе фильтра; $sh2_{i1,j}$ – спектр шума, $su2_{i1,j}$ – спектр смеси сигнал + шум.

На рис. 3 представлены спектры сигнала и шума на входе фильтра (рис. 3, а) и соответствующие им спектры на выходе фильтра (рис. 3, б).

При помощи обратного преобразования Фурье определяются сигналы и шум на выходе фильтра во временной области:

$$x_j = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=0}^{n-1} c_k \cdot e^{-2\pi i(j/n)k},$$

для чего используется встроенная процедура:

$$\begin{aligned} u02 &:= \text{ifft}(su02); \\ h2_j &:= \text{ifft}(sh2^{(j)}); \\ (u2_j) &:= \text{ifft}(su2^{(j)}), \end{aligned}$$

где $u02$ – принятый сигнал на выходе фильтра, $h2_j$ – шум на выходе фильтра, $u2_j$ – смесь сигнал + шум на выходе фильтра.

На рис. 4 представлены графики принятого сигнала (рис. 4, а), шума (рис. 4, б) и смеси сигнал + шум (рис. 4, в) на выходе фильтра.

2.3. Ограничение и фиксация сигналов

Вследствие того, что усилитель УЗ метки имеет ограниченный динамический диапазон, ограничение амплитуды сигнала устанавливается на уровне 0,5 В:

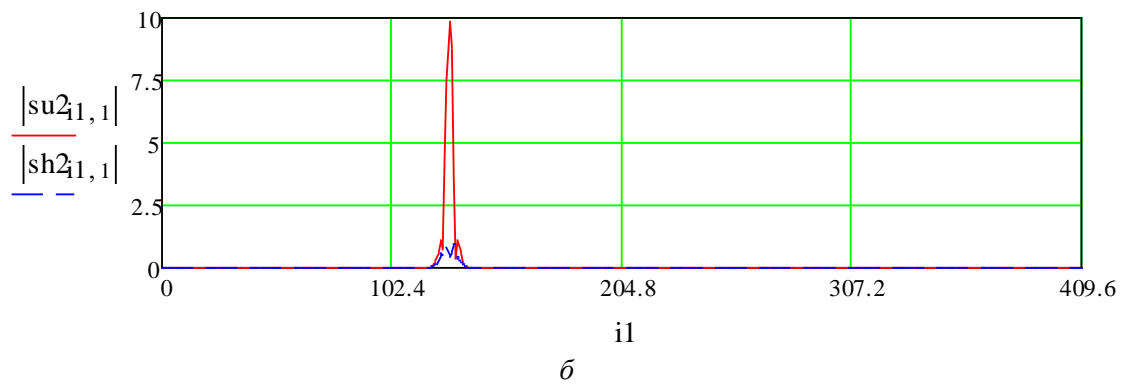
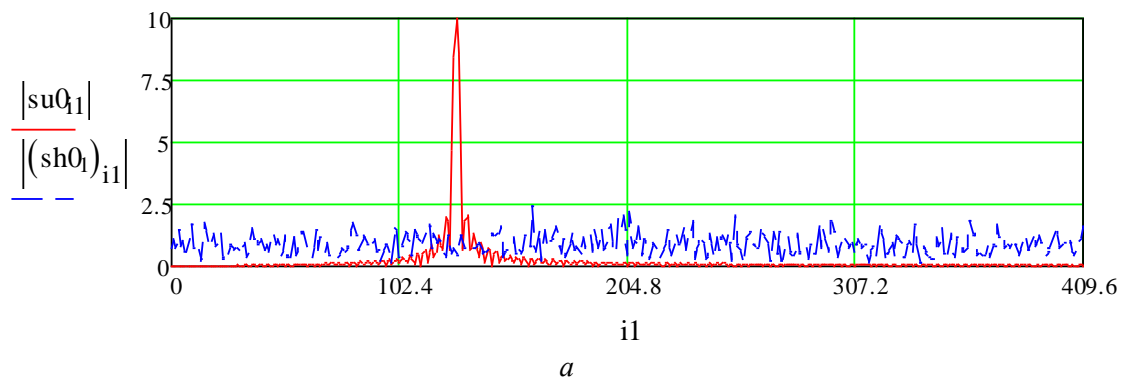


Рис. 3. Амплитудные спектры

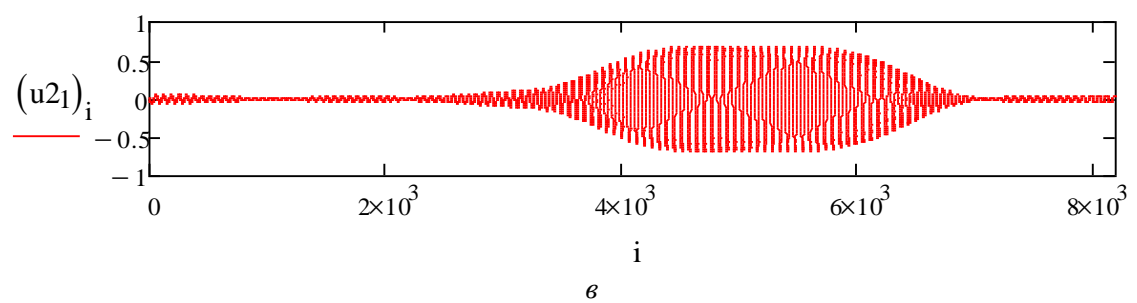
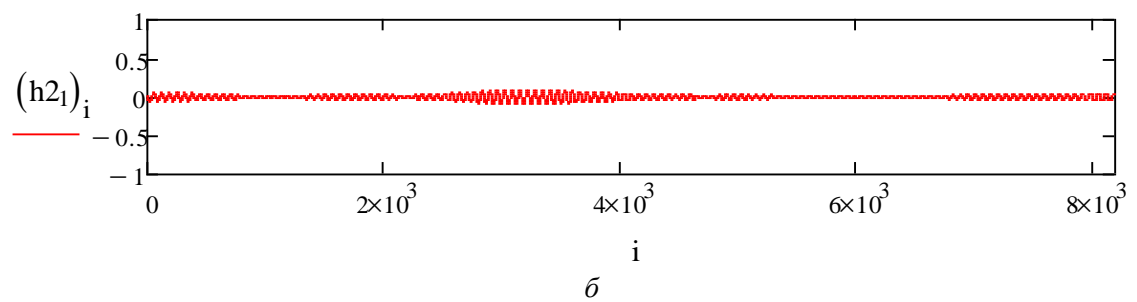
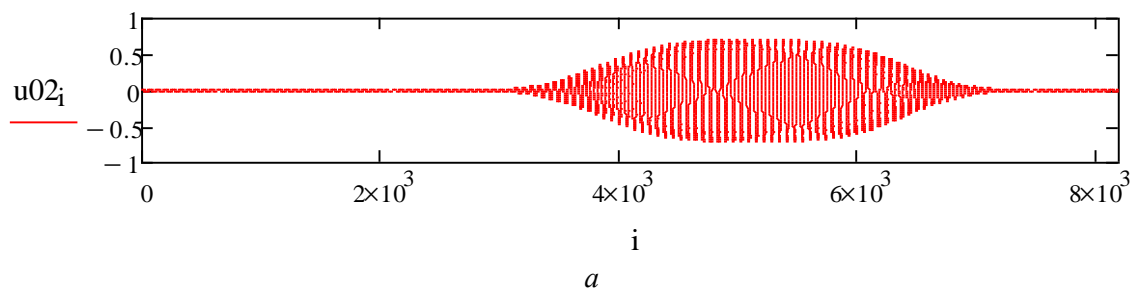


Рис. 4. Сигналы на выходе фильтра

$$\begin{aligned}
u03_i &:= \text{if}(u02_i > \text{Limit}_1, \text{Limit}_1, u02_i); \\
u03_i &:= \text{if}(u02_i < -\text{Limit}_1, -\text{Limit}_1, u03_i); \\
u3_{i,j} &:= \text{if}[(u2_j)_i > \text{Limit}_j, \text{Limit}_j, (u2_j)_i]; \\
u3_{i,j} &:= \text{if}[(u2_j)_i < -\text{Limit}_j, -\text{Limit}_j, u3_{i,j}],
\end{aligned}$$

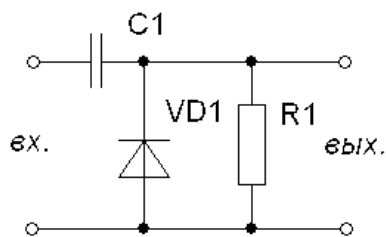
где $u03_j$ – принятый сигнал после ограничения, $u3_{i,j}$ – смесь сигнал + шум после ограничения, $\text{Limit}_j = 0.5$ – уровень ограничения.

Функция *if* в Mathcad имеет следующий синтаксис:

$$x := \text{if}(\text{condition}, X1, X2).$$

Если условие выполняется, x принимает значение $X1$, иначе $x = X2$.

Для того чтобы поднять крутизну фронта принимаемого сигнала и увеличить размах последнего, применяется фиксатор уровня [6]. Его схема приведена на рис. 5.



Фиксатор уровня смещает постоянную составляющую сигнала таким образом, что нижние пики импульсов на его выходе находятся на нулевом уровне (см. рис. 6, б).

Для того чтобы промоделировать работу фиксатора, определим сигнал на емкости $C1$, когда на входе присутствует принятый сигнал:

Рис. 5. Принципиальная схема фиксатора уровня

$$Ucap_{i,1} := \text{if}(u03_i < Ucap_{i-1,1}, u03_i, Ucap_{i-1,1} + Udc),$$

где $Udc = 0.0005$ – напряжение разряда конденсатора в течение одной выборки.

Сигнал на выходе фиксатора находится как разница между сигналом на его входе и напряжением на $C1$:

$$u04_i := u03_i - Ucap_{i,1}.$$

Аналогичным образом моделируется шум на выходе фиксатора уровня:

$$\begin{aligned}
Ucap_{i,j} &:= \text{if}\left[(h2_j)_i < Ucap_{i-1,j}, (h2_j)_i, Ucap_{i-1,j} + Udc\right]; \\
h4_{i,j} &:= (h2_j)_i - Ucap_{i,j}.
\end{aligned}$$

Смесь сигнал + шум после фиксации:

$$\begin{aligned}
Ucap_{i,j} &:= \text{if}(u3_{i,j} < Ucap_{i-1,j}, u3_{i,j}, Ucap_{i-1,j} + Udc); \\
u4_{i,j} &:= u3_{i,j} - Ucap_{i,j}.
\end{aligned}$$

Графики смеси сигнал + шум до и после фиксации представлены на рис. 6, а и б соответственно). На рис. 6, а пунктирной линией показан сигнал на емкости фиксатора.

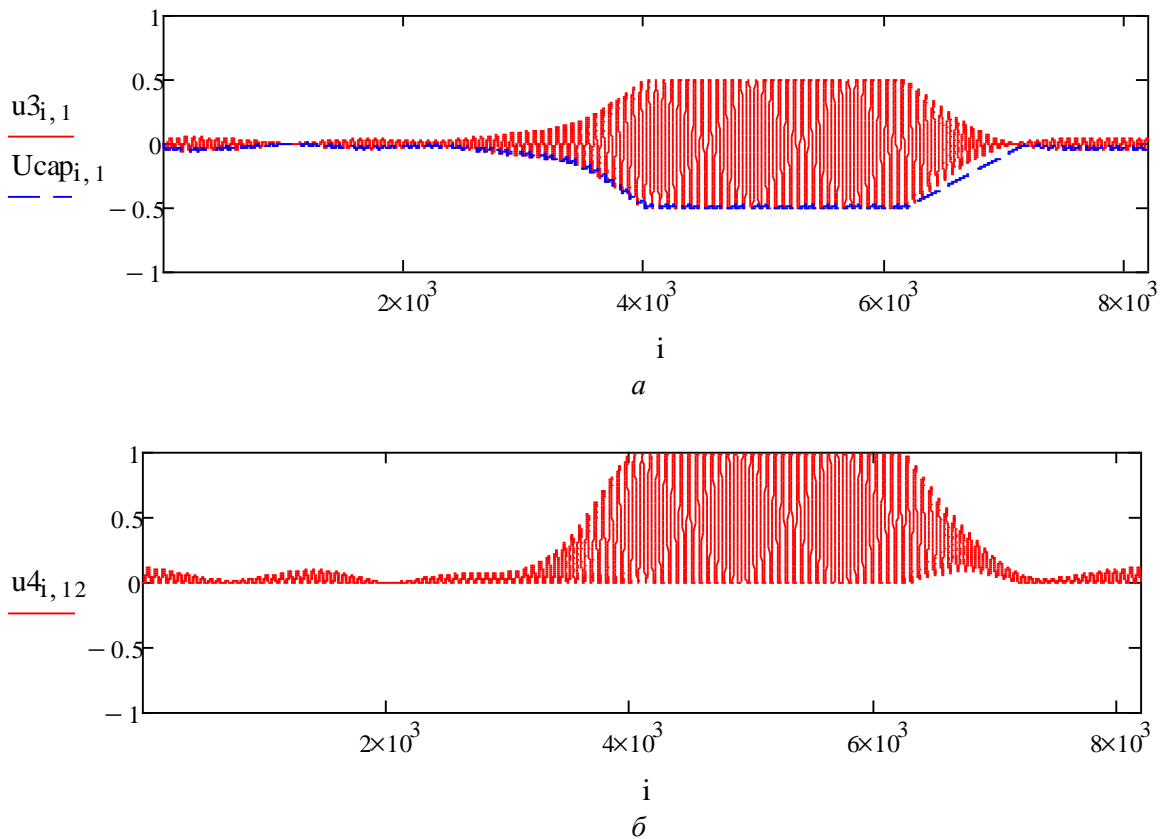


Рис. 6. Смесь сигнал + шум до и после фиксатора

2.4. Оценка временного положения сигнала

Для устранения влияния многолучевости на работу УСЛП временное положение принятого сигнала определяется по его переднему фронту.

Так как размах полезного сигнала на выходе фиксатора уровня составляет 1 В, порог обнаружения фронта сигнала устанавливается на уровне 0.5 В: $A_{por} = 0.5$. Временное положение фронта сигнала оценивается следующим образом. На первом этапе создается массив с индексами выборок, амплитуда которых превышает пороговое значение A_{por} :

$$iu04_i := \text{if} (u04_i > A_{por}, i, I).$$

Из полученного массива выделяется наименьший индекс, который и определяет временное положение фронта сигнала:

$$Tu04 := \min(iu04).$$

Аналогично оценивается временное положение смеси сигнал + шум:

$$iu4_{i,j} := \text{if} (u4_{i,j} > A_{por}, i, I);$$

$$Tu4_j := \min(iu4^{(j)}).$$

На рис. 7 представлены графики исходного зондирующего сигнала, а также смеси сигнал + шум, после ее обработки в приемнике. Также на данном графике маркерами Tst и $Tu4_1$ отмечены истинное положение фронта зондирующего сигнала и оценка временного положения принятой смеси сигнал + шум соответственно:

$$Tst := (I - td) / 2,$$

где Tst – момент излучения зондирующего сигнала.

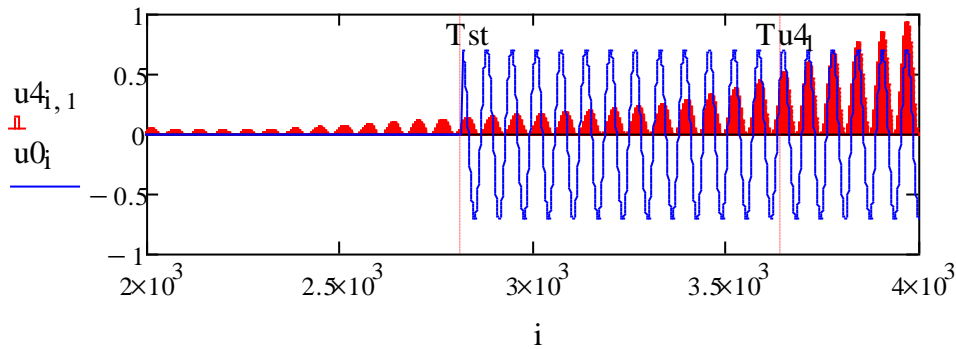


Рис. 7. Истинное и оцененное временное положение сигналов

На рис. 8 представлены значения оценки временного положения принятого сигнала при различных шумовых реализациях. На этом же графике сплошной линией отмечена оценка временного положения зондирующего сигнала.

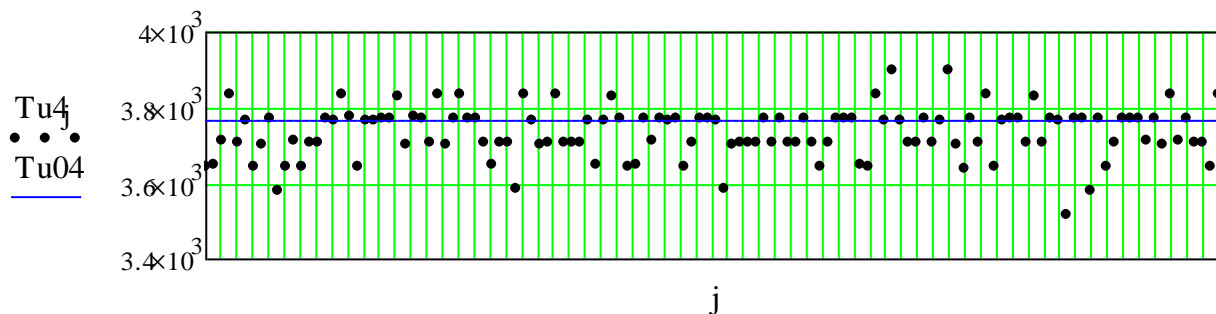


Рис. 8. Значения оценки временного положения принятого сигнала при наличии шумов

2.5. Погрешности оценки временного положения сигнала

Абсолютную погрешность оценки временного положения сигнала находим как модуль разницы между оценкой временного положения смеси сигнал + шум $Tu4_j$ и положением незашумленного зондирующего сигнала $Tu04$:

$$TZ_j := |Tu4_j - Tu04|.$$

Систематическая погрешность находится как разность между оценкой временного положения смеси сигнал + шум и истинным положением сигнала:

$$Tz1_j := Tu4_j - Tst.$$

Численно абсолютная и систематическая погрешность находится как среднее арифметическое (функция $mean(x_j)$) векторов TZ_j и $Tz1_j$ соответственно:

$$T := mean(TZ);$$

$$Tz11 := mean(Tz1).$$

Находим СКО абсолютной и систематической погрешностей, используя функцию $stdev(x)$:

$$\delta T := stdev(TZ);$$

$$\delta T1 := stdev(Tz1).$$

В результате проведенного моделирования в пакете Mathcad полученные значения погрешностей составляют:

- абсолютная погрешность оценки временного положения сигнала $\delta T = 22,75$ мкс;
- систематическая погрешность оценки временного положения сигнала $\Delta T = 385,38$ мкс;
- СКО абсолютной погрешности $\sigma(\delta T) = 21,8$ мкс;
- СКО систематической погрешности $\sigma(\Delta T) = 15,87$ мкс.

Выводы

Математическая модель УСЛП, созданная в пакете Mathcad, позволяет определить основные характеристики системы, в частности погрешности измерения временного положения сигнала, а также оперативно изменять параметры схемы УСЛП и отслеживать влияние данных изменений на конечный результат работы системы.

Результатом работы математической модели являются погрешности определения временного положения принятого сигнала. С учетом усредненного значения скорости звука в воздухе (331 м/с) значения погрешностей измерения дальности УСЛП в данном случае составляют:

абсолютная погрешность измерения дальности $\delta R = 0,75$ см;

систематическая погрешность измерения дальности $\Delta R = 12,7$ см;

СКО абсолютной погрешности измерения дальности $\sigma(\delta R) = 0,72$ см;

СКО систематической погрешности измерения дальности $\sigma(\Delta R) = 0,52$ см.

Очевидно, что наибольшее влияние на точность работы УСЛП оказывает систематическая погрешность измерения дальности, но учитывая постоянство данной погрешности, ее можно устранить программными методами.

Приведенная модель довольно точно описывает работу системы, однако она не лишена и недостатков. Во-первых, модель не учитывает погрешности временной синхронизации между базовой станцией и УЗ меткой. Во-вторых, не учитывает влияние многолучевости распространения зондирующего сигнала на работу УСЛП. И, в-третьих, не учтено непостоянство скорости распространения звука в звуковом канале. Учет данных погрешностей предполагается осуществлять в последующих моделях системы.

Список литературы. 1. Новиков А.А., Амелина М.А. Конспект лекций по курсу Математическое моделирование в электронике – Смоленск : Моск. энерг. ин-т (Технический университет), 2006. 2. Пат. 71860 Україна, МПК (2012.01) G01S 11/00. Спосіб ультразвукового локального позиціонування рухомих об'єктів / Лівнов В.О., Коваль Ю.О., заявник та власник Харк. нац. ун-т радіоелектр. – № u2012 01318, подано 08.02.2012, опубл. 25.05.2012 бюл. №14. 3. *Современные проблемы радиотехники и телекоммуникаций «РТ-2011»*: Материалы 7-й междунар. молодежной науч.-техн. конф., 11 – 15 апреля 2011 г. – Севастополь : Изд-во СевНТУ, 2011. – 479 с. 4. Ливнов В. А. Анализ погрешностей и неопределенностей системы позиционирования с ультразвуковым измерительным и электромагнитным информационным каналами / В. А. Ливнов, Ю. А. Коваль // Радиотехника. – 2013. – Вып. 175. – С.96 – 100 5. *Product & Service Advantage – Mathcad* [Электронный ресурс] / PTC Inc – Режим доступа: \WWW/ URL: <http://blogs.ptc.com/product/mathcad/> – 11.12.13 г. — Загл. с экрана. 6. *Ицхоки Я. С., Овчинников Н. И.* Импульсные и цифровые устройства. – М. : Сов. радио, 1972. – С.243.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 12.03.2014