

УДК 631.3

©В.В. Сацюк, к.т.н.; О.В. Голій, к.т.н.; Д.Л. Курдельчук
Луцький національний технічний університет

ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПОДАЧІ СИПКОГО ЗВ'ЯЗНОГО МАТЕРІАЛУ СТРІЧКОВИМ ТРАНСПОРТЕРОМ

В статті наведений теоретичний аналіз руху частинки сипкого зв'язного матеріалу під час його подачі стрічковим транспортером. складені і розв'язані диференційні рівняння руху центра мас частинки із врахуванням сили зчеплення частинок.

ЧАСТИНКА, РУХ, ЗЧЕПЛЕННЯ, ДИФЕРЕНЦІЙНЕ РІВНЯННЯ, СИЛА, ШВИДКІСТЬ.

Постановка проблеми. Одним із складових процесів, які необхідно розглянути при обґрунтуванні параметрів ліній для виробництва сапропелевих добрив, є подача матеріалу стрічковим транспортером.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Відомі результати досліджень даного питання засновані на моделі матеріальної точки [1]. Дана теорія справедлива для ідеально сипких матеріалів (початковий опір зсуву $\tau_0 = 0$).

Результати дослідження фізико-механічних властивостей сапропелю [2] показують, що для даних матеріалів існує деякий початковий опір зсуву τ_0 . Співставлення значень коефіцієнтів тертя показало, що коефіцієнт зовнішнього тертя більший від коефіцієнта внутрішнього. Звідси слідує, що рух матеріалу буде відбуватися не безпосередньо по поверхні стрічкового транспортера, а по внутрішніх поверхнях матеріалу.

У праці [3] наведено модель частинки із приведеними параметрами. Запропоновано залежність для визначення сили тертя для сипкого зв'язного матеріалу:

$$F_{\text{тр.1}} = c' + f_0 N_1, \quad (1)$$

де c' – приведена сила зчеплення частинки;

f_0 - коефіцієнт внутрішнього тертя;

N_1 - нормальна реакція.

Мета дослідження – створення математичної моделі руху сипкого зв'язного матеріалу, яка враховує силу зчеплення частинок, під час подачі матеріалу стрічковим транспортером.

Результати дослідження. Розглянемо рух частинки M із

приведеними параметрами, з урахуванням сили зчеплення при сходженні її зі стрічкового транспортера. Частинка перебуває на транспортері на висоті h_0 від поверхні стрічки (h_0 - висота розміщення центра мас шару матеріалу на стрічці транспортера). Для визначення параметрів руху частинки, при її сходженні із стрічкового транспортера, застосуємо диференційні рівняння руху матеріальної точки. Введемо натуральну систему координат τC_n (рис.1). Положення осі C_n нормалі до траєкторії руху частинки відносно вертикалі визначається кутом β .

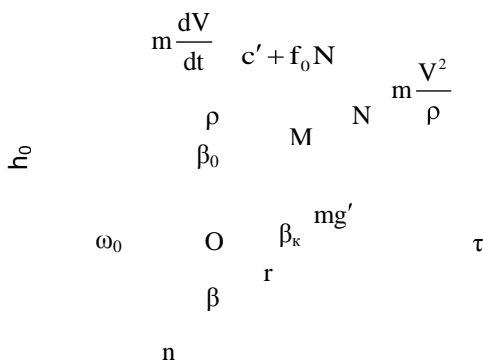


Рис.1 - Схема до визначення параметрів руху частинки під час подачі матеріалу стрічковим транспортером

При тихохідному режимі розвантаження транспортера $V_c^2 < g'(r + h_0)$ (де V_c - швидкість стрічки транспортера, r - радіус приводного барабана), матеріал, наближаючись до барабана, починає обертатись разом з ним. Частинка, починаючи з деякого положення визначеним $\angle \beta_0$, починає здійснювати відносний рух (ковзання), і при положенні $\angle \beta_k$

відірветься від опорної поверхні, здійснюючи політ.

У загальному випадку, рівняння руху частинки матимуть вигляд:

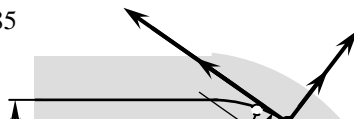
$$\begin{cases} m \frac{dV}{dt} = \sum_{k=1}^n F_{kt}^e; \\ m \frac{V^2}{\rho} = \sum_{k=1}^n F_{kn}^e, \end{cases} \quad (2)$$

де V - швидкість руху частинки;

ρ - радіус кривизни траєкторії руху частинки;

$\frac{V^2}{\rho}, \frac{dV}{dt}$ - проекції вектора прискорення частинки, відповідно, на осі

C_n та C_τ натуральної системи координат;



$\sum_{k=1}^n F_{kn}^c$, $\sum_{k=1}^n F_{kt}^c$ - суми проекцій зовнішніх сил, які діють на частинку, відповідно, на осі C_n та C_t ;

На частинку, положення якої визначає $\angle\beta$ (рис.1) (при чому $\angle\beta_0 < \angle\beta < \angle\beta_k$), діють такі зовнішні сили: сила ваги $G = mg'$; нормальна реакція опорної поверхні N ; сила тертя ковзання $F_{\text{тр}} = c' + f_0 N$,

Радіус кривизни траєкторії руху частинки, положення якого визначається кутом $\angle\beta$, рівний $\rho = r + h_0$.

Тоді, з урахуванням вищевикладеного, система рівнянь, що описують рух частинки, матиме вигляд

$$\begin{cases} m \frac{V^2}{r + h_0} = mg' \cos \beta - N; \\ m \frac{dV}{dt} = mg' \sin \beta - (c' + f_0 N). \end{cases} \quad (3)$$

Виключивши із системи реакцію опорної поверхні N та враховуючи, що $V = \omega(r + h_0)$ (де ω - кутова швидкість руху частинки), отримаємо:

$$m(r + h_0) \frac{d\omega}{dt} - mg' \sin \beta + c' + mg' f_0 \cos \beta - m\omega^2 f_0 (r + h_0) = 0, \quad (4)$$

при цьому

$$N = mg' \cos \beta - m\omega^2 (r + h_0). \quad (5)$$

Після спрощення виразу (3), отримаємо:

$$\frac{d\omega}{dt} - \omega^2 f_0 + \frac{g'}{r + h_0} (f_0 \cos \beta - \sin \beta) + \frac{c'}{m(r + h_0)} = 0. \quad (6)$$

Враховуючи, що $\omega = \frac{d\beta}{dt}$; $\frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\beta}{dt^2}$, запишемо:

$$\frac{d^2\beta}{dt^2} - f_0 \left(\frac{d\beta}{dt} \right)^2 + \frac{g'}{(r + h_0)} (f_0 \cos \beta - \sin \beta) + \frac{c'}{m(r + h_0)} = 0. \quad (7)$$

Розв'язавши диференціальне рівняння другого порядку (7), отримаємо:

$$\omega^2 = \frac{2g'}{(r + h_0)(4f^2 + 1)} (2f^2 - 1) \cos \beta - 3f_0 \sin \beta + \frac{c'}{mf_0(r + h_0)} + Ce^{2f_0\beta}. \quad (8)$$

Визначаємо постійну інтегрування C , при $t = t_0$, $\beta = \beta_0$, $\omega = \omega_0$,

де β_0 – значення кута β , при якому частинка почне ковзати по матеріалу на барабані,

ω_0 – кутова швидкість частинки в момент початку її ковзання:

$$C = \left(\omega_0^2 - \frac{2g'}{(r+h_0)(4f_0^2+1)} (2f_0^2-1) \cos \beta_0 - 3f_0 \sin \beta_0 - \frac{c'}{mf_0(r+h_0)} \right) e^{-2f_0\beta_0}. \quad (9)$$

Підставивши (9) у (8), отримаємо:

$$\omega^2 = \frac{2g'}{(r+h_0)(4f^2+1)} (2f^2-1) \cos \beta - 3f_0 \sin \beta + \frac{c'}{mf_0(r+h_0)} + \left(\omega_0^2 - \frac{2g'}{(r+h_0)(4f_0^2+1)} (2f_0^2-1) \cos \beta_0 - 3f_0 \sin \beta_0 - \frac{c'}{mf_0(r+h_0)} \right) e^{2f_0(\beta-\beta_0)}. \quad (10)$$

У момент відриву частинки від опорної поверхні $\omega = \omega_k$, а $\beta = \beta_k$. Тоді, на основі (10) запишемо:

$$\omega_k^2 = \frac{2g'}{(r+h_0)(4f_0^2+1)} (2f_0^2-1) \cos \beta_k - 3f_0 \sin \beta_k + \frac{c'}{mf_0(r+h_0)} + \left(\omega_0^2 - \frac{2g'}{(r+h_0)(4f_0^2+1)} (2f_0^2-1) \cos \beta_0 - 3f_0 \sin \beta_0 - \frac{c'}{mf_0(r+h_0)} \right) e^{2f_0(\beta_k-\beta_0)}. \quad (11)$$

З іншого боку, ω_k визначаємо із (5), виходячи з умови, що в момент відриву $\omega = \omega_k$, а $N = 0$

$$\omega_k^2 = \frac{g' \cos \beta_k}{(r+h_0)}. \quad (12)$$

Для визначення кута β_0 , при якому частинка починає ковзати, скористаємося залежністю (4) і такими умовами: при $\beta = \beta_0$

$$\omega = \omega_0 = \frac{V_c}{r+h_0}; \quad \frac{d\omega}{dt} = 0. \quad (13)$$

Тоді, враховуючи вищевикладене на основі (4), запишемо:

$$\frac{c'}{m} - \frac{f_0 V_c^2}{r + h_0} = g'(\sin \beta_0 - f_0 \cos \beta_0). \quad (14)$$

Із (14) враховуючи, що $f_0 = \frac{\sin \varphi_0}{\cos \varphi_0}$, де φ_0 – кут внутрішнього тертя, отримаємо:

$$\beta_0 = \arcsin \left(\frac{c' \cos \varphi_0}{mg'} - \frac{V_c^2 \sin \varphi_0}{r + h_0 g'} \right) + \varphi_0. \quad (15)$$

Використовуючи вирази (13) та (14), запишемо вираз для визначення початкової кутової швидкості частинки ω_0 :

$$\omega_0^2 = \frac{c'}{m(r + h_0)f_0} - \frac{g' \sin(\beta_0 - \varphi_0)}{(r + h_0) \sin \varphi_0}. \quad (16)$$

Прирівнявши праві частини виразів (11) та (12) та підставивши значення ω_0 , отримаємо:

$$\begin{aligned} \frac{g' \cos(\beta_k)}{(r + h_0)} = & \frac{2g'}{(r + h_0)(4f_0^2 + 1)} (2f_0^2 - 1) \cos \beta_k - 3f_0 \sin \beta_k + \frac{c'}{mf_0(r + h_0)} - \\ & - \left(\frac{g' \sin(\beta_0 - \varphi_0)}{(r + h_0) \sin \varphi_0} + \frac{2g'}{(r + h_0)(4f_0^2 + 1)} (2f_0^2 - 1) \cos \beta_0 - 3f_0 \sin \beta_0 \right) e^{2f_0(\beta_k - \beta_0)}. \end{aligned} \quad (17)$$

Після математичних перетворень рівність (17) набере такого вигляду:

$$\begin{aligned} \left(\frac{(4f_0^2 + 1)c'}{mg'f_0} - 3(\cos \beta_k + 2f_0 \sin \beta_k) \right) e^{-2f_0\beta_k} = & \left(\frac{(4f_0^2 + 1) \sin \beta_0 - \varphi_0}{\sin(\varphi_0)} + \right. \\ & \left. + 4f_0^2 - 2 \cos \beta_0 - 6f_0 \sin \beta_0 \right) e^{-2f_0\beta_0}. \end{aligned} \quad (18)$$

Рівняння (18) не підлягає розв'язку аналітичними методами, тому для його розв'язання необхідно застосовувати числові методи обрахунку.

Висновки. Отримані залежності дозволять визначити основні кінематичних параметрів руху частинки сипкого зв'язного матеріалу під час його подачі стрічковим транспортером.

Література

1. Спиваковський А.О. Транспортирующие машины. - М.: Изд-во Машиностроение, 1968. 504с.

2. Сацюк В.В. Результати дослідження фізико-механічних властивостей сапропелю та органо-мінеральних сумішей на його основі // Сільськогосподарські машини. Зб. наук. ст., вип.11. - Луцьк: Ред.-вид. відділ ЛДТУ, 2003. - С.101-106.

3. Сацюк В.В. Модель частинки із приведеними параметрами, що враховує силу зчеплення частинок // Сільськогосподарські машини. Зб. наук. ст., вип. 21 том 2.-Луцьк: Ред.-вид. відділ ЛНТУ. – 2011.–С.80–82.

Рецензент д.т.н. Дідух В.Ф.